

专题 9.7 角度计算的综合大题专项训练 (30 道)

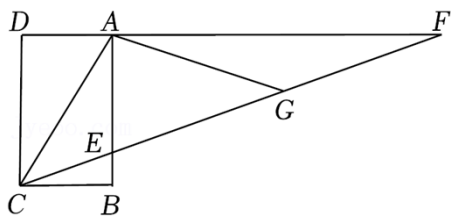
【华东师大版】

考卷信息:

本套训练卷共 30 题, 题型针对性较高, 覆盖面广, 选题有深度, 涵盖了角度计算问题所有类型!

一. 解答题 (共 30 小题)

1. (2022·金水区校级期末) “三等分一个任意角”是数学史上一个著名问题. 今天人们已经知道, 仅用圆规和直尺是不可能作出的. 有人曾利用如图所示的图形进行探索, 其中 $ABCD$ 是长方形, F 是 DA 延长线上一点, G 是 CF 上一点, 且 $\angle ACG = \angle AGC$, $\angle GAF = \angle F$. 请写出 $\angle ECB$ 和 $\angle ACB$ 的数量关系, 并说明理由.



【分析】根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和可得 $\angle AGC = 2\angle F$, 从而得到 $\angle ACG = 2\angle F$, 根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle ECB = \angle F$, 再求出 $\angle ACB = 3\angle F$, 从而得解.

【解答】解: $\angle ACB = 3\angle ECB$.

理由如下: 在 $\triangle AGF$ 中, $\angle AGC = \angle F + \angle GAF = 2\angle F$.

$$\because \angle ACG = \angle AGC,$$

$$\therefore \angle ACG = 2\angle F.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ECB = \angle F.$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ACG + \angle BCE = 3\angle F.$$

故 $\angle ACB = 3\angle ECB$.

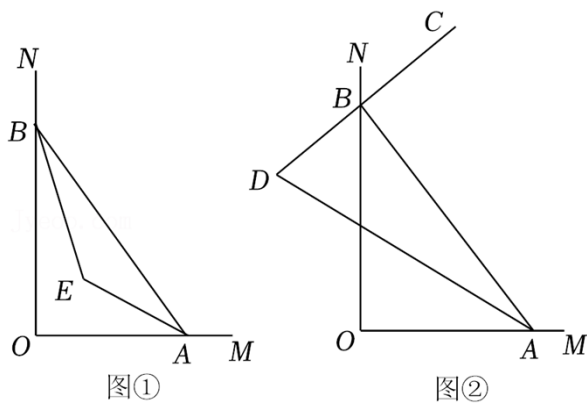
2. (2022 春·渠县期末) $\angle MON = 90^\circ$, 点 A, B 分别在射线 OM, ON 上运动 (不与点 O 重合).

(1) 如图①, AE, BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 的平分线, 随着点 A, B 的运动, $\angle AEB = \underline{135}^\circ$;

(2) 如图②, 若 BC 是 $\angle ABN$ 的平分线, BC 的反向延长线与 $\angle OAB$ 的平分线交于点 D .

①若 $\angle BAO = 60^\circ$, 则 $\angle D = \underline{45}^\circ$;

②随着点 A, B 的运动, $\angle D$ 的大小是否会变化? 如果不变, 求 $\angle D$ 的度数; 如果变化, 请说明理由.



【分析】（1）根据三角形的内角和定理和角平分线的定义即可得到结论；

（2）①根据三角形的内角和定理和角平分线的定义即可得到结论；

②由①的思路可得结论．

【解答】解：（1）∵直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O ，

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ,$$

∵ AE 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 角的平分线，

$$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle OAB, \quad \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABO,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle ABE = \frac{1}{2} (\angle OAB + \angle ABO) = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 135^\circ;$$

故答案为：135；

$$(2) \text{ ①} \because \angle AOB = 90^\circ, \quad \angle BAO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABN = 150^\circ,$$

∵ BC 是 $\angle ABN$ 的平分线，

$$\therefore \angle OBD = \angle CBN = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ,$$

∵ AD 平分 $\angle BAO$ ，

$$\therefore \angle DAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle ABD - \angle BAD - \angle AOB = 180^\circ - 75^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 45^\circ,$$

故答案为：45；

② $\angle D$ 的度数不随 A 、 B 的移动而发生变化，

设 $\angle BAD = \alpha$,

$\because AD$ 平分 $\angle BAO$,

$\therefore \angle BAO = 2\alpha$,

$\because \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABN = 180^\circ - \angle ABO = \angle AOB + \angle BAO = 90 + 2\alpha$,

$\because BC$ 平分 $\angle ABN$,

$\therefore \angle ABC = 45^\circ + \alpha$,

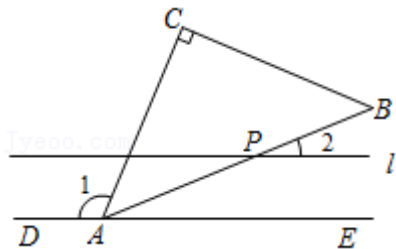
$\because \angle ABC = 180^\circ - \angle ABD = \angle D + \angle BAD$,

$\therefore \angle D = \angle ABC - \angle BAD = 45^\circ + \alpha - \alpha = 45^\circ$.

3. (2022·永春县期末) 在直角三角板 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle CAB = \angle B = 45^\circ$, 将三角板的顶点 A 放置在直线 DE 上.

(1) 如图, 在 AB 上任取一点 P (不同于点 A, B), 过点 P 作直线 $l \parallel DE$, 当 $\angle 1 = 8\angle 2$ 时, 求 $\angle 2$ 的度数;

(2) 将三角板绕顶点 A 转动, 并保持点 B 在直线 DE 的上方. 过点 B 作 $FH \parallel DE$ (F 在 H 的左侧), 求 $\angle DAC$ 与 $\angle FBC$ 之间的数量关系.



【分析】 (1) 根据平行线的性质可得 $\angle 2 = \angle BAE$, 然后根据平角是 180° 列出关于 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系式进行计算即可;

(2) 分三种情况, 点 C 在直线 FH 的上方, 点 C 在直线 FH 与直线 DE 之间, 点 C 在直线 DE 的下方.

【解答】 解: (1) $\because l \parallel DE$,

$\therefore \angle 2 = \angle BAE$,

$\because \angle 1 + \angle CAB + \angle BAE = 180^\circ$, $\angle 1 = 8\angle 2$, $\angle CAB = 45^\circ$,

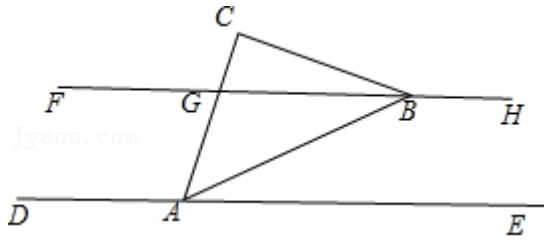
$\therefore 8\angle 2 + 45^\circ + \angle 2 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 15^\circ$,

$\therefore \angle 2$ 的度数为 15° ;

(2) 分三种情况:

当点 C 在直线 FH 的上方, 如图:



设 AC 与 FH 交于点 G ,

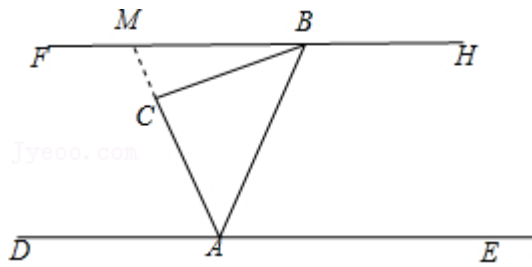
$\because FH \parallel DE$,

$\therefore \angle DAC = \angle FGC$,

$\because \angle FGC = \angle C + \angle FBC$, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAC = 90^\circ + \angle FBC$,

当点 C 在直线 FH 与直线 DE 之间, 如图:



