

# 黄山市 2024 届高中毕业班第一次质量检测

## 数学试题 (答案在最后)

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 写在试卷上无效.
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 不按以上要求作答的答案无效.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B$  ( )

- A.  $\{1, 2, 4\}$                       B.  $\{1, 3\}$                       C.  $\{1, 4, 5\}$                       D.  $\{1, 2, 4, 5\}$

2. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px$  的焦点为  $F(\frac{1}{2}, 0)$ , 则  $p$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$                                   B.  $\frac{1}{2}$                                   C. 1                                      D. 2

3. 已知  $\{a_n\}$  是以  $q$  为公比的等比数列,  $a_3 = a_1 + 2$ ,  $a_6 = a_4 + 16$ , 则  $q$  ( )

- A. 2                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 5

4. 已知  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ,  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ , 则  $\cos(\alpha + \beta)$  ( )

- A.  $\frac{1}{5}$                                   B.  $\frac{1}{5}$                                   C.  $\frac{18}{25}$                                   D.  $\frac{23}{25}$

5. 2024 年是安徽省实施“3+1+2”选科方案后的第一年新高考, 该方案中的“2”指的是从政治、地理、化学、生物 4 门学科中任选 2 门, 假设每门学科被选中的可能性相等, 那么化学和地理至少有一门被选中的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{6}$                                       B.  $\frac{1}{2}$                                       C.  $\frac{2}{3}$                                       D.  $\frac{5}{6}$

6. 已知向量  $a, b$ , 满足  $|2a - b| = 2\sqrt{3}$ ,  $|a| = 1$ ,  $|b| = 2$ , 则向量  $a, b$  的夹角为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{5\pi}{6}$

7. 过点  $(0, 3)$  与圆  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  相切的两条直线的夹角为  $\theta$ ，则  $\sin \theta =$  ( )

- A.  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$                       B.  $1$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

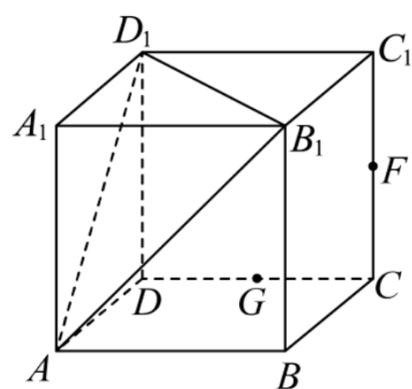
8. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，过点  $F_1$  与双曲线  $C$  的一条渐近线平行的直线  $l$  交

$C$  于  $M$ ，且  $|F_2 M| = |F_1 M|$ ，当  $a \in (2, 4)$  时，双曲线  $C$  离心率的最大值为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{21}}{3}$                       C.  $2$                       D.  $\sqrt{5}$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 如图，已知正方体  $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ ，点  $E, F, G$  分别为棱  $BC, CC_1, CD$  的中点，下列结论正确的有 ( )



- A.  $AE$  与  $D_1 F$  共面                      B. 平面  $AB_1 D_1 \parallel$  平面  $GFE$
- C.  $AE \perp EF$                       D.  $BF \parallel$  平面  $AB_1 D_1$

10. 下列说法正确的有 ( )

- A. 若线性相关系数  $|r|$  越接近 1，则两个变量的线性相关性越强
- B. 若随机变量  $X \sim N(1, 2)$ ， $P(X > 5) = 0.75$ ，则  $P(X < 3) = 0.25$
- C. 若样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的方差为 3，则数据  $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_n - 1$  的方差为 18
- D. 若事件  $A, B$  满足  $P(A) > 0, P(B) > 0, P(B|A) = P(B)$ ，则有  $P(A|B) = P(A)$

11. 已知函数  $f(x)$  及其导函数  $f'(x)$  的定义域均为  $\mathbb{R}$ ，记  $g(x) = f'(x)$ 。若  $f(x)$  满足  $f(2+3x) = f(3-x)$ ， $g(x+2)$  的图象关于直线  $x=2$  对称，且  $g(0) = 1$ ，则 ( )

A.  $f(x)$  是奇函数

B.  $g(1) = 0$

C.  $f(x) = f(x+4)$

D.  $\sum_{k=1}^{2024} g\left(\frac{k}{2}\right) = 0$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 若复数  $\frac{1+ai}{2-i}$  为纯虚数，则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

13.  $2x-1(1-x)^9$  的展开式中  $x^5$  的系数为\_\_\_\_\_.

