初三相似三角形难题集

【章节训练】第 27 章 相似-8

一、选择题 1．梯形 ABCD 中 AB∥CD，∠ADC+∠BCD=90°，以 AD、AB、BC 为斜边向外作等腰直角三角形，其面积分别是 S1、S2、S3，且 S1+S3=4S2，则 CD=

A． B．3 AB C． D．4 AB 2．如图，n+1 个边长为 2 的等边三角形有一条边在同一直线上，设△B2D1C1 面积为 S1，△B3D2C2

面积为 S2，…，△Bn+1DnCn 面积为 Sn，则 Sn 等于

A． B． C． D． 3．如图，Rt△ABC 中，AC⊥BC，AD 平分∠BAC 交 BC 于点 D，DE⊥AD 交 AB 于点 E，M 为 AE 的中点，BF⊥BC 交 CM 的延长线于点 F，BD=4，CD=3．下列结论：①∠AED=∠ADC；②=；③AC?BE=12；④3BF=4AC．其中结论正确的个数有

A．1 个 C．3 个 D．4 个 4．如图，正方形 ABCD 中，在 AD 的延长线上取点 E、F，使 DE=AD，DF=BD；BF 分别交 CD，CE 于 H、G 点，连接 DG，下列结论：①∠GDH=∠GHD；②△GDH 为正三角形；③EG=CH；④EC=2DG；⑤S△CGH：S△DBH=1：2．其中正确的是

B．2 个

初三相似三角形难题集

①②③ ④ ③④⑤ ⑤ A． B．② ③C． D．① ③

5．如图，在矩形ABCD中，对角线AC，BD相交于点G，E为AD的中点．连接BE交AC于点F，连接FD．若∠BFA=90°，则下列四对三角形：△BEA与△ACD；△FED与△DEB；△CFD与△ABG；△ADF与△CFB，其中相似的有

A． B． C． D． 6．已知：△ABC中，∠ACB=90°，AC=BC，D为BC中点，CF⊥AD．下列结论：①∠ADF=45°；②∠ADC=∠BDF；③AF=2BF；④CF=3DF．

正确的有

A．1个 B．2个C．3个D．4个7．如图所示，△ABC中，点P，Q，R分别在AB，BC，CA边上，且AP=的面积是19cm，则△ABC的面积是

2

，BQ=BC，CR=CA，已知阴影△PQR

A． 38 C． D．4 8．如图，AB为等腰直角△ABC的斜边，O为AB的中点，P为AC延长线上的一个动点，线段PB的垂直平分线交线段OC于点E，D为垂足，当P点运动时，给出下列四个结论： ①E为△ABP的外心；②△PBE为等腰直角三角形； ③PC?OA=OE?PB；④CE+PC的值不变．

B．4

A． 1个 B．2 个 C． 3个 D．4 个 9．如图，D为

初三相似三角形难题集

⊙O 的直径 AB 上任一点，CD⊥AB，若 AD、BD 的长分别等于 a 和 b，则通过比较线段 OC 与 CD 的大小，可以得到关于正数 a 和 b 的一个性质，你认为这个性质是

A． B． C． D． 10．如图，四边形 EFGH 是矩形 ABCD 的内接矩形，且 EF：FG=3：1，AB：BC=2：1，则 tan∠AHE 的值为

A． B． C． D． 11．如图，把矩形纸片 ABCD 沿 EF 折叠，使点 B 落在 AD 边上的点 B′处，点 A 落在点 A′处．设 AE=a，AB=b，BF=c，下列结论：

①B′E=BF；②四边形 B′CFE 是平行四边形；③a+b=c；④△A′B′E∽△B′CD； 其中正确的是

2

2

2

②④ ②③ A． B．①④C． D．①③ 12．如图，O 为矩形 ABCD 的中心，将直角△OPQ 的直角顶点与 O 重合，一条直角边 OP 与 OA 重合，使三角板沿逆时针方向绕点 O 旋转，两条直角边始终与边 BC、AB 相交，交点分别为 M、N．若 AB=4，AD=6，BM=x，AN=y，则 y 与 x 之间的函数图象是

A． B． C． D． 13．如图，ABCD、CEFG 是正方形，E 在 CD 上，直线 BE、DG 交于 H，且 HE?HB=，BD、AF 交于 M，当 E 在线段 CD 上运动时，下列四个结论：①BE⊥GD；②

AF、GD 所夹的锐角为 45°；③GD=；④若 BE 平分∠DBC，则正方形 ABCD 的面积为 4．其中正确的结论个数有

A．1 个 C．3 个 D．4 个　　14．如图，点 O 为正方形 ABCD 的中心，BE 平分∠DBC 交 DC 于点 E，延长 BC 到点 F，使 FC=EC，连接 DF 交 BE 的延长线于点 H，连接 OH 交 DC 于点 G，连接 HC．则以下四个结论中正确结论的个数为