延长 AC 交 FH 于点 M ,

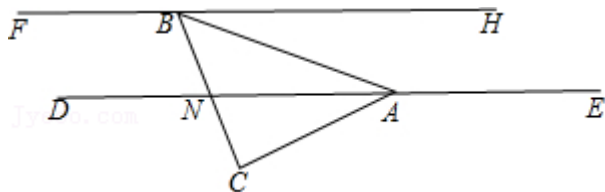
$\because FH \parallel DE$,

$\therefore \angle DAC = \angle HMC$,

$\because \angle BCA = \angle HMC + \angle FBC$, $\angle BCA = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAC + \angle FBC = 90^\circ$,

当点 C 在直线 DE 的下方, 如图:



设 BC 与 DE 交于点 N ,

$\because FH \parallel DE$,

$\therefore \angle FBC = \angle DNC$,

$$\because \angle DNC = \angle C + \angle DAC, \quad \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FBC = 90^\circ + \angle DAC,$$

综上所述：当点 C 在直线 FH 的上方， $\angle DAC = 90^\circ + \angle FBC$ ，

当点 C 在直线 FH 与直线 DE 之间， $\angle DAC + \angle FBC = 90^\circ$ ，

当点 C 在直线 DE 的下方， $\angle FBC = 90^\circ + \angle DAC$ 。

4. (2022 春·亭湖区校级期中) 平移是一种常见的图形变换，如图 1， $\triangle ABC$ 经过平移后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，连接 BA_1 ， AC_1 ，若 BA_1 平分 $\angle ABC$ ， C_1A 平分 $\angle A_1C_1B_1$ ，则称这样的平移为“平分平移”。

(1) 如图 1， $\triangle ABC$ 经过“平分平移”后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请问 AC 和 A_1C_1 有怎样的位置关系：平行。

(2) 如图 2，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\triangle ABC$ 经过“平分平移”后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，求 $\angle AOB$ 的度数。

(3) 如图 3，在 (2) 的条件下， BD 平分 $\angle ABA_1$ ， C_1D 平分 $\angle AC_1A_1$ ，求 $\angle BDC_1$ 的度数。

(4) 如图 4， $\triangle ABC$ 经过“平分平移”后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ， BD 平分 $\angle ABA_1$ ， C_1D 平分 $\angle AC_1A_1$ ，若 $\angle BAC = \alpha$ ，则 $\angle BDC_1 = \underline{45^\circ} + \frac{3}{4}\alpha$ 。（用含 α 的式子表示）

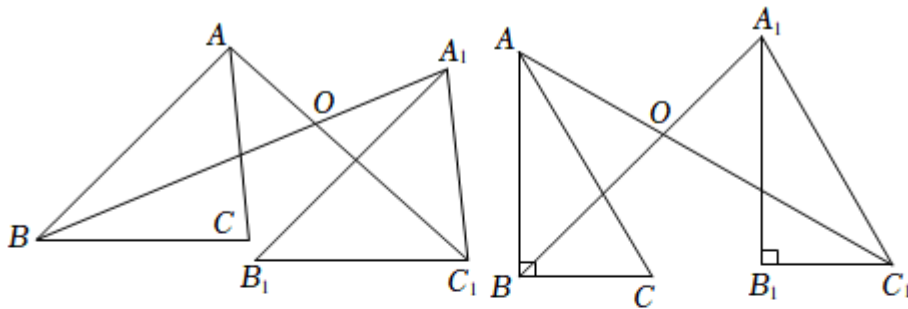


图 1

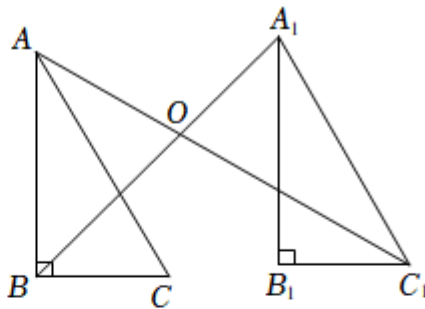


图 2

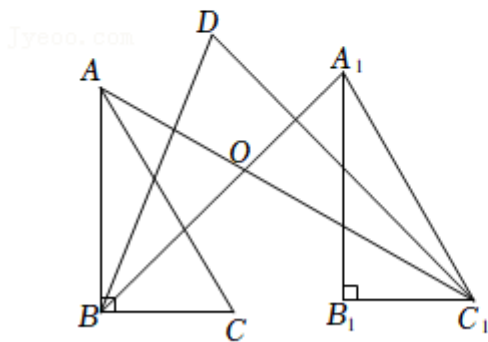


图 3

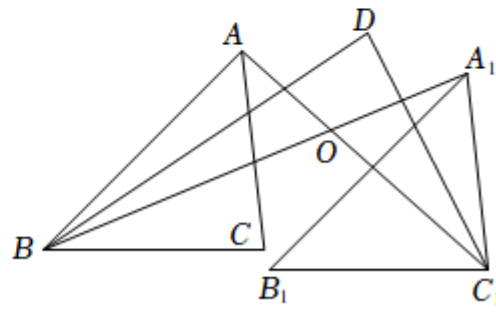


图 4

【分析】(1) 直接根据平移的性质：平移图形中对应线段平行或在同一直线上，便可直接得出结论；

(2) 根据角平分线定义求得 $\angle ABO$ 和 $\angle AC_1A_1$ ，再根据平行线的性质求得 $\angle OAC$ ，根据三角形的内角和

性质依次求得 $\angle BAC$, $\angle AOB$;

(3) 连接 DO , 与延长 DO 至 E , 根据三角形的外角性质便可得到 $\angle BOC$ 、 $\angle DBO$ 、 $\angle DCO$ 、 $\angle BDC$ 四角的关系, 进而求得结果;

(4) 按照前面的方法依次用 α 表示 $\angle BOC$, $\angle DBO + \angle DCO$, 进而运用 (3) 中方法便可求得 $\angle BDC_1$.

【解答】解: (1) 根据平移的性质知, $AC \parallel A_1C_1$,

故答案为: 平行;

(2) $\because \angle ABC = 90^\circ$, A_1B 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABO = 45^\circ$,

由平移知, $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1 = 60^\circ$,

$\because AC_1$ 平分 $\angle A_1C_1B_1$,

$\therefore \angle AC_1A_1 = 30^\circ$,

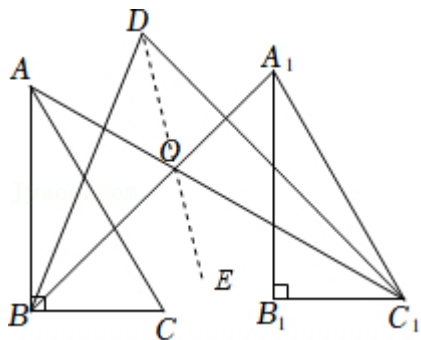
由平移知 $AC \parallel A_1C_1$,

$\therefore \angle CAC_1 = \angle AC_1A_1 = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 30^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle ABO - \angle BAO = 75^\circ$;

(3) 连接连接 DO , 与延长 DO 至 E , 如图,



$\because BD$ 平分 $\angle ABA_1$, C_1D 平分 $\angle AC_1A_1$,

$\therefore \angle OBD + \angle OC_1D = \frac{1}{2} (\angle ABO + \angle AC_1A_1) = 37.5^\circ$,

$\because \angle BOE = \angle OBD + \angle ODB$, $\angle C_1OE = \angle OC_1D + \angle ODC_1$,

$\therefore \angle BOE + \angle C_1OE = \angle OBD + \angle ODB + \angle OC_1D + \angle ODC_1$,

即 $\angle BOC_1 = \angle OBD + \angle OC_1D + \angle BDC_1$,

$\because \angle BOC_1 = 180^\circ - \angle AOB = 105^\circ$,

$\therefore 105^\circ = 37.5^\circ + \angle BDC_1$,

$$\therefore \angle BDC_1 = 67.5^\circ ;$$

$$(4) \because \angle BAC = \alpha,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \alpha,$$

$$\because \angle ACB = \angle AC_1B_1, \angle CAC_1 = \angle AC_1B_1,$$

$$\therefore \angle ABO + \angle AC_1A_1 = \angle ABO + \angle CAC_1 = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\therefore \angle BOC_1 = \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha + \alpha = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABA_1, C_1D \text{ 平分 } \angle AC_1A_1,$$

$$\therefore \angle OBD + \angle OC_1D = \frac{1}{2} \times (90^\circ - \frac{1}{2}\alpha) = 45^\circ - \frac{1}{4}\alpha$$

$$\therefore \angle BDC_1 = \angle BOC_1 - (\angle OBD + \angle OC_1D) = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha - (45^\circ - \frac{1}{4}\alpha) = 45^\circ + \frac{3}{4}\alpha.$$

故答案为: $45^\circ + \frac{3}{4}\alpha$.