14. 记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，其外接圆半径为  $2\sqrt{3}$ ，且  $\cos 2B = 2 - 5\cos A - C$ ，则角  $B$  大小为\_\_\_\_\_，若点  $D$  在边  $AC$  上， $DC = 2AD$ ， $BD = 2$ ，则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

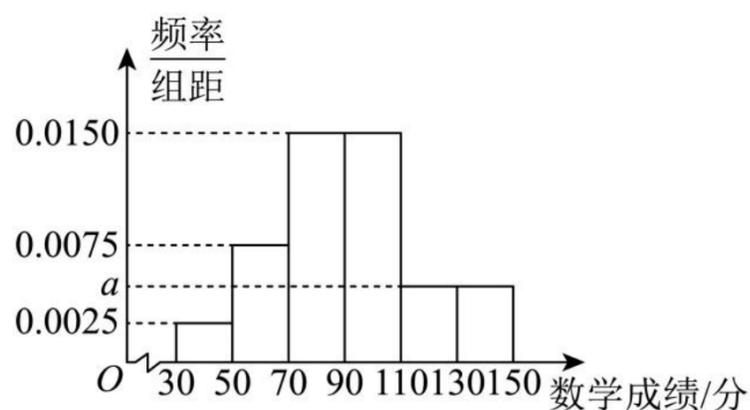
四、解答题：本题共 5 小逐，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知函数  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4ax + a^2 \ln x$  在  $x = 1$  处取得极大值.

(1) 求  $a$  的值;

(2) 求  $f(x)$  在区间  $\left[\frac{1}{e}, e\right]$  上的最大值.

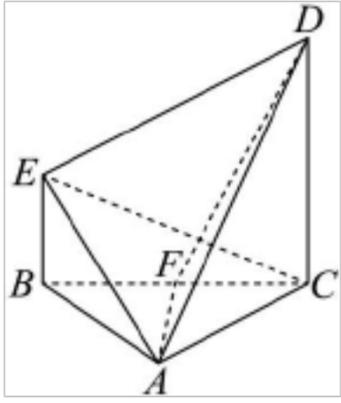
16. 某校高三年级 1000 名学生的高考适应性演练数学成绩频率分布直方图如图所示，其中成绩分组区间是  $30, 50$ 、 $50, 70$ 、 $70, 90$ 、 $90, 110$ 、 $110, 130$ 、 $130, 150$ .



(1) 求图中  $a$  的值，并根据频率分布直方图，估计这 1000 名学生的这次考试数学成绩的第 85 百分位数;

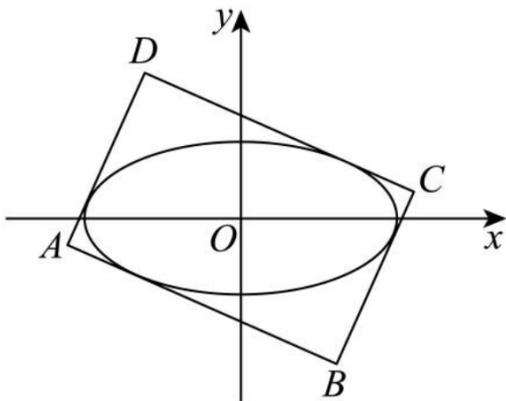
(2) 从这次数学成绩位于  $50, 70$ 、 $70, 90$  的学生中采用比例分配的分层随机抽样的方法抽取 9 人，再从这 9 人中随机抽取 3 人，该 3 人中成绩在区间  $70, 90$  的人数记为  $X$ ，求  $X$  的分布列及数学期望.

