

---

# 建筑力学与结构



# 第七章 杆件的应力与强度计算

## 7.1 应力的概念

只知道内力的大小，还不能判断杆件是否会因强度不足而破坏。例如，两根材料相同、横截面面积不同的杆件，同时受逐渐增加且增速相同的轴向拉力作用，截面面积小的杆件必定先被拉断。这说明拉杆的强度不仅与内力大小有关，而且还与杆件的横截面面积有关，所以必须研究横截面上的应力。

应力是指截面上分布内力的集度。

$$P_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

应力  $p$  是一个矢量，一般既不  
与截面垂直，也不与截面相切。  
通常将它分解为与截面垂直的分  
量  $\sigma$  和与截面相切的分量  $\tau$ 。 $\sigma$  称为  
正应力， $\tau$  称为切应力。

应力的单位为 Pa (帕)， $1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$ 。

$1\text{kPa}=10^3\text{Pa}$ ， $1\text{MPa}=10^6\text{Pa}=1\text{N}/\text{mm}^2$ ， $1\text{GPa}=10^9\text{Pa}$ 。

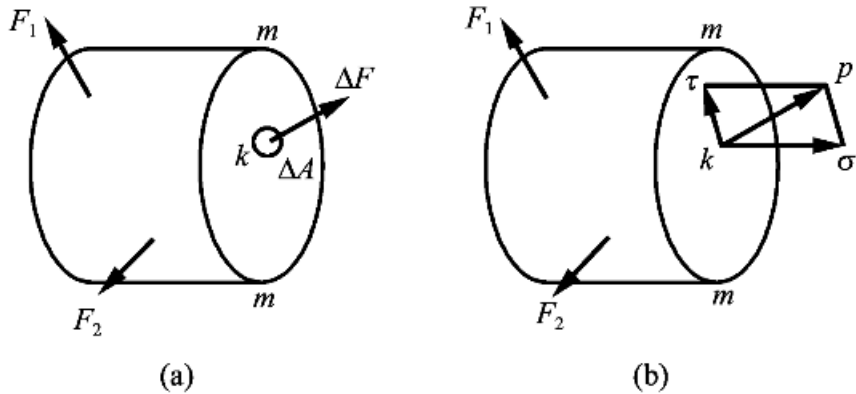


图7-1 应力

## 第七章 杆件的应力与强度计算

### 7.2 材料在拉伸与压缩时的力学性能

## 1. 低碳钢拉伸时的力学性能

标准试样：

试验段直径为 $d$ 的圆形截面试样

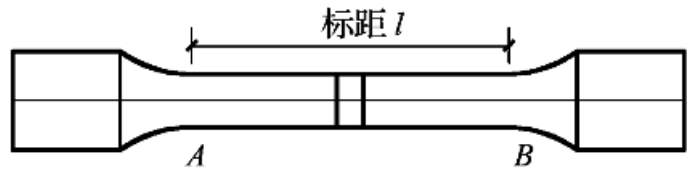
$$l = 10d \quad \text{或} \quad l = 5d$$

试验段横截面面积为 $A$ 的矩形截面试样

$$l = 11.3\sqrt{A} \quad \text{或} \quad l = 5.65\sqrt{A}$$



(a)圆形截面试样



(b)矩形截面试样

(1) 拉伸试验与-曲线

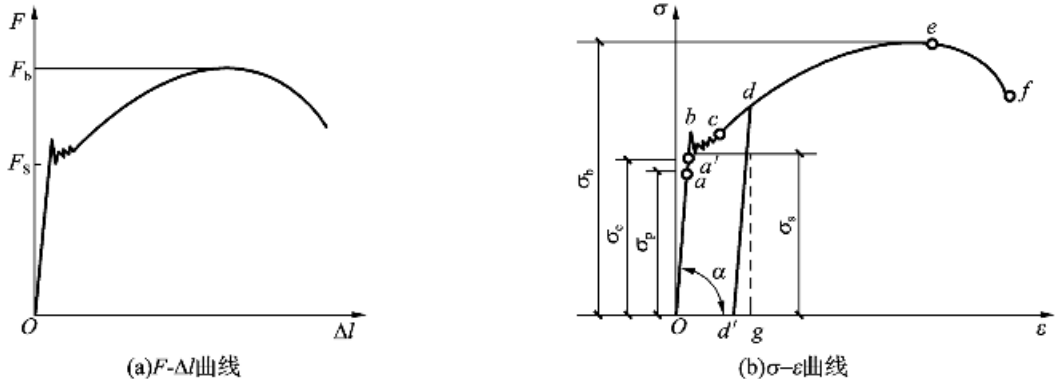