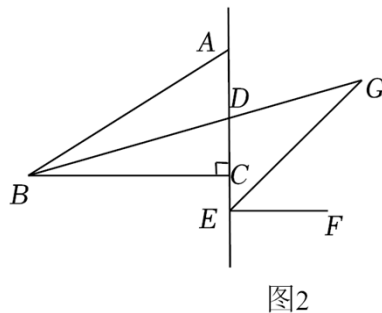
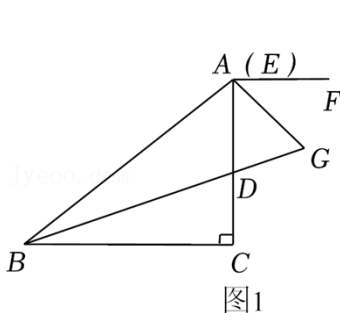
5. (2022 春·如皋市期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 $\triangle ABC$ 的边 AC 于点 D , E 为直线 AC 上一点, 过点 E 向直线 AC 的右边作射线 EF , 使 $EF \parallel BC$, 作 $\angle CEF$ 的平分线 EG 交射线 BD 于点 G .

(1) 如图 1, $\angle ABC = 40^\circ$, 点 E 与点 A 重合, 求 $\angle G$ 的度数;

(2) 若 $\angle ABC = \alpha$,

①如图 2, 点 E 在 DC 的延长线上, 求 $\angle G$ 的度数 (用含有 α 的式子表示);

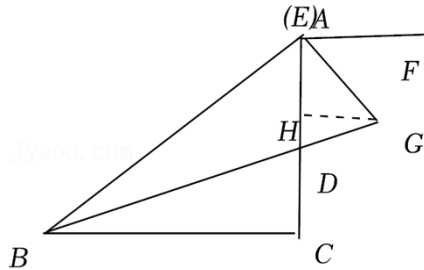
②点 E 在直线 AC 上滑动, 当存在 $\angle G$ 时, 其度数是否发生变化? 若不变, 请说明理由; 若变化, 请直接含 α 的式子表示 $\angle G$ 的度数.



【分析】 (1) 利用平行线的性质和直角三角形的性质求解;

(2) ①利用 (1) 的结论求解;

②结合以上两问得出结论.



【解答】解：（1）B

过点 G 作 $GH \perp AC$ 于点 H ,

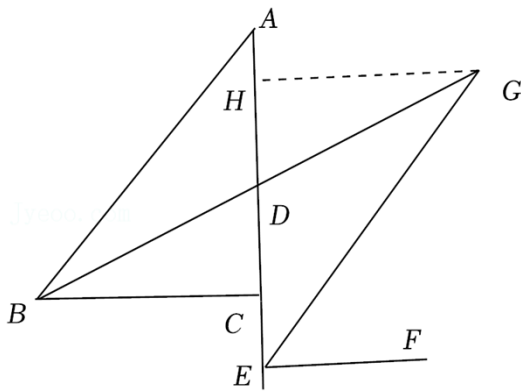
则 $GH \parallel EF \parallel BC$,

$\therefore \angle HGB = \angle GBC$,

$\because \angle CEF$ 的平分线 EG , BD 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 20^\circ$, $\angle CEG = \frac{1}{2} \angle FAC = 45^\circ$,

所以 $\angle G = \angle HGB + \angle CEG = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$.



（2）

过点 G 作 $GH \perp AC$ 于点 H ,

①由（1）知： $\angle HGB = \angle GBC = \frac{1}{2}\alpha$, $\angle HGE = \angle GEF = 45^\circ$,

$\therefore \angle G = \angle HGE - \angle GBC = 45^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

②有变化.

当点 E 在点 D 下方时, 由①得： $\angle G = 45^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

当点 E 在点 D 上方时, 由（1）得： $\angle G = 45^\circ + \frac{1}{2}\alpha$.

6. （2022 春·信阳期末）已知：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 边上的高， $\angle A = \angle DCB$.

（1）试说明 $\angle ACB = 90^\circ$ ；

（2）如图 2，如果 AE 是角平分线， AE 、 CD 相交于点 F . 那么 $\angle CFE$ 与 $\angle CEF$ 的大小相等吗？请说明理由.

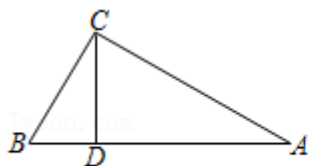


图 1

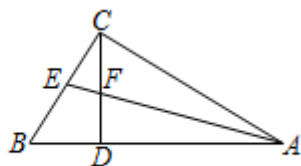


图 2

【分析】（1）根据高定义求出 $\angle CDA=90^\circ$ ，根据三角形内角和定理求出 $\angle A+\angle ACD=90^\circ$ ，再求出答案即可；

（2）根据角平分线的定义得出 $\angle CAE=\angle BAE$ ，根据三角形内角和定理求出 $\angle CEF=\angle DFA$ ，根据对顶角相等求出即可。

【解答】（1）解： $\because CD$ 是 AB 边上的高，

$$\therefore \angle CDA=90^\circ,$$

$$\therefore \angle A+\angle ACD=90^\circ,$$

$$\because \angle A=\angle DCB,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle ACD+\angle BCD=\angle ACD+\angle A=90^\circ;$$

$$(2) \text{ 解: } \angle CFE=\angle CEF,$$

理由是： $\because AE$ 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle CAE=\angle BAE,$$

$$\because \angle CDA=\angle BCA=90^\circ, \angle DFA=180^\circ - (\angle CDA+\angle BAE), \angle CEA=180^\circ - (\angle BCA+\angle CAE),$$

$$\therefore \angle CEF=\angle DFA,$$

$$\because \angle DFA=\angle CFE,$$

$$\therefore \angle CFE=\angle CEF.$$

7. (2022 春·鼓楼区期末) 【概念认识】

如图①，在 $\angle ABC$ 中，若 $\angle ABD=\angle DBE=\angle EBC$ ，则 BD, BE 叫做 $\angle ABC$ 的“三分线”。其中， BD 是“邻 AB 三分线”， BE 是“邻 BC 三分线”。

【问题解决】

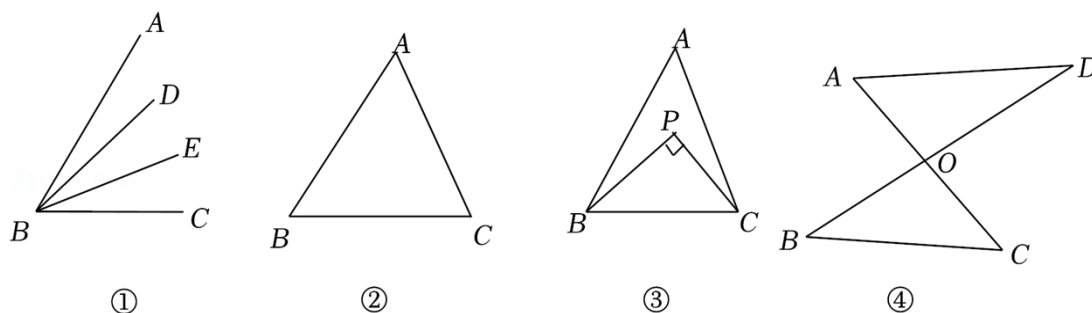
(1) 如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=70^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ，若 $\angle B$ 的三分线 BD 交 AC 于点 D ，则 $\angle BDC=\underline{85}$ $^\circ$ 或 $\underline{100}$ $^\circ$ ；