17. 如图，四棱锥  $A-BCDE$ ， $AB = BC = AC = CD = 2BE = 2$ ， $BE \parallel CD$ ， $\angle BCD = \frac{\pi}{2}$ ，平面  $ABC \perp$  平面  $BCDE$ ， $F$  为  $BC$  中点.



- (1) 证明：平面 AEC  $\perp$  平面 AFD ；  
 (2) 求平面 AED 与平面 AFD 夹角的正弦值.

18. 设点  $F_1(-c, 0)$ 、 $F_2(c, 0)$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$  的左、右焦点，P 为椭圆 C 上任意一点，且  $|PF_1| \cdot |PF_2|$  的最小值为 2.



- (1) 求椭圆 C 的方程；  
 (2) 求椭圆 C 的外切矩形 ABCD 的面积 S 的最大值.

19. 随着信息技术的快速发展，离散数学的应用越来越广泛. 差分和差分方程是描述离散变量变化的重要工具，并且有广泛的应用. 对于数列  $\{a_n\}$ ，规定  $\Delta a_n$  为数列  $\{a_n\}$  的一阶差分数列，其中

$$\Delta a_n = a_{n+1} - a_n, n \in \mathbb{N}^*, \text{ 规定 } \Delta^2 a_n \text{ 为数列 } \{a_n\} \text{ 的二阶差分数列，其中 } \Delta^2 a_n = \Delta a_{n+1} - \Delta a_n, n \in \mathbb{N}^* .$$

- (1) 数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = n^3, n \in \mathbb{N}^*$ ，试判断数列  $\{\Delta a_n\}$ ， $\{\Delta^2 a_n\}$  是否为等差数列，请说明理由？  
 (2) 数列  $\{\log_a b_n\}$  是以 1 为公差的等差数列，且  $a > 2$ ，对于任意的  $n \in \mathbb{N}^*$ ，都存在  $m \in \mathbb{N}^*$ ，使得  $\Delta^2 b_n = b_m$ ，求  $a$  的值；  
 (3) 各项均为正数的数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $\{\Delta c_n\}$  为常数列，对满足  $m = n - 2t$ ， $m > n$  的任意正整数  $m, n, t$  都有  $c_m < c_n$ ，且不等式  $S_m < S_n < S_t$  恒成立，求实数  $\lambda$  的最大值.

# 黄山市 2024 届高中毕业班第一次质量检测

## 数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 写在试卷上无效.
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 不按以上要求作答的答案无效.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap \complement_U B =$  ( )

- A.  $\{1, 2, 4\}$                       B.  $\{1, 3\}$                       C.  $\{1, 4, 5\}$                       D.  $\{1, 2, 4, 5\}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用集合并集、补集的混合运算进行计算即可得出结果.

【详解】根据题意由  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$  可得  $\complement_U B = \{4, 5\}$ ,

又  $A = \{1, 4\}$ , 所以  $A \cap \complement_U B = \{1, 4, 5\}$ .

故选: C

2. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px$  的焦点为  $F(\frac{1}{2}, 0)$ , 则  $p$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D. 2

【答案】C

【解析】

【分析】由抛物线标准方程可得焦点坐标, 可求得  $p$  的值.

【详解】根据抛物线  $C: y^2 = 2px$  的标准方程可得焦点坐标为  $(\frac{p}{2}, 0)$ ,

即  $\frac{p}{2} = \frac{1}{2}$ , 可得  $p = 1$ .

故选: C

3. 已知  $a_n$  是以  $q$  为公比的等比数列,  $a_3 = a_1 + 2$ ,  $a_6 = a_4 + 16$ , 则  $q =$  ( )

- A. 2                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 5

【答案】A

【解析】

【分析】根据等比数列的基本性质可得出关于实数  $q$  的等式, 解之即可.