图7-3 低碳钢拉伸时的力学性能

## (2) 拉伸过程中的四个阶段

### 1) 线弹性阶段

$$\tan \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E \quad \sigma = E\varepsilon$$

直线段最高点a所对应的应力称为比例极限，用 $\sigma_p$ 表示。



## 2) 屈服阶段

屈服极限  $\sigma_s$  是衡量材料强度的重要指标。

Q235钢材的屈服点  $\sigma_s \approx 235\text{MPa}$ 。

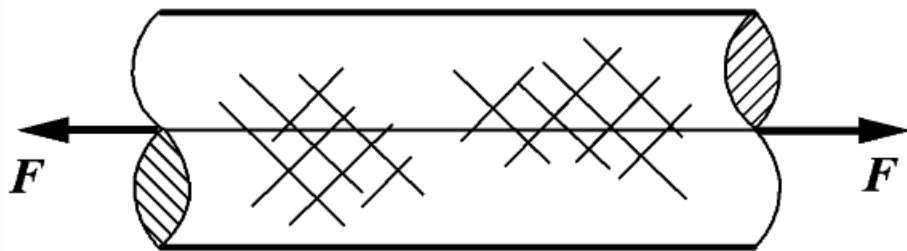


图7-4 试样表面出现滑移线

### 3) 强化阶段

材料拉断前所能承受的最大应力，称为抗拉强度或强度极限，用  $\sigma_b$  表示

Q235钢材的强度极限  $\sigma_b \approx 400\text{MPa}$ 。

## 4) 颈缩阶段



图7-5 颈缩现象

四个阶段：

弹性、屈服、强化与颈缩。

三个特征点：

比例极限  $\sigma_p$ 、屈服点  $\sigma_s$  和抗拉强度  $\sigma_b$ 。

### (3) 材料的塑性指标

#### 1) 伸长率

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%$$

伸长率5%的材料称为塑性材料，如低碳钢、铜、铝等；伸长率5%的材料称为脆性材料，如铸铁、混凝土、砖石等。

#### 2) 断面收缩率

$$\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$$

## (4) 卸载规律与冷作硬化

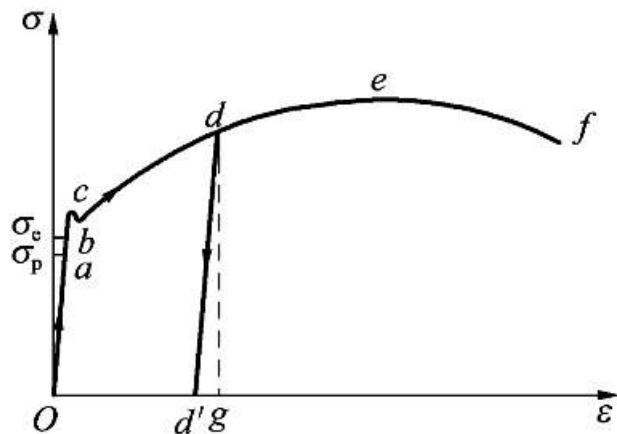
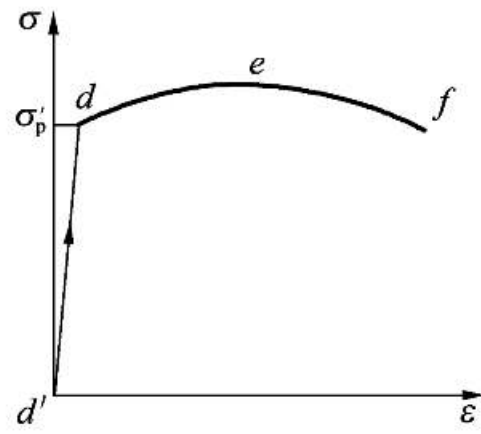
(a) 卸载过程 $\sigma$ - $\varepsilon$ 曲线(b) 卸载后在短期内再加载 $\sigma$ - $\varepsilon$ 曲线