(2) 如图③，在 $\triangle ABC$ 中， BP, CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 AB 三分线和 $\angle ACB$ 邻 AC 三分线，且 $BP \perp CP$ ，

求 $\angle A$ 的度数；

【延伸推广】

(3) 如图④，直线 AC 、 BD 交于点 O ， $\angle ADB$ 的三分线所在的直线与 $\angle ACB$ 的三分线所在的直线交于点 P 。若 $\angle A=66^\circ$ ， $\angle B=45^\circ$ ， $\angle ADB=m^\circ$ ，直接写出 $\angle DPC$ 的度数。

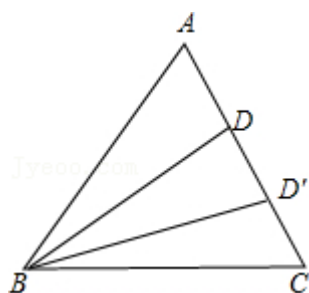


【分析】 (1) 分为两种情况：当 BD 是“邻 AB 三分线”时，当 BD' 是“邻 BC 三分线”时，根据三角形的外角性质求出即可；

(2) 求出 $\angle PBC + \angle PCB = 90^\circ$ ，根据 BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 AB 三分线和 $\angle ACB$ 邻 AC 三分线求出 $\angle PBC = \frac{2}{3}\angle ABC$ ， $\angle PCB = \frac{2}{3}\angle ACB$ ，求出 $\angle ABC + \angle ACB = 135^\circ$ ，再求出 $\angle A$ 即可；

(3) 画出符合的所有情况，①当 DP 和 CP 分别是“邻 AD 三分线”、“邻 BC 三分线”时，②当 DP 和 CP 分别是“邻 AD 三分线”、“邻 AC 三分线”时，③当 DP 和 CP 分别是“邻 OD 三分线”、“邻 BC 三分线”时，④当 DP 和 CP 分别是“邻 OD 三分线”、“邻 AC 三分线”时，再根据三角形的内角和定理求出答案即可。

【解答】 解：(1) $\because \angle ABC = 45^\circ$ ， BD, BD' 是 $\angle ABC$ 的“三分线”，



$$\therefore \angle ABD = \angle DBD' = \angle D'BC = \frac{1}{3}\angle ABC = \frac{1}{3} \times 45^\circ = 15^\circ,$$

$$\because \angle A = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 70^\circ + 15^\circ = 85^\circ \text{ 或 } \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 70^\circ + 30^\circ = 100^\circ,$$

故答案为： 85° 或 100° ；

(2) 如图③， $\because BP \perp CP$ ，

$$\therefore \angle BPC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle PBC + \angle PCB = 90^\circ ,$$

$\because BP$ 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 AB 三分线和 $\angle ACB$ 邻 AC 三分线，

$$\therefore \angle PBC = \frac{2}{3}\angle ABC, \quad \angle PCB = \frac{2}{3}\angle ACB,$$

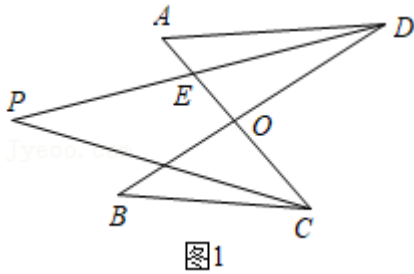
$$\therefore \frac{2}{3}\angle ABC + \frac{2}{3}\angle ACB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 135^\circ ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ ;$$

(3) 四种情况：

①如图 1，当 DP 和 CP 分别是“邻 AD 三分线”、“邻 BC 三分线”时，



$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{3}\angle ADB = \frac{1}{3}m^\circ , \quad \angle ACP = \frac{2}{3}\angle ACB,$$

$$\because \angle AOD = \angle BOC,$$

$$\therefore \angle A + \angle ADB = \angle B + \angle ACB,$$

$$\because \angle A = 66^\circ , \quad \angle B = 45^\circ , \quad \angle ADB = m^\circ ,$$

$$\therefore 66^\circ + m^\circ = 45^\circ + \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACB = 21^\circ + m^\circ ,$$

$$\therefore \angle ACP = \frac{2}{3}\angle ACB = 14^\circ + \frac{2}{3}m^\circ ,$$

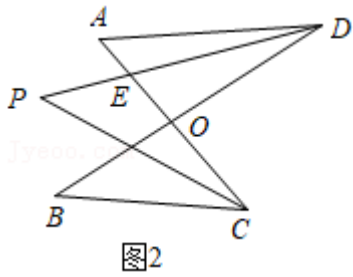
$$\because \angle AED = \angle CEP,$$

$$\therefore \angle A + \angle ADE = \angle DPC + \angle ACP,$$

$$\therefore 66^\circ + \frac{1}{3}m^\circ = \angle DPC + 14^\circ + \frac{2}{3}m^\circ ,$$

$$\therefore \angle DPC = (52 - \frac{1}{3}m)^\circ ;$$

②如图 2，当 DP 和 CP 分别是“邻 AD 三分线”、“邻 AC 三分线”时，



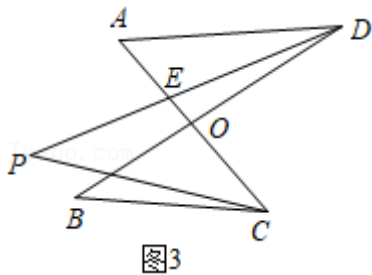
$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{3}\angle ADB = \frac{1}{3}m^\circ, \quad \angle ACP = \frac{1}{3}\angle ACB,$$

由①知: $\angle ACB = 21^\circ + m^\circ$,

$$\text{同理得: } 66^\circ + \frac{1}{3}m^\circ = \angle DPC + 7^\circ + \frac{1}{3}m^\circ,$$

$$\therefore \angle DPC = 59^\circ;$$

③如图 3, 当 DP 和 CP 分别是“邻 OD 三分线”、“邻 BC 三分线”时,



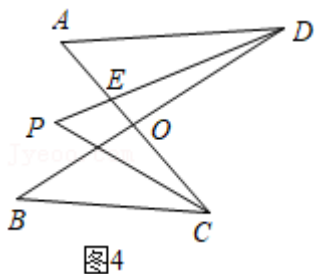
$$\therefore \angle ADE = \frac{2}{3}\angle ADB = \frac{2}{3}m^\circ, \quad \angle ACP = \frac{2}{3}\angle ACB,$$

由①知: $\angle ACB = 21^\circ + m^\circ$,

$$\text{同理得: } 66^\circ + \frac{2}{3}m^\circ = \angle DPC + 14^\circ + \frac{2}{3}m^\circ,$$

$$\therefore \angle DPC = 52^\circ;$$

④如图 4, 当 DP 和 CP 分别是“邻 OD 三分线”、“邻 AC 三分线”时,



$$\therefore \angle ADE = \frac{2}{3}\angle ADB = \frac{2}{3}m^\circ, \quad \angle ACP = \frac{1}{3}\angle ACB,$$

由①知: $\angle ACB = 21^\circ + m^\circ$,

$$\text{同理得: } 66^\circ + \frac{2}{3}m^\circ = \angle DPC + 7^\circ + \frac{1}{3}m^\circ,$$

$$\therefore \angle DPC = (59 + \frac{1}{3}m)^\circ ;$$

综上, $\angle DPC$ 的度数为 59° 或 52° 或 $(52 - \frac{1}{3}m)^\circ$ 或 $(59 + \frac{1}{3}m)^\circ$.

8. (2022·涡阳县期末) 如图 (a) 所示, 将两块直角三角尺的直角顶点 C 叠放在一起.

(1) 若 $\angle DCE = 25^\circ$, 则 $\angle ACB = \underline{155}^\circ$; 若 $\angle ACB = 130^\circ$, 则 $\angle DCE = \underline{50}^\circ$.

(2) 如图 (b) 所示, 若两个同样的三角板, 将 60° 锐角的顶点 A 叠放在一起, 则 $\angle DAB$ 与 $\angle CAE$ 有何数量关系, 请说明理由.