【详解】因为数列  $a_n$  是以  $q$  为公比的等比数列, 且  $a_3 = a_1 + 2$ ,  $a_6 = a_4 + 16$ ,

则  $a_6 = a_4 + a_3 q^3 = a_1 q^3 + a_1 q^3 = 2q^3 = 16$ , 解得  $q = 2$ .

故选: A.

4. 已知  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ,  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ , 则  $\cos(\alpha - \beta) =$  ( )

- A.  $\frac{1}{5}$                                       B.  $\frac{1}{5}$                                       C.  $\frac{18}{25}$                                       D.  $\frac{23}{25}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用两角差的余弦公式可得出  $\cos(\alpha - \beta)$  的值, 再利用两角和的余弦公式可求得  $\cos(\alpha + \beta)$  的值.

【详解】因为  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ,  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ , 所以  $\cos \alpha = \frac{2}{5}$ ,  $\sin \beta = \frac{4}{5}$ .  
解得  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$ . 因此,  $\cos(\alpha - \beta) = \frac{2}{5}$ .

故选: B.

5. 2024 年是安徽省实施 “3 + 1 + 2” 选科方案后的第一年新高考, 该方案中的 “2” 指的是从政治、地理、化学、生物 4 门学科中任选 2 门, 假设每门学科被选中的可能性相等, 那么化学和地理至少有一门被选中的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{6}$                                       B.  $\frac{1}{2}$                                       C.  $\frac{2}{3}$                                       D.  $\frac{5}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】分别计算出任选两门的种类数, 再得出化学和地理都没有被选中的情况, 即可得出结果.

【详解】依题意从从政治、地理、化学、生物 4 门学科中任选 2 门共有  $C_4^2 = 6$  种情况,

其中化学和地理都没有被选中共有  $C_2^2 = 1$  种,

因此化学和地理至少有一门被选中的概率是  $P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ .

故选: D

6. 已知向量  $a, b$ , 满足  $|2a - b| = 2\sqrt{3}, |a| = 1, |b| = 2$ , 则向量  $a, b$  的夹角为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{5\pi}{6}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 由平面向量运算律根据模长可得  $a \cdot b = 1$ , 再由数量积定义可得夹角为  $\frac{\pi}{3}$ .

【详解】 根据题意由  $|2a - b| = 2\sqrt{3}$  可得  $|2a - b|^2 = 4a^2 + b^2 - 4a \cdot b = 12$ ,

又  $|a| = 1, |b| = 2$ , 可得  $a \cdot b = 1$ ,

设向量  $a, b$  的夹角为  $\theta$ ,  $\theta \in [0, \pi]$ , 所以  $a \cdot b = |a||b|\cos\theta = 1 \cdot 2\cos\theta = 1$ ,

可得  $\cos\theta = \frac{1}{2}$ , 即  $\theta = \frac{\pi}{3}$ .

故选: B

7. 过点  $P(0, 3)$  与圆  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  相切的两条直线的夹角为  $\theta$ , 则  $\sin\theta =$  ( )

- A.  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$                       B. 1                      C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$

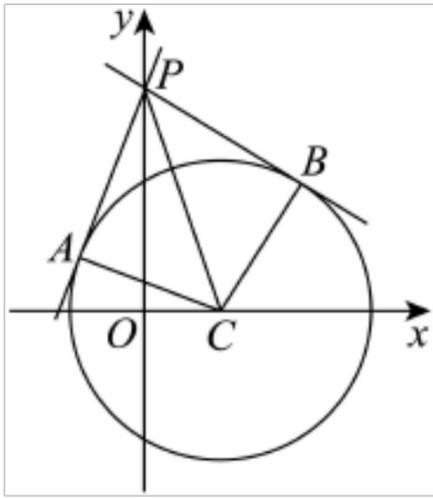
【答案】 A

【解析】

【分析】 记点  $P(0, 3)$ , 记切点分别为  $A, B$ , 求出圆心  $C$  的坐标, 证明出  $\triangle PAC \cong \triangle PBC$ , 可得出  $\angle APC = \angle BPC$ , 设  $\angle APC = \angle BPC = \alpha$ , 求出  $\sin\alpha$  的值, 利用同角三角函数的基本关系结合二倍角的正弦公式可求得  $\sin\theta$  的值.