图7-6 卸载规律和冷作硬化

## 2. 铸铁拉伸时的力学性能

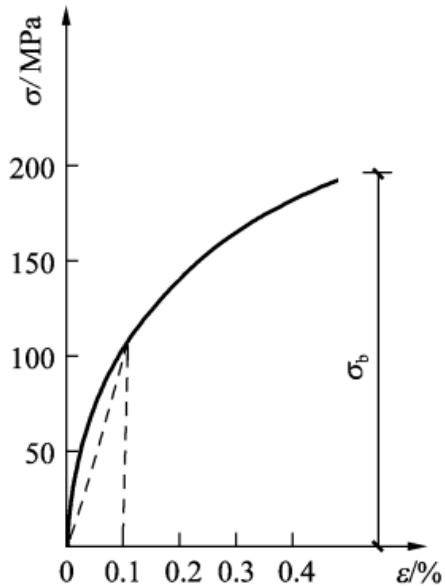


图7-7 铸铁拉伸时的 $\sigma$ - $\varepsilon$ 曲线

### 3. 材料压缩时的力学性能

#### (1) 低碳钢的压缩试验

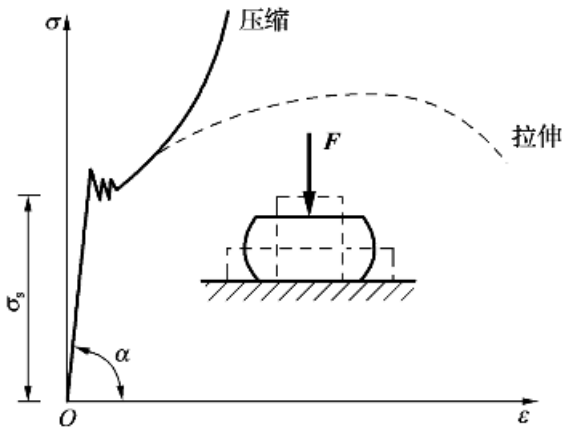


图7-8 低碳钢压缩时的 $\sigma$ - $\epsilon$ 曲线

#### (2) 铸铁的压缩试验

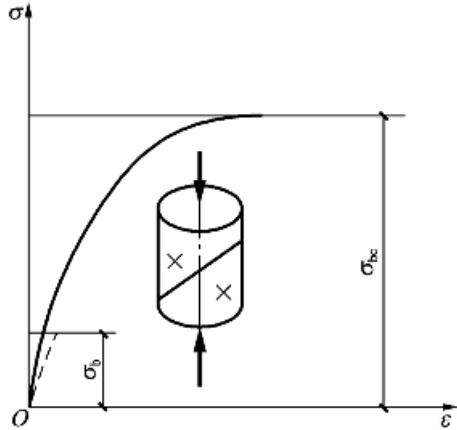


图7-9 铸铁压缩时的 $\sigma$ - $\epsilon$ 曲线

## 5. 极限应力、工作应力、许用应力与安全系数

### (1) 极限应力

材料失效时的应力称为极限应力或危险应力，用  $\sigma_u$  表示。

对于塑性材料，取屈服极限  $\sigma_s$  作为塑性材料的极限应力  $\sigma_u$ 。

对于脆性材料，取  $\sigma_b$ （拉伸）或  $\sigma_{bc}$ （压缩）作为脆性材料的极限应力  $\sigma_u$ 。

### (2) 工作应力

杆件在外力作用下产生的应力称为工作应力，为截面上的真实应力，用  $\sigma$  表示。



### (3) 许用应力与安全系数

材料安全工作所允许承受的最大应力称为材料的许用应力，用 $[\sigma]$ 表示。

材料的许用应力 
$$[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n}$$