①OH=BF；②∠CHF=45°；③GH=BC；④DH=HE?HB．

2

B．2 个

A． 1 个 B．2 个 C． 3 个 D．4 个　　15．如图，△ABC 与△AFG 是两个全等的等腰直角三角形，∠BAC=∠F=90°，BC 分别与 AF，AG 相交于点 D，E．则图中不全等的相似三角形有

A． 0 对 C． 2 对 D．3 对　　二、填空题 16．如图，在 Rt△ABC 中，AB=BC，∠ABC=90°，点 D 是 AB 的中点，连接 CD，过点 B 作 BG⊥CD，分别交 CD，CA 于点 E，F，与过点 A 且垂直于 AB 的直线相交于点 G，连接 DF，给出以下五个结论：①=

；②∠ADF=∠CDB；③点 F 是 GE 的中点；④AF=

AB；⑤S△ABC=5S△BDF，

B．1 对 其中正确结论的序号是 ＿＿＿＿＿＿ ．

17．如图，直角梯形 ABCD 中，AD∥BC，∠

BAC=∠ADC=90°，AB=AC，CE 平分∠ACB 交 AB 于点 E，F 为 BC 上一点，BF=AE，连接 AF 交 CE 于点 G，连接 DG 交 AC 于点 H．下列结论：

①AF⊥CE；②△ABF∽△DGA；③AF=DH；④.

其中正确的结论有 ＿＿＿＿＿ ．

18．如图，n 个边长为 1 的相邻正方形的一边均在同一直线上，点 M1，M2，M3，…Mn 分别为边 B1B2，B2B3，B3B4，…，BnBn+1 的中点，△B1C1M1 的面积为 S1，△B2C2M2 的面积为 S2，…△BnCnMn 的面积为 Sn，则 Sn=＿＿＿＿＿．

19．如图，在直角梯形 ABCD 中，AD∥BC，∠B=90°，E 为 AB 上一点,且 ED 平分∠ADC,EC 平分∠BCD,则下列结论：①DE⊥EC；②点 E 是 AB 中点；③AD?BC=BE?DE；④CD=AD+BC．其中正确的有 ＿＿＿＿＿ ．

20．如图，在正方形 ABCD 中，点 E、F 分别为 AD、AB 的中点，连接 DF、CE，DF 与 CE 交于点 H，则下列结论：①DF⊥CE；②DF=CE；③=

；④=

．其中正确结论的序号有 ＿＿＿＿＿ ．

21．在直角坐标系中，正方形 A1B1C1O1、A2B2C2C1、…、AnBnCnCn－1 按如图所示的方式放置，其中点 A1、A2、A3、…、An 均在一次函数 y=kx+b 的图象上，点 C1、C2、C3、…、Cn 均在 x 轴上．若点 B1

的坐标为，点 B2 的坐标为，则点 An 的坐标为 ＿＿＿＿＿＿＿＿ ．

22．已知菱形 ABCD 中，对角线 AC=8cm，BD=6cm，在菱形内部任取一点 P，得到△ACP

2

并涂成黑色，使黑色部分的面积大于 6cm 的概率为 ＿＿＿＿＿＿＿＿ ．

23．已知：在面积为 7 的梯形 ABCD 中，AD∥BC，AD=3，BC=4，P 为边 AD 上不与 A、D 重合的一动点，Q 是边 BC 上的任意一点，连接 AQ、DQ，过 P 作 PE∥DQ 交 AQ 于 E，作 PF∥AQ 交 DQ 于 F，则△PEF 面积最大值是 ＿＿＿＿＿＿＿＿ ．

三、解答题

2

24．如图，直线 y=﹣x+3 与 x 轴、y 轴分别交于点 B、点 C，经过 B、C 两点的抛物线 y=x+bx+c 与 x 轴的另一个交点为 A，顶点为 P． 求该抛物线的解析式；

在该抛物线的对称轴上是否存在点 M，使以 C、P、M 为顶点的三角形为等腰三角形？若存在，请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理；