【详解】 圆  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  的标准方程为  $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ , 圆心为  $C(1, 0)$ , 半径为 2,

记点  $P(0, 3)$ , 记切点分别为  $A, B$ , 如下图所示:



由切线长定理可得  $|PA| = |PB|$ ，又因为  $|PC| = |PC|$ ， $|CA| = |CB|$ ，

所以， $\triangle PAC \cong \triangle PBC$ ，所以， $\angle APC = \angle BPC$ ，

设  $\angle APC = \angle BPC = \alpha$ ，由圆的几何性质可得  $AC \perp PA$ ，

则  $|PC| = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ，所以， $\sin \alpha = \frac{|AC|}{|PC|} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$ ，

由图可知， $\alpha$  为锐角，则  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{10}{25}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$ ，

所以， $\sin \angle APB = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{5} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ ，故  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ 。

故选：A.

8. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，过点  $F_1$  与双曲线  $C$  的一条渐近线平行的直线  $l$  交

$C$  于  $M$ ，且  $|F_2M| = |F_1M|$ ，当  $a \in (2, 4)$  时，双曲线  $C$  离心率的最大值为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{21}}{3}$                       C. 2                      D.  $\sqrt{5}$

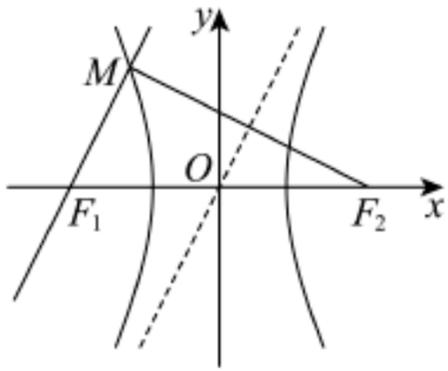
**【答案】** D

**【解析】**

**【分析】** 根据渐近线方程求出直线  $l$  的方程为  $y = \frac{b}{a}x + c$ ，可求得  $M(\frac{a^2 - c^2}{2c}, \frac{b^3}{2ac})$ ，再由双曲线定

义利用  $a \in (2, 4)$  即可求得双曲线  $C$  离心率的最大值为  $\sqrt{5}$ 。

**【详解】** 如下图所示：



不妨取渐近线方程为  $y = \frac{b}{a}x$ ，又易知  $F_1(-c, 0)$ ，

则直线  $l$  的方程为  $y = \frac{b}{a}x - c$ ，

联立直线  $l$  与双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，可得  $M\left(\frac{a^2 - c^2}{2c}, \frac{b^3}{2ac}\right)$ ，

所以  $|F_1M| = \sqrt{c^2 + \frac{a^2 - c^2}{2c}^2 + \frac{b^3}{2ac}^2} = \sqrt{\frac{b^2}{2c} + \frac{b^3}{2ac}} = \frac{\sqrt{a_2b_4 - b_6}}{2ac} = \frac{b_2c}{2ac} = \frac{b_2}{2a}$ ；

且  $|F_2M| = |F_1M|$ ，由双曲线定义可得  $|F_2M| - |F_1M| = 1 - |F_1M| = 2a$ ，

当  $2, 4$  时，可得  $1 - \frac{4a^2}{b^2} = \frac{4a^2}{c^2 - a^2} - \frac{4}{e^2 - 1} = 1, 3$ ，