式中  $n$ ——大于1的系数，称为安全系数。对于塑性材料，安全系数通常用 $n_s$ 表示；对于脆性材料，安全系数则用 $n_b$ 表示。

## 第七章 杆件的应力与强度计算

### 7.3 轴向拉压杆的应力和强度计算

## 1. 拉压杆横截面上的应力

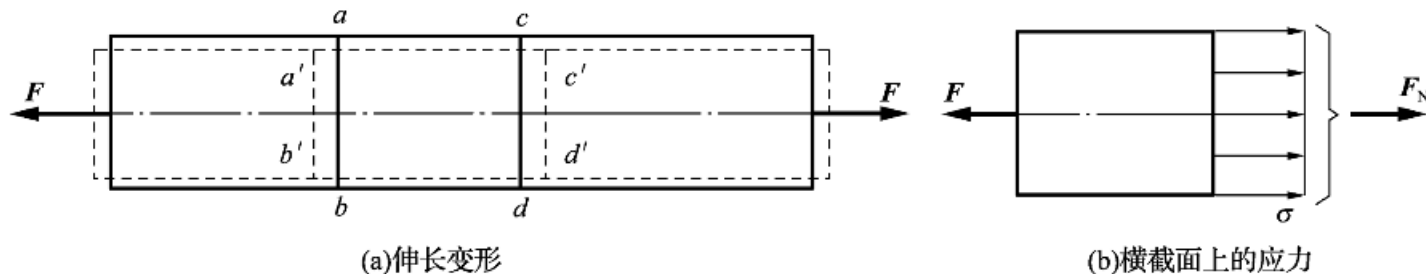


图7-10 轴向受拉等截面直杆

假设：横截面变形前是平面，变形后仍然保持为与杆轴线垂直的平面。这个假设称为平面假设。

正应力计算公式为

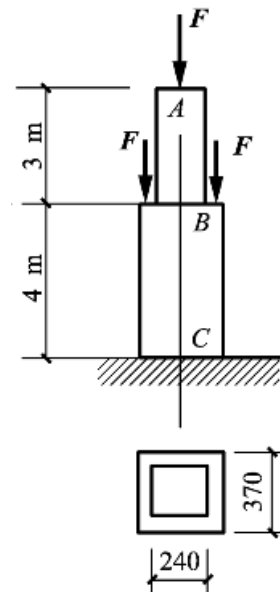
$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

例7-1 如图7-11所示为一正方形截面阶梯砖柱，上段柱边长为240mm，下段柱边长为370mm，荷载，不计自重，试求该阶梯砖柱横截面上的最大正应力。

解 (1) 计算杆件各段的轴力

$$\text{AB段: } F_{\text{NAB}} = -60\text{kN}$$

$$\text{BC段: } F_{\text{NBC}} = -180\text{kN}$$



## (2) 计算正应力

$$\text{AB段: } \sigma_{AB} = \frac{F_{NAB}}{A_{AB}} = \frac{-60 \times 10^3}{240 \times 240} = -1.04 \text{MPa}$$

$$\text{BC段: } \sigma_{BC} = \frac{F_{NBC}}{A_{BC}} = \frac{-180 \times 10^3}{370 \times 370} = -1.31 \text{MPa}$$