(3) 如图 (c) 所示, 已知 $\angle AOB = \alpha$, $\angle COD = \beta$ (α, β 都是锐角). 若把它们的顶点 O 叠放在一起, 则 $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 有何数量关系, 直接写出结论.

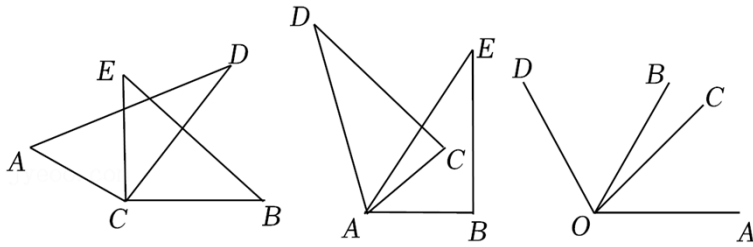


图 (a)

图 (b)

图 (c)

【分析】 (1) 先求出 $\angle BCD$, 再代入 $\angle ACB = \angle ACD + \angle BCD$ 求出即可; 先求出 $\angle BCD$, 再代入 $\angle DCE = \angle BCE - \angle BCD$ 求出即可;

(2) 根据 $\angle DAB = \angle DAE + \angle CAE + \angle CAB$ 求出即可;

(3) 根据 $\angle AOD = \angle AOC + \angle COB + \angle BOD$ 求出即可.

【解答】 解: (1) $\because \angle BCE = 90^\circ$, $\angle DCE = 25^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = \angle BCE - \angle DCE = 65^\circ,$$

$$\because \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ + 65^\circ = 155^\circ;$$

$$\because \angle ACB = 130^\circ, \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ACB - \angle ACD = 130^\circ - 90^\circ = 40^\circ,$$

$$\because \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle BCE - \angle BCD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

故答案为: 155, 50;

$$(2) \angle DAB + \angle CAE = 120^\circ,$$

理由如下：

$$\because \angle DAB = \angle DAE + \angle CAE + \angle CAB,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle CAE$$

$$= \angle DAE + \angle CAE + \angle CAB + \angle CAE$$

$$= \angle DAC + \angle BAE$$

$$= 120^\circ ;$$

(3) $\angle AOD + \angle BOC = \alpha + \beta$ ，理由如下：

$$\because \angle AOD = \angle AOC + \angle COB + \angle BOD,$$

$$\therefore \angle AOD + \angle BOC$$

$$= \angle AOC + \angle COB + \angle BOD + \angle BOC$$

$$= \angle AOB + \angle COD$$

$$= \alpha + \beta.$$

9. (2022 春·丰泽区期末) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的度数之比为 2: 1: 6， CD 平分 $\angle ACB$ ，在直角三角形 DEF 中， $\angle E = 90^\circ$ ， $\angle F = 60^\circ$ 。如图 1， $\triangle DEF$ 的边 DF 在直线 AB 上，将 $\triangle DEF$ 绕点 D 逆时针方向旋转，记旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)，完成下列问题。

(1) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = \underline{120}^\circ$ ， $\angle BDC = \underline{100}^\circ$ ；

(2) 在旋转过程中，如图 2，当 $\alpha = \underline{10}^\circ$ 时， $DE \parallel AC$ ；当 $\alpha = \underline{100}^\circ$ 时， $DE \perp AC$ ；

(3) 如图 3，当点 C 在 $\triangle DEF$ 内部时，边 DE ， DF 分别交 BC ， AC 的延长线于 N ， M 两点。

① 此时， α 的取值范围是 $\underline{70^\circ < \alpha < 100^\circ}$ ；

② $\angle CMD$ 与 $\angle CND$ 之间有一种始终保持不变的数量关系，请写出该数量关系，并说明理由。

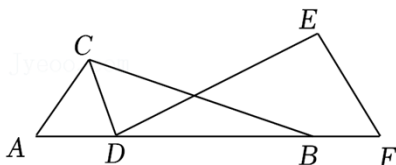


图1

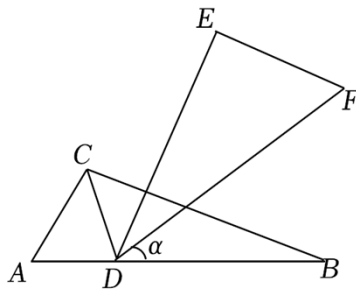


图2

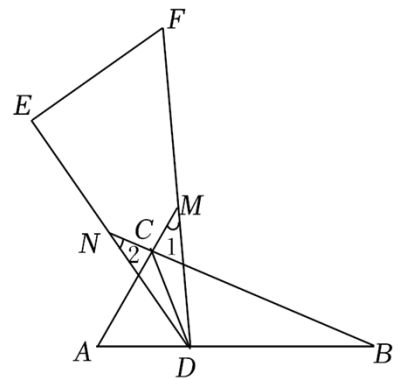


图3

【分析】 (1) 根据三角形内角和是 180° ，再按比例分配进行计算即可；

(2) 根据平行线的性质以及角的和差关系进行计算即可；由垂直的定义以及三角形的内角和进行计算即可；

(3) ①根据“端值”检测计算，即当 DE 与 CD 重合时最小值，当 DF 与 CD 重合时最大值；②连接 MN ，根据三角形内角和定理进行计算即可。

【解答】解：(1) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle ABC$ ， $\angle ACB$ 的度数之比为 2：1：6，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ \times \frac{2}{2+1+6} = 40^\circ, \quad \angle ABC = 180^\circ \times \frac{1}{2+1+6} = 20^\circ, \quad \angle ACB = 180^\circ \times \frac{6}{2+1+6} = 120^\circ,$$

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ACD + \angle A = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ,$$

故答案为： 120° ， 100° ；

(2) 当 $DE \parallel AC$ 时， $\angle BDE = \angle A = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle E = 90^\circ, \quad \angle F = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ,$$

即当 $\alpha = 10^\circ$ 时， $DE \parallel AC$ ；

当 $DE \perp AC$ 时，即 DE 与 AC 成 90° 的角，

$$\angle EDB = 90^\circ + \angle A = 130^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 130^\circ - 30^\circ = 100^\circ,$$

即当 $\alpha = 100^\circ$ 时， $DE \perp AC$ ；

故答案为：10，100；

(3) ①当 DE 与 CD 重合时， α 为最小值，

$$\therefore \angle BDE = \angle A + \angle ACD = 100^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ;$$

当 DF 与 CD 重合时， α 为最大值，此时 $\alpha = 100^\circ$ ，

$$\therefore 70^\circ < \alpha < 100^\circ,$$

故答案为： $70^\circ < \alpha < 100^\circ$ ；

② $\angle CMD + \angle CND = 90^\circ$ ，理由如下：

如图，连接 MN ，

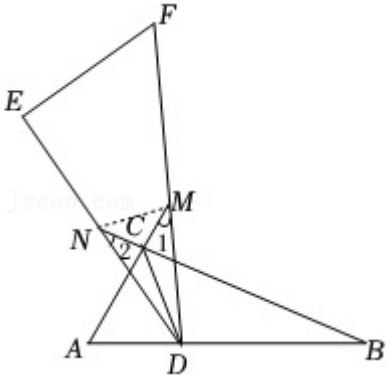
$$\because \angle MCN = \angle ACB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CMN + \angle CNM = 180^\circ - \angle MCN = 60^\circ,$$

在 $\triangle DMN$ 中,

$$\angle DMN + \angle DNM = 180^\circ - \angle MDN = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle CMD + \angle CND = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ.$$



10. (2022 春·大丰区期中) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 140^\circ$, $\angle D = 80^\circ$.

(1) 如图 1, 若 $\angle B = \angle C$, 则 $\angle C =$ 70 度;

(2) 如图 2, 若 $\angle ABC$ 的角平分线 BE 交 DC 于点 E , 且 $BE \parallel AD$, 试求出 $\angle C$ 的度数;

(3) ①如图 3, 若 $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$ 的角平分线交于点 E , 试求出 $\angle BEC$ 的度数;

②在①的条件下, 若延长 BA 、 CD 交于点 F (如图 4). 将原来条件 “ $\angle A = 140^\circ$, $\angle D = 80^\circ$ ” 改为 “ $\angle F = 40^\circ$ ”. 其他条件不变. 则 $\angle BEC$ 的度数为 110 度.