所以  $e^2 = 1 + \frac{4}{3}, 4$ ，解得  $\frac{\sqrt{21}}{3} < e < \sqrt{5}$ ；

因此双曲线  $C$  离心率的最大值为  $\sqrt{5}$ 。

故选：D

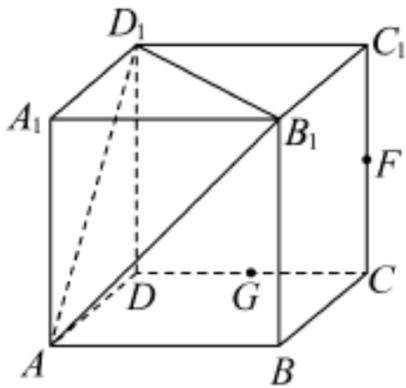
【点睛】关键点睛：本题关键在于利用双曲线定义结合  $|F_2M| - |F_1M|$ ，表示出  $|F_1M|$  的长度再利用

$2, 4$  建立不等式即可解得离心率的取值范围。

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 如图，已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ，点 E、F、G 分别为棱 BC、CC<sub>1</sub>、CD 的中点，下列结论正

确的有 ( )



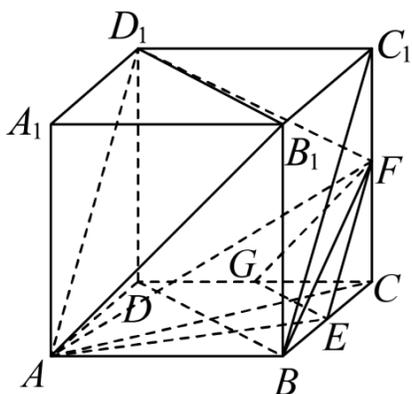
- A.  $AE$  与  $D_1F$  共面  
 B. 平面  $AB_1D_1$  // 平面  $GFE$   
 C.  $AE \perp EF$   
 D.  $BF \perp$  平面  $AB_1D_1$

【答案】AB

【解析】

【分析】证明出  $EF \parallel AD_1$ ，可判断 A 选项；利用面面平行的判定定理可判断 B 选项；利用勾股定理可判断 C 选项；利用反证法可判断 D 选项.

【详解】如下图所示：



对于 A 选项，连接  $BC_1$ ，

在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $AB \parallel C_1D_1$  且  $AB = C_1D_1$ ，

所以，四边形  $ABC_1D_1$  为平行四边形，则  $BC_1 \parallel AD_1$ ，

因为 E、F 分别为 BC、 $CC_1$  的中点，则  $EF \parallel BC_1$ ，故  $EF \parallel AD_1$ ，

所以， $AE$  与  $D_1F$  共面，A 对；

对于 B 选项，因为  $BB_1 \parallel DD_1$  且  $BB_1 = DD_1$ ，所以，四边形  $BB_1D_1D$  为平行四边形，

则  $BD \parallel B_1D_1$ ，

又因为 E、G 分别为 BC、CD 的中点，则  $EG \parallel BD$ ，所以， $EG \parallel B_1D_1$ ，

因为  $EG \notin$  平面  $AB_1D_1$ ， $B_1D_1 \in$  平面  $AB_1D_1$ ，所以， $EG \parallel$  平面  $AB_1D_1$ ，

同理可证  $EF \parallel$  平面  $AB_1D_1$ ,

因为  $EF \cap EG = E$ ,  $EF, EG \subset$  平面  $EFG$ , 所以, 平面  $EFG \parallel$  平面  $AB_1D_1$ , B 对;

对于 C 选项, 不妨设  $ABCD$  的棱长为 2, 则  $AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$ ,

$EF = \sqrt{CE^2 + CF^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ ,  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$ ,

因为  $CC_1 \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AC \subset$  平面  $ABCD$ , 则  $CC_1 \perp AC$ ,

所以,  $AF = \sqrt{AC^2 + CF^2} = \sqrt{8 + 1} = 3$ ,

所以,  $AE^2 + EF^2 \neq AF^2$ , 故  $AE, EF$  不垂直, C 错;

对于 D 选项, 假设  $BF \parallel$  平面  $AB_1D_1$ ,

又因为  $EF \parallel$  平面  $AB_1D_1$ ,  $EF \cap BF = F$ ,  $EF, BF \subset$  平面  $BB_1C_1C$ ,

所以, 平面  $BB_1C_1C \parallel$  平面  $AB_1D_1$ ,

事实上, 平面  $BB_1C_1C$  与平面  $AB_1D_1$  不平行, 假设不成立, D 错.