$$\sigma_{\max} = |\sigma_{BC}| = 1.31 \text{MPa}$$

## 2. 拉压杆的强度条件和计算

拉压杆的强度条件为 
$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$$

根据强度条件，可以解决以下三种类型的强度计算问题：

(1) 校核强度 
$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

(2) 设计截面尺寸 
$$A \geq \frac{F_N}{[\sigma]}$$

(3) 确定许可荷载 
$$F_N \leq [\sigma]A$$

例7-2 一结构如图7-12 (a) 所示，在钢板上作用一荷载 $F=80\text{kN}$ ，杆的直径 $d_1=22\text{mm}$ ，杆的直径 $d_2=16\text{mm}$ ，材料的许用应力 $[\sigma]=170\text{MPa}$ 。试校核、杆的强度。

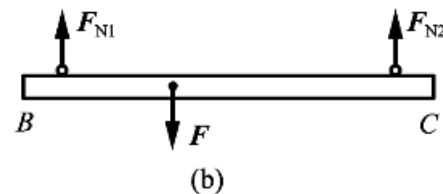
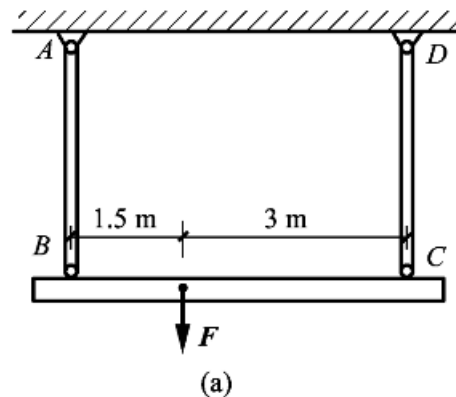
解： (1) 计算杆的轴力

$$\sum M_B = 0 \quad 4.5F_{N2} - 1.5F = 0$$

$$F_{N2} = 26.67\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{N1} + F_{N2} - F = 0$$

$$F_{N1} = 53.33\text{kN}$$



## (2) 校核两杆的轴力

$$\begin{aligned} \text{AB杆} \quad \sigma_1 &= \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{F_{N1}}{\pi d_1^2 / 4} = \frac{53.33 \times 10^3}{3.14 \times 22^2 / 4} \\ &= 140.36 \text{MPa} < [\sigma] = 170 \text{MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CD杆} \quad \sigma_2 &= \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{F_{N2}}{\pi d_2^2 / 4} = \frac{26.67 \times 10^3}{3.14 \times 16^2 / 4} \\ &= 132.71 \text{MPa} < [\sigma] = 170 \text{MPa} \end{aligned}$$

所以杆强度足够。



## 第七章 杆件的应力与强度计算

### 7.4 剪切与挤压变形的应力与强度计算

## 1. 剪切应力和强度条件

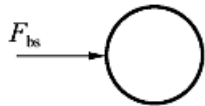
### (1) 剪切面上的切应力

$$\tau = \frac{F_s}{A_s}$$

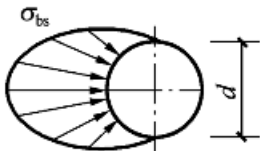
### (2) 剪切强度条件

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} \leq [\tau]$$

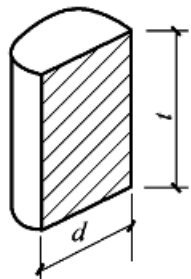
## 2. 挤压应力和强度条件



(a) 挤压面上的挤压力



(b) 理论挤压应力分布



(c) 挤压面面积的计算

### (1) 挤压应力

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}}$$

### (2) 挤压强度条件

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}]$$

例7-3如图7-14 (a) 所示两块钢板用螺栓连接，钢板的厚度 $t=10\text{mm}$ ，螺栓的直径 $d=16\text{mm}$ ，螺栓材料的许用切应力 $[\tau]=60\text{MPa}$ ，许用挤压应力 $[\sigma_{bs}]=180\text{MPa}$ 。若承受的轴向拉力 $F=11.5\text{kN}$ ，试校核螺栓的强度。