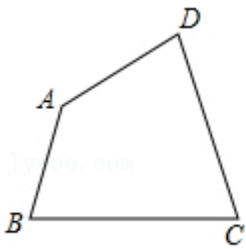


图1

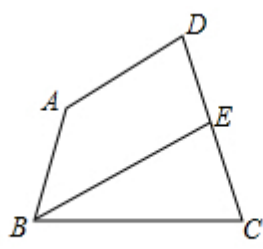


图2

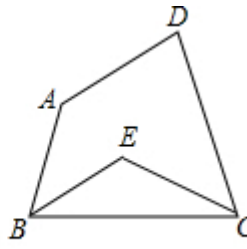


图3

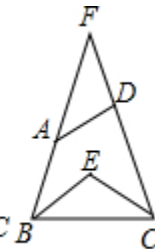


图4

【分析】 (1) 根据四边形内角和等于 360° 求出 $\angle B + \angle C$ 的度数, 再除以 2 即可求解;

(2) 先根据平行线的性质得到 $\angle ABC$ 的度数, 再根据角平分线定义和四边形内角和即可求解;

(3) ①根据四边形内角和求出 $\angle ABC + \angle BCD$ 的度数, 再根据角平分线定义得到 $\angle EBC + \angle ECB$ 的度数, 最后根据三角形内角和即可求解,

②根据三角形内角和及角平分线定义即可求解.

【解答】 解: (1) \because 四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 140^\circ$, $\angle D = 80^\circ$,

$$\therefore \angle B + \angle C = 360^\circ - (140^\circ + 80^\circ) = 140^\circ,$$

$$\because \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle C = 70^\circ .$$

$$(2) \because BE \parallel AD,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle A = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABE = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ ,$$

$\because \angle ABC$ 的角平分线 BE 交 DC 于点 E ,

$$\therefore \angle ABC = 80^\circ ,$$

$$\therefore \angle C = 360^\circ - (140^\circ + 80^\circ + 80^\circ) = 60^\circ .$$

$$(3) \textcircled{1} \because \text{四边形 } ABCD \text{ 中, } \angle A = 140^\circ , \angle D = 80^\circ ,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 360^\circ - (140^\circ + 80^\circ) = 140^\circ ,$$

$\because \angle ABC$ 和 $\angle BCD$ 的角平分线交于点 E ,

$$\therefore \angle EBC + \angle ECB = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle BEC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ .$$

$$\textcircled{2} \because \angle F = 40^\circ ,$$

$$\therefore \angle FBC + \angle BCF = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ ,$$

$\because \angle ABC$ 和 $\angle BCD$ 的角平分线交于点 E ,

$$\therefore \angle EBC + \angle ECB = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle BEC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ .$$

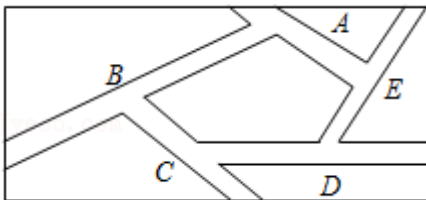
11. (2022 春·丰泽区期末) 如图, 清晨小明沿着一个五边形广场周围的小路, 按逆时针方向跑步.

(1) 小明每从一条街道转下一条街道时, 身体转过的角是哪个角, 在图上标出;

(2) 他每跑一圈, 身体转过的角度之和是多少?

(3) 你是怎么得到的?

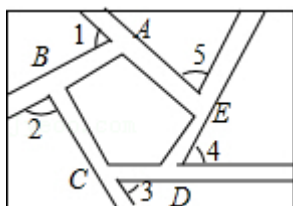
(4) 如果广场是六边形、八边形的形状, 那么还有类似的结论吗?



【分析】 (1) 根据外角的定义即可求解;

(2) (3) 根据多边形的外角和等于 360 度即可求解.

【解答】解：（1）小明每从一条街道转到下一条街道时，身体转过是 $\angle 1$ ， $\angle 2$ ， $\angle 3$ ， $\angle 4$ ， $\angle 5$ ；



（2）他每跑完一圈，身体转过的角度之和是 360° 度；

（3） $\because \angle 1 + \angle BAE = \angle 2 + \angle ABC = \angle 3 + \angle BCD = \angle 4 + \angle CDE = \angle 5 + \angle DEA = 180^\circ$ ，

$\angle BAE + \angle ABC + \angle BCD + \angle CDE + \angle DEA = (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 5 \times 180^\circ - 540^\circ = 360^\circ$ ；

（4）如果广场是六边形、八边形的形状，那么他每跑完一圈，身体转过的角度之和都是 360° 度。

12. （2022 春•井研县期末）已知在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = x$ ， $\angle C = y$ ，（ $0^\circ < x < 180^\circ$ ， $0^\circ < y < 180^\circ$ ）。

（1） $\angle ABC + \angle ADC = \underline{360^\circ - x - y}$ （用含 x 、 y 的代数式表示）；

（2）如图 1，若 $x = y = 90^\circ$ ， DE 平分 $\angle ADC$ ， BF 平分与 $\angle ABC$ 相邻的外角，请写出 DE 与 BF 的位置关系，并说明理由。

（3）如图 2， $\angle DFB$ 为四边形 $ABCD$ 的 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ 相邻的外角平分线所在直线构成的锐角，

①当 $x < y$ 时，若 $x + y = 140^\circ$ ， $\angle DFB = 30^\circ$ ，试求 x 、 y 。

②小明在作图时，发现 $\angle DFB$ 不一定存在，请直接指出 x 、 y 满足什么条件时， $\angle DFB$ 不存在。

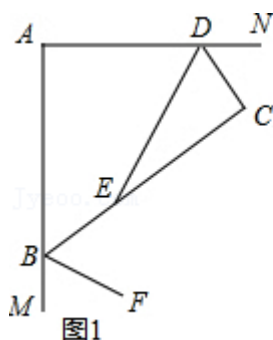


图1

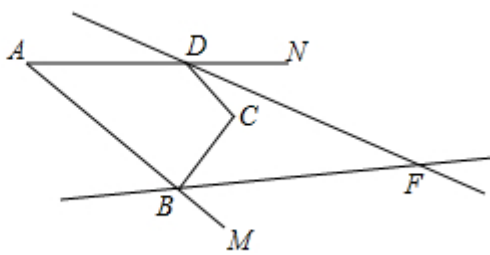


图2

【分析】（1）利用四边形内角和定理得出答案即可；

（2）利用角平分线的性质结合三角形外角的性质得出即可；

（3）①利用角平分线的性质以及三角形内角和定理，得出 $\angle DFB = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 30^\circ$ ，进而得出 x 、 y 的值；

②当 $x = y$ 时， $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ 相邻的外角平分线所在直线互相平行，此时 $\angle DFB$ 不存在。

【解答】解：（1） $\angle ABC + \angle ADC = 360^\circ - x - y$ ；

故答案为： $360^\circ - x - y$ ；

(2) 如图 1，延长 DE 交 BF 于 G

$\because DE$ 平分 $\angle ADC$ ， BF 平分 $\angle MBC$ ，

$$\therefore \angle CDE = \frac{1}{2}\angle ADC, \quad \angle CBF = \frac{1}{2}\angle CBM,$$

又 $\because \angle CBM = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - (180^\circ - \angle ADC) = \angle ADC$ ，

$$\therefore \angle CDE = \angle CBF,$$

又 $\because \angle BED = \angle CDE + \angle C = \angle CBF + \angle BGE$ ，

$$\therefore \angle BGE = \angle C = 90^\circ,$$

$\therefore DG \perp BF$ (即 $DE \perp BF$)；

(3) ①由 (1) 得： $\angle CDN + \angle CBM = x + y$ ，

$\because BF$ 、 DF 分别平分 $\angle CBM$ 、 $\angle CDN$ ，

$$\therefore \angle CDF + \angle CBF = \frac{1}{2}(x + y),$$

如图 2，连接 DB ，则 $\angle CBD + \angle CDB = 180^\circ - y$ ，

得 $\angle FBD + \angle FDB = 180^\circ - y + \frac{1}{2}(x + y) = 180^\circ - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x$ ，

$$\therefore \angle DFB = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 30^\circ,$$