故选: AB.

10. 下列说法正确的有 ( )

A. 若线性相关系数  $|r|$  越接近 1, 则两个变量的线性相关性越强

B. 若随机变量  $X \sim N(1, 2)$ ,  $P(X > 5) = 0.75$ , 则  $P(X < 3) = 0.25$

C. 若样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_{24}$  的方差为 3, 则数据  $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{24} - 1$  的方差为 18

D. 若事件 A、B 满足  $P(A) > 0, P(B) > 0, P(B|A) = P(B)$ , 则有  $P(A|B) = P(A)$

【答案】 ABD

【解析】

【分析】利用线性相关系数与线性相关性之间的关系可判断 A 选项; 利用正态分布的对称性可判断 B 选项; 利用方差的性质可判断 C 选项; 利用条件概率公式可判断 D 选项.

【详解】对于 A 选项, 若线性相关系数  $|r|$  越接近 1, 则两个变量的线性相关性越强, A 对;

对于 B 选项, 若随机变量  $X \sim N(1, 2)$ ,  $P(X > 5) = 0.75$ ,

则  $P(X < 3) = P(X > 5) = 1 - P(X > 5) = 1 - 0.75 = 0.25$ , B 对;

对于 C 选项, 若样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_{24}$  的方差为 3,

则数据  $2x_1 - 1$ 、 $2x_2 - 1$ 、 $\dots$ 、 $2x_{24} - 1$  的方差为  $2^2 \times 3 = 12$ ，C 错；

对于 D 选项，若事件 A、B 满足  $P(A) > 0$ ， $P(B) > 0$ ， $P(B|A) = P(B)$ ，

由条件概率公式可得  $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = P(B)$ ，则  $P(AB) = P(A)P(B)$ ，

因此， $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A)$ ，D 对。

故选：ABD。

11. 已知函数  $f(x)$  及其导函数  $f'(x)$  的定义域均为  $\mathbb{R}$ ，记  $g(x) = f(x)$ 。若  $f(x)$  满足  $f(2+3x) = f(3x)$ ， $g(x+2)$  的图象关于直线  $x=2$  对称，且  $g(0) = 1$ ，则 ( )

A.  $f(x)$  是奇函数

B.  $g(1) = 0$

C.  $f(x) = f(x+4)$

D.  $\lim_{k \rightarrow 1} g\left(\frac{k}{2}\right) = 0$

【答案】BCD

【解析】

【分析】推导出函数  $g(x)$  的奇偶性，设  $h(x) = f(x) - f'(x)$ ，利用导数推导出  $h(x) = f(x) - f'(x)$  为常值函数，结合函数奇偶性的定义可判断 A 选项；推导出  $g(x+2) = g(x)$ ，令  $x = -1$  代值计算可判断 B 选项；由  $f(x) = f(x+4)$ 、 $f(x+2) = f(x)$  推导可判断 C 选项；求出  $\lim_{k \rightarrow 1} g\left(\frac{k}{2}\right)$  的值，结合函数的周期性可判断 D 选项。

【详解】对于 A 选项，因为函数  $g(x+2)$  的图象关于直线  $x=2$  对称，

则  $g(2+x) = g(2-x)$ ，

即  $g(x) = g(x)$ ，所以，函数  $g(x)$  为偶函数，

又因为  $g(x) = f(x)$ ，则  $f(x) = f(x)$ ，

令  $h(x) = f(x) - f'(x)$ ，则  $h(x) = f(x) - f'(x) = 0$ ，所以， $h(x)$  为常值函数，

设  $h(x) = f(x) - f'(x) = C$ ，其中  $C$  为常数，

当  $C \neq 0$  时， $f(x) = C + f'(x) = f(x)$ ，此时，函数  $f(x)$  不是奇函数，A 错；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/147011043001010005>