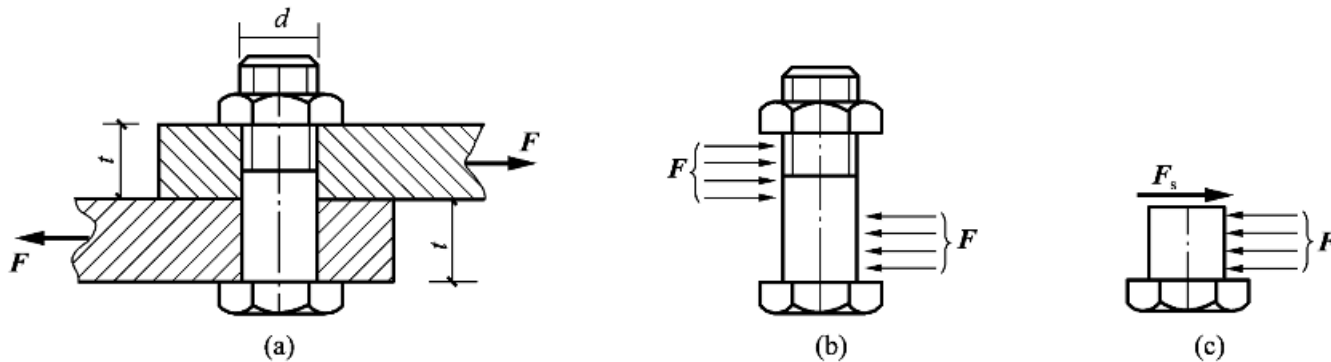


图7-14 例7-3图

解：（1）校核螺栓的剪切强度

螺栓剪切面上的剪力

$$F_s = F = 11.5\text{kN}$$

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} = \frac{F}{\pi d^2 / 4} = \frac{11.5 \times 10^3}{\pi \times 16^2 / 4} = 57.23\text{MPa} < [\tau] = 60\text{MPa}$$

螺栓满足剪切强度条件。

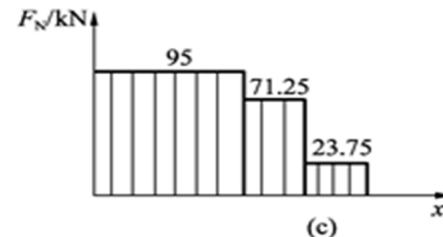
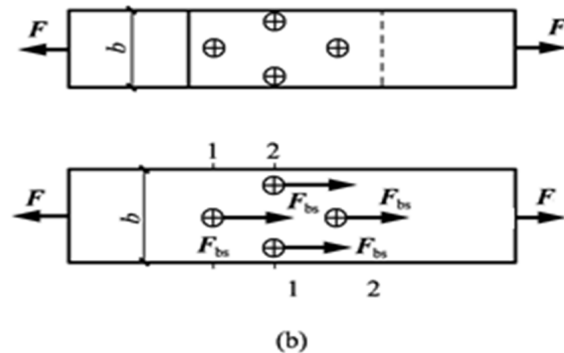
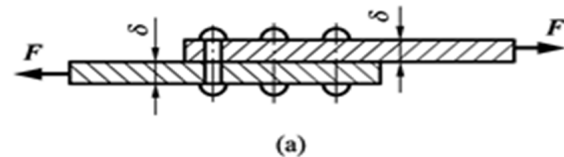
## (2) 校核螺栓的挤压强度

$$F_{bs} = F = 11.5\text{kN}$$

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_s} = \frac{F}{dt} = \frac{11.5 \times 10^3}{16 \times 10} = 71.88\text{MPa} < [\sigma_{bs}] = 180\text{MPa}$$