解方程组：
$$\begin{cases} x + y = 140^\circ \\ \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 30^\circ \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 40^\circ \\ y = 100^\circ \end{cases}$$

②当 $x = y$ 时， $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ 相邻的外角平分线所在直线互相平行，此时 $\angle DFB$ 不存在。

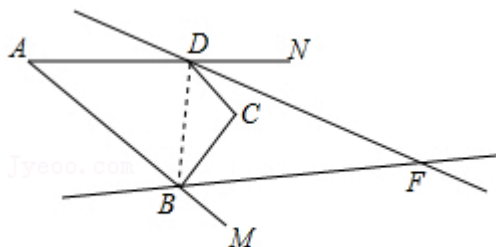


图2

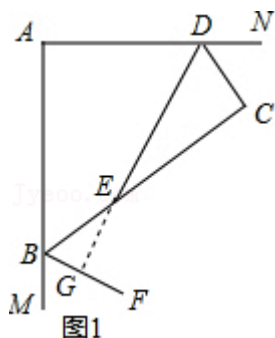


图1

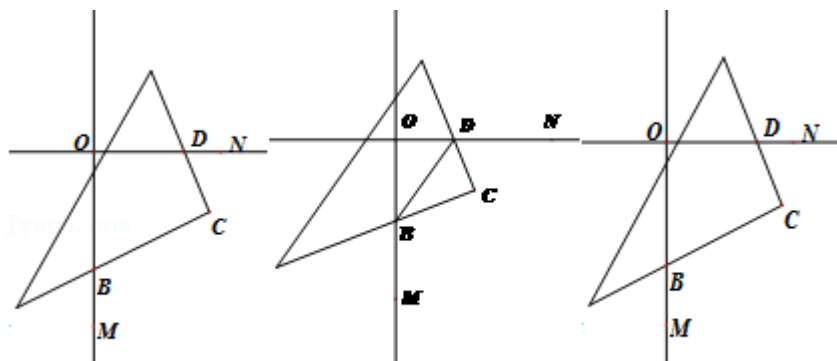
13. (2022 春·长春期末) 如图 1, 直线 $OM \perp ON$, 垂足为 O , 三角板的直角顶点 C 落在 $\angle MON$ 的内部, 三角板的另两条直角边分别与 ON 、 OM 交于点 D 和点 B .

【片断一】(1) 小孙说: 由四边形内角和知识很容易得到 $\angle OBC + \angle ODC$ 的值.

如果你是小孙, 得到的正确答案应是: $\angle OBC + \angle ODC = \underline{180}^\circ$.

【片断二】(2) 小悟说: 连结 BD (如图 2), 若 BD 平分 $\angle OBC$, 那么 BD 也平分 $\angle ODC$. 请你说明当 BD 平分 $\angle OBC$ 时, BD 也平分 $\angle ODC$ 的理由.

【片断三】(3) 小空说: 若 DE 平分 $\angle ODC$ 、 BF 平分 $\angle MBC$, 我发现 DE 与 BF 具有特殊的位置关系. 请你先在备用图中补全图形, 再判断 DE 与 BF 有怎样的位置关系并说明理



(图 1)

(图 2)

(备用图)

由.

【分析】(1) 根据四边形的性质, 可得答案;

(2) 根据三角形内角和定理和角平分线的定义即可求解;

(3) 根据补角的性质, 可得 $\angle CBM = \angle ODC$, 根据相似三角形的判定与性质, 可得答案.

【解答】解: (1) 由四边形内角的性质, 得 $\angle OBC + \angle ODC = 180^\circ$,

故答案为: 180;

(2) $\because BD$ 平分 $\angle OBC$,

$\therefore \angle OBD = \angle CBD$,

$\because OM \perp ON$,

$\therefore \angle DOB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle OBD + \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

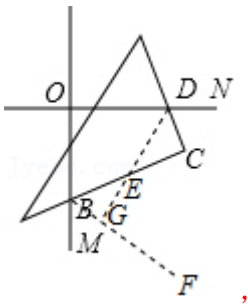
$$\therefore \angle CBD + \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle CDB,$$

$$\therefore BD \text{ 平分 } \angle ODC;$$

$$(3) DE \perp BF,$$

理由：如图，延长 DE 交 BF 于 G ，



$$\because \angle ODC + \angle OBC = \angle CBM + \angle OBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CBM = \angle ODC,$$

$$\frac{1}{2} \angle CBM = \angle EBG = \frac{1}{2} \angle ODC = \angle EDC,$$

$$\because \angle BEG = \angle DEC,$$

$$\therefore \triangle DEC \sim \triangle BEG,$$

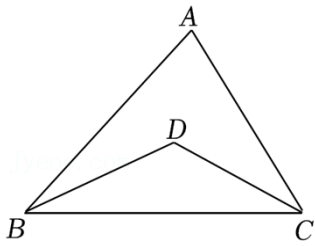
$$\therefore \angle BGE = \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp BF.$$

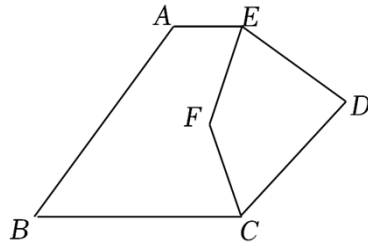
14. (2022 春·无锡期中) 阅读并解决下列问题：

(1) 如图①， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线交于点 D ，则 $\angle BDC = \underline{120^\circ}$ 。

(2) 如图②，五边形 $ABCDE$ 中， $AE \parallel BC$ ， EF 平分 $\angle AED$ ， CF 平分 $\angle BCD$ ，若 $\angle EDC = 72^\circ$ ，求 $\angle EFC$ 的度数。



图①



图②

【分析】（1）首先根据三角形的内角和定理，求出 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的度数和是多少；然后根据 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线交于点 D ，求出 $\angle DBC$ 、 $\angle DCB$ 的度数和是多少；最后在 $\triangle BCD$ 中，根据三角形的内角和定理，求出 $\angle BDC$ 的度数是多少即可。

（2）首先根据 $AE \parallel BC$ ，可得 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，再用五边形的内角和减去 180° ，求出 $\angle AED$ 、 $\angle EDC$ 、 $\angle BCD$ 的度数和；然后根据 $\angle EDC = 72^\circ$ ，求出 $\angle AED$ 、 $\angle EDC$ 的度数和；最后根据 EF 平分 $\angle AED$ ， CF 平分 $\angle BCD$ ，求出 $\angle FED$ 、 $\angle FCD$ 的度数和；再用四边形 $CDEF$ 的内角和减去 $\angle FED$ 、 $\angle FCD$ 、 $\angle EDC$ 的度数和，求出 $\angle EFC$ 的度数。

【解答】解：（1） $\because \angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ，$$

$\because \angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线交于点 D ，

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC，\angle DCB = \angle ACD，$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = 120^\circ \div 2 = 60^\circ，$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ，$$

故答案为： 120° ；

（2） $\because AE \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ，$$

\because 五边形 $ABCDE$ 的内角和是 540° ，

$$\therefore \angle AED + \angle EDC + \angle BCD = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ，$$

$$\because \angle EDC = 72^\circ，$$

$$\therefore \angle AED + \angle BCD = 360^\circ - 72^\circ = 288^\circ，$$

$\because EF$ 平分 $\angle AED$ ， CF 平分 $\angle BCD$ ，

$$\therefore \angle FED + \angle FCD = 288^\circ \div 2 = 144^\circ，$$

$$\therefore \angle EFC = 360^\circ - (\angle FED + \angle FCD + \angle EDC) = 360^\circ - (144^\circ + 72^\circ) = 144^\circ$$