连接 AC，在 x 轴上是否存在点 Q，使以 P、B、Q 为顶点的三角形与△ABC 相似？若存在，请求出点 Q

的坐标；若不存在，请说明理；

当 0＜x＜3 时，在抛物线上求一点 E，使△CBE 的面积有最大值．、图供画图探究）

25．已知菱形 ABCD 的边长为 1．∠ADC=60°，等边△AEF 两边分别交边 DC、CB 于点 E、F．

特殊发现：如图 1，若点 E、F 分别是边 DC、CB 的中点．求证：菱形 ABCD 对角线 AC、BD 交点 O 即为等边△AEF 的外心；

若点 E、F 始终分别在边 DC、CB 上移动．记等边△AEF 的外心为点 P． ①猜想验证：如图 2．猜想△AEF 的外心 P 落在哪一直线上，并加以证明； ②拓展运用：如图 3，当△AEF 面积最小时，过点 P 任作一直线分别交边 DA 于点 M，交边 DC 的延长线于点 N，试判断

是否为定值？若是，请求出该定值；若不是，请说明理．

26．情境观察

将矩形 ABCD 纸片沿对角线 AC 剪开，得到△ABC 和△A′C′D，如图 1 所示．将△A′C′D 的顶点 A′与点 A 重合，并绕点 A 按逆时针方向旋转，使点 D、A、B 在同一条直线上，如图 2 所示．观察图 2 可知：与 BC 相等的线段是 ＿＿＿＿＿＿，∠CAC′＝ ＿＿＿＿＿＿°．

问题探究 如图 3，△ABC 中，AG⊥BC 于点

G，以 A 为直角顶点，分别以 AB、AC 为直角边，向△ABC 外作等腰 Rt△ABE 和等腰 Rt△ACF，过点 E、F 作射线 GA 的垂线，垂足分别为 P、Q．试探究 EP 与 FQ 之间的数量关系，并证明你的结论． 拓展延伸 如图 4，△ABC 中，AG⊥BC 于点 G，分别以 AB、AC 为一边向△ABC 外作矩形 ABME 和矩形 ACNF，射线 GA 交 EF 于点 H．若 AB=kAE，AC=kAF，试探究 HE 与 HF 之间的数量关系，并说明理．

27．如图 1，在等边△ABC 中，点 D 是边 AC 的中点，点 P 是线段 DC 上的动点，连接 BP．将△ABP 绕点 P 按顺时针方向旋转α角，得到△A1B1P，连接 AA1，射线 AA1 分别交射线 PB、射线 B1B 于点 E、F． 如图 1，当 0°＜α＜60°时，在α角变化过程中，△BEF 与△AEP 始终存在 __________ 关系，并说明理； 如图 2，设∠ABP=β．当 60°＜α＜180°时，在α角变化过程中，是否存在△BEF 与△AEP 全等？若存在，求出α与β之间的数量关系；若不存在，请说明理；

如图 3，当α=60°时，点 E、F 与点 B 重合．已知 AB=4，设 DP=x，△A1BB1 的面积为 S，求 S 关于 x 的函数关系式．

28．如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，AD 和过 C 点的切线互相垂直，垂足为 D． 求证：AC 平分∠DAB；

过点 O 作线段 AC 的垂线 OE，垂足为 E；

若 CD=4，AC=4，求垂线段 OE 的长.

29．如图，BD 为⊙O 的直径，AB=AC，AD 交 BC 于点 E，AE=2，ED=4， 求证：△ABE∽△ADB； 求 AB 的长；

延长 DB 到 F，使得 BF=BO，连接 FA，试判断直线 FA 与⊙O 的位置关系，并说明理由.

30．如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为，△AOB 的面积是． 求点 B 的坐标；

求过点 A、O、B 的抛物线的解析式；

在中抛物线的对称轴上是否存在点 C，使△AOC 的周长最小？若存在，求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由；

在中 x 轴下方的抛物线上是否存在一点 P，过点 P 作 x 轴的垂线，交直线 AB 于点 D，线段 OD 把△AOB 分成两个三角形，使其中一个三角形面积与四边形 BPOD 面积比为 2：3？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

【章节训练】第 27 章 相似-8

参考答案与试题解析

一、选择题 1．梯形 ABCD 中 AB∥CD，∠ADC+∠BCD=90°，以 AD、AB、BC 为斜边向外作等腰直角三角形，其面积分别是 S1、S2、S3，且 S1+S3=4S2，则 CD=

A． B．3 AB 考点：勾股定理；等腰直角三角形；相似三角形的判定与性质． 专题：

初三相似三角形难题集

计算题；证明题；压轴题． 分析： 过点 B 作 BM∥AD，根据 AB∥CD，求证四边形 ADMB 是平行四边形，再利用∠ADC+∠BCD=90°，求证△MBC 为 Rt△，再利用勾股定理得出 MC2=MB2+BC2，在利用相似三角形面积的比等于相似比的平方求出 MC 即可． 解答： 解：过点 B 作 BM∥AD， ∵AB∥CD，∴四边形 ADMB 是平行四边形， ∴AB=DM，AD=BM， 又∵∠ADC+∠BCD=90°， ∴∠BMC+∠BCM=90°， 即△MBC