螺栓满足挤压强度条件。

例7-4如图7-15 (a) 所示两块钢板用4个铆钉连接，已知钢板宽 $b=85\text{mm}$ ，板厚 $\delta=10\text{mm}$ ，铆钉直径 $d=16\text{mm}$ ，板和铆钉材料相同，其许用切应力 $[\tau]=120\text{MPa}$ ，许用挤压应力 $[\sigma_{bs}]=300\text{MPa}$ ，许用拉应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ 。若承受的轴向拉力 $F=95\text{kN}$ ，试校核铆接各部分的强度。



解：（1）校核铆钉的剪切强度

由于连接铆钉对称布置，可假设每个铆钉受力相同，于是，各铆钉剪切面上的剪力均为

$$F_s = \frac{F}{4} = 23.75\text{kN}$$

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} = \frac{F/4}{\pi d^2/4} = \frac{23.75 \times 10^3}{\pi \times 16^2/4} = 118.18\text{MPa} < [\tau] = 120\text{MPa}$$

铆钉剪切强度足够。



## (2) 校核铆钉和钢板的挤压强度

各挤压面上铆钉和钢板的挤压力均为

$$F_{bs} = \frac{F}{4} = 23.75\text{kN}$$

$$\sigma_{bs} = \frac{F_{bs}}{A_s} = \frac{F/4}{d\delta} = \frac{23.75 \times 10^3}{16 \times 10} = 148.44\text{MPa} < [\sigma_{bs}] = 300\text{MPa}$$

铆钉和钢板挤压强度足够。

### (3) 校核钢板的拉伸强度

两块钢板的厚度相同，受力情况也相同，故可校核其中任意一块，本例中校核下面一块。板的受力图与轴力图分别如图7-15 (b)、(c)所示，由于截面1-1的轴力最大，截面2-2的削弱最严重，所以1-1、2-2两截面都可能是危险截面，需同时校核。

#### 1-1截面

$$\sigma_{1-1} = \frac{F_{N1-1}}{A_{1-1}} = \frac{F}{(b-d)\delta} = \frac{95 \times 10^3}{(85-16) \times 10} = 137.68 \text{MPa} < [\sigma] = 160 \text{MPa}$$

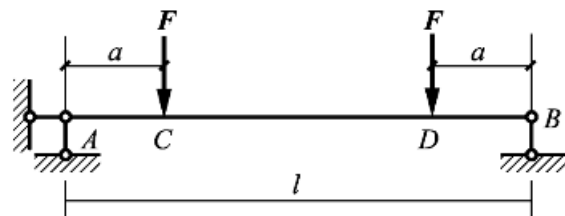
## 2-2截面

$$\sigma_{2-2} = \frac{F_{N2-2}}{A_{2-2}} = \frac{3F/4}{(b-2d)\delta} = \frac{3 \times 95 \times 10^3 / 4}{(85 - 2 \times 16) \times 10} = 134.43 \text{MPa} < [\sigma] = 160 \text{MPa}$$

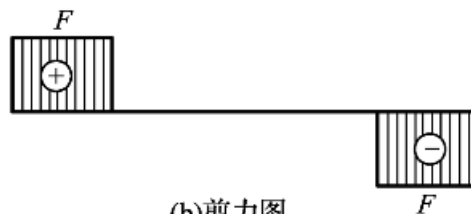
钢板的拉伸强度足够。

## 第七章 杆件的应力与强度计算

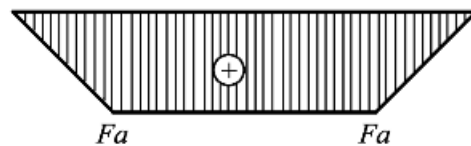
### 7.5 平面弯曲梁的应力与强度计算



(a) 简支梁的受力图



(b) 剪力图



(c) 弯矩图

图7-16 梁平面弯曲时横截面上的内力

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/156101155140010211>