15. （2022春•冠县期末）某同学在学习过程中，对教材的一个有趣的问题做如下探究：

【习题回顾】

已知：如图1，在 $\triangle ABC$ 中，角平分线 BO 、 CO 交于点 O 。求 $\angle BOC$ 的度数。

(1) 若 $\angle A=40^\circ$ ，请直接写出 $\angle BOC=$ 110 ；

【变式思考】

(2) 若 $\angle A=\alpha$ ，请猜想 $\angle BOC$ 与 α 的关系，并说明理由；

【拓展延伸】

(3) 已知：如图2，在 $\triangle ABC$ 中，角平分线 BO 、 CO 交于点 O ， $OD\perp OB$ ，交边 BC 于点 D ，点 E 在 CB 的延长线上，作 $\angle ABE$ 的平分线交 CO 的延长线于点 F 。若 $\angle F=\beta$ ，猜想 $\angle BAC$ 与 β 的关系，并说明理由。

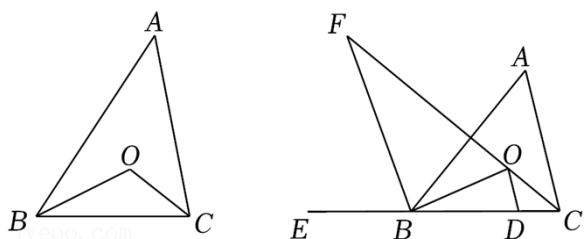


图1

图2

【分析】(1) 利用三角形内角和和角平分线的性质，即可求得角度的大小。

(2) 将定角换成动角，同样利用三角形内角和和角平分线的性质，将角之间的关系表示出来。

(3) 在(2)结论基础上，通过角平分线的性质可求证 $FB\parallel OD$ ，进而得出 $\angle COD=\angle F=\beta$ ，再由 $\angle BAC=2\angle BOC-180^\circ$ 以及 $\angle BOD=90^\circ$ 即可证明结论。

【解答】解：(1) $\because \angle A=40^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC+\angle ACB=180^\circ-40^\circ=140^\circ，$$

\because 角平分线 BO 、 CO 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle OBC=\frac{1}{2}\angle ABC，\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ACB，$$

$$\therefore \angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=70^\circ，$$

在 $\triangle OBC$ 中， $\angle BOC=180^\circ-(\angle OBC+\angle OCB)=110^\circ$ ，

故答案为：110。

(2) $\because \angle A=\alpha$ ，

$$\therefore \angle ABC+\angle ACB=180^\circ-\alpha，$$

∵ BO 、 CO 是角平分线，

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha,$$

$$(3) \angle BAC = 2\beta.$$

理由：由 (2) 结论可知： $\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2}$ ，

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BOC - 180^\circ .$$

∵ OB 、 BF 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ABE$ ，

$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2}\angle ABC, \quad \angle ABF = \frac{1}{2}\angle ABE,$$

$$\therefore \angle OBF = \angle ABO + \angle ABF = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ABE) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ .$$

∵ $OD \perp OB$ ，

$$\therefore \angle BOD = 90^\circ .$$

∵ $BF \parallel OD$ ，

$$\therefore \angle COD = \angle F = \beta.$$

$$\therefore \angle BOC = \angle BOD + \angle COD = 90^\circ + \beta,$$

∵ $\angle BAC = 2\angle BOC - 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BOC - 180^\circ = 2\beta.$$

$$\therefore \angle BAC = 2\beta.$$

16. (2022 春·浙川县期末) [规律探索] 探索三角形的内 (外) 角平分线形成的角的规律：

在三角形中，由三角形的内角平分线外角平分线所形成的角存在一定的规律。

规律 1：三角形的两个内角的平分线形成的钝角等于 90° 加上第三个内角度数的一半；

规律 2：三角形的两个外角的平分线形成的锐角等于 90° 减去与这两个外角不相邻的内角度数的一半。

[问题呈现] 如图①，点 P 是 $\triangle ABC$ 的内角平分线 BP 与 CP 的交点，点 M 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线 BM 与

CM 的交点，则 $\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ， $\angle M = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ 。

说明 $\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 如下：

∵ BP 、 CP 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABC, \quad \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ACB.$$

$$\therefore \angle A + 2(\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A.$$

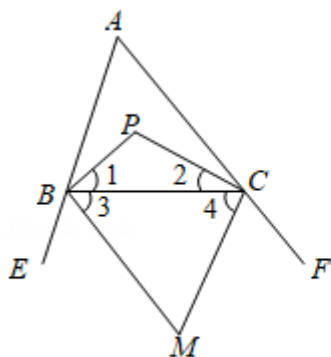
$$\therefore \angle P = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A.$$

请你仔细阅读理解上面的说理过程，完成下列问题：

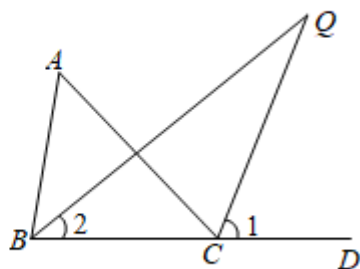
(1) 上述说理过程中步骤①的依据是 三角形内角和等于 180° .

(2) 结合图①，写出说明 $\angle M = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ 的说理过程.

[拓展延伸]如图②，点 Q 是 $\triangle ABC$ 的内角平分线 BQ 与 $\triangle ABC$ 的外角 ($\angle ACD$) 平分线 CQ 的交点. 若 $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle Q$ 的大小为 25 度.



图①



图②

【分析】【问题呈现】 (1) 根据三角形内角和定理解答；

(2) 根据角平分线的定义得到 $\angle 3 = \frac{1}{2}\angle EBC$ ， $\angle 4 = \frac{1}{2}\angle FCB$ ，根据三角形的内角和定理得到结论；

【拓展延伸】根据角平分线的定义得到 $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle ACD$ ， $2 = \frac{1}{2}\angle ABC$ ，根据三角形的外角的性质得到 $\angle A = \angle ACD - \angle ABC = 2(\angle 1 - \angle 2)$ ，求得 $\angle Q = \angle 1 = \angle 2$ ，推出 $\angle A = 2\angle Q$ ，于是得到结论.

【解答】解：【问题呈现】

(1) 证明过程中步骤 (2) 的依据是三角形内角和等于 180° ，

故答案为：三角形内角和等于 180° ；

(2) $\because BM$ 、 CM 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，

$$\therefore \angle 3 = \frac{1}{2}\angle EBC, \quad \angle 4 = \frac{1}{2}\angle FCB,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 2\angle 3, \quad \angle ACB = 180^\circ - 2\angle 4,$$

$$\therefore \angle A + (180^\circ - 2\angle 3) + (180^\circ - 2\angle 4) = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\because \angle 3 + \angle 4 + \angle M = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle M = 180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2}\angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A;$$

【拓展延伸】

$$\because CQ \text{ 平分 } \angle ACD,$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}\angle ACD,$$

$$\because BQ \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ABC,$$

$$\because \angle ACD = \angle A + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACD - \angle ABC = 2(\angle 1 - \angle 2),$$

$$\because \angle 1 = \angle 2 + \angle Q,$$

$$\therefore \angle Q = \angle 1 - \angle 2,$$

$$\therefore \angle A = 2\angle Q,$$

$$\text{即 } \angle Q = \frac{1}{2}\angle A = 25^\circ,$$

故答案为：25.

17. (2022·驿城区校级期末) 在图 1 中, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B > \angle C$, $AD \perp BC$ 于 D , AE 平分 $\angle BAC$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数.

(2) 在图 2 中, $\angle B = x$, $\angle C = y$, 其他条件不变, 若把“ $AD \perp BC$ 于 D ”改为“ F 是 AE 上一点, $FD \perp BC$ 于 D ”, 试用 x 、 y 表示 $\angle DFE = \underline{\frac{1}{2}(x - y)}$;

(3) 在图 3 中, 当点 F 是 AE 延长线上一点, 其余条件不变, 则 (2) 中的结论还成立吗? 若成立, 请说明为什么; 若不成立, 请写出成立的结论, 并说明为什么.

(4) 在图 3 中, 分别作出 $\angle BAE$ 和 $\angle EDF$ 的角平分线, 交于点 P , 如图 4. 试用 x 、 y 表示 $\angle P = \underline{\frac{1}{4}(3x - y)}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/146044210112011010>