C．3 .5AB

D．4 AB

4．如图，正方形 ABCD 中，在 AD 的延长线上取点 E、F，使 DE=AD，DF=BD；BF 分别交 CD，CE 于 H、G 点，连接 DG，下列结论：①∠GDH=∠GHD；②△GDH 为正三角形；③EG=CH；④EC=2DG；⑤S△CGH：S△DBH=1：2．其中正确的是

①②③ A． 考点： ④ B．② ③正方形的性质；相似三角形的性质． 压轴题． 本题为选择题，做选择题是要有技巧，像排除法，假设法都可以用，先看选项因为都有③选项故③可作为已知条件求解， △DHB∽△CHG 根据面积比等于相似比的平③④⑤ C． ⑤ D．① ③专题： 分析： 方可得 S△CGH：S△DBH=1：2 故选项有⑤， 然后再看①④中间哪个正确，先看①过 G 作 GO⊥CD 于 O，设正方形边长为 1，

则，可求得 CH===OC=－=，=所以，

OD=1，又

==所，以 DH=DO=DH－OH=1－，可解答：得 DO=OH，△DGH 为等腰三角形，∠GDH=∠GHD，①正确．解：∵选项都有③，故可确定 EG=CH．　题意可得四边形 BCED 为平行四边形，进而推出△DHB∽△CHG，==，　∵面积比等于相似比的平方 ∴S△CGH：S△DBH=1：2．　先看①设正方形边长为 1．则=求得 CH===OD=1－=H===，=所以，又∴D．DO=可=DH－OH=1－∴可得

DO=OH，△DGH 为等腰三角形，即得∠GDH=∠GHD，①正确故选 D．点评：本题考查的知识点比较多，正方形四边相等的性质及等腰三角形两底角相等的性质，面积比等于相似比的平方，相似三角形的比例关系要熟练掌握，另外还要掌握做选择题的一些方法，可是选择题的解答即快又准．　5．如图，在矩形 ABCD 中，对角线 AC，BD 相交于点 G，E 为 AD 的中点．连接 BE 交 AC 于点 F，连接 FD．若∠BFA=90°，则下列四对三角形：△BEA 与△ACD；△FED 与△DEB；△CFD 与△ABG；△ADF 与△CFB，其中相似的有

A．　B．　考点：矩形的性质；相似三角形的判定与性质．专题：计算题；压轴题．分析：根据题意，分别寻找各对三角形相似的条件，运用判定方法判断．∠EFC=∠ADC=90°　C．　D．

∴∠DCA+∠FED=180°　∵∠FED+∠AEB=180°　∴∠AEB=

∠DCA，∠CDA=∠DAB=90° ∵∠DAC=∠ABE∴△

BEA∽△ACD．再利用相似三角形相似的判定证明△FED 与△DEB，△CFD 与△ABG 相似，而不成立．解：∵矩形 ABCD，∴∠EAB=∠CDA=90°，∴∠BAF+∠CAD=90°，又∠BFA=90°，∴∠BAF+∠ABF=90°，∴∠CAD=∠ABF，∴△BEA 与△ACD 相似；故此选项正确；△FED 与△DEB 相似．理：DE=AE=EF?EB，∠DEF=∠BED；故此选项正确；△CFD 与△ABG 相似．理：∠CDF=90°－∠EDF，∠AGB=90°－∠EBG，的结论得：∠EDF=∠EBD，故∠CDF=∠AGB；∵AB∥CD，∴∠DCF=∠BAG；故此选项正确；22 解答：

△ADF 与△CFB 不具备相似条件．故选 D．点评：本题主要考查了三角形相似的判定． 6．已知：△ABC 中，∠ACB=90°，AC=BC，D 为 BC 中点，CF⊥AD．下列结论：①∠ADF=45°；②∠ADC=∠BDF；③AF=2BF；④CF=3DF．

正确的有

A． 1 个 考点： B．2 个 相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；等腰三角形的性质． C． 3 个 D．4 个 专题： 分析： 解答： 压轴题． 根据已知对结论进行分析，从而得到答案． 解：作 BG⊥CG，交 CF 的延长线于点 G， ∵∠CGB=90°，CF⊥AD ∴∠1=∠2 ∵AC=BC ∴△ACD≌△CBG ∴CD=BG，∠CDA=∠CBG ∵CD=BD ∴BG=BD ∵∠3=∠4，BF=BF ∴△BFG≌△BFD ∴∠FGB=∠FDB ∴∠