

# 关于逻辑函数的卡若图化简法

# 复习

与或表达式最简的标准是什么？

公式化简法的优点？局限性？

## 1.3.5 逻辑函数的卡诺图化简法

公式化简法评价：

优点：变量个数不受限制。

缺点：目前尚无一套完整的方法，结果是否最简有时不易判断。

利用卡诺图可以直观而方便地化简逻辑函数。它克服了公式化简法对最终化简结果难以确定等缺点。

卡诺图是按一定规则画出来的方框图，是逻辑函数的图解化简法，同时它也是表示逻辑函数的一种方法。

卡诺图的基本组成单元是最小项，所以先讨论一下最小项及最小项表达式。

# 1. 最小项及最小项表达式

## (1) 最小项

设A、B、C是三个逻辑变量，若由这三个逻辑变量按以下规则构成乘积项：

①每个乘积项都只含三个因子，且每个变量都是它的一个因子；

②每个变量都以反变量( $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ 、 $\bar{C}$ )或以原变量(A、B、C)的形式出现一次，且仅出现一次。

具备以上条件的乘积项共八个，我们称这八个乘积项为三变量A、B、C的最小项。

推广：一个变量仅有原变量和反变量两种形式，因此N个变量共有 $2^N$ 个最小项。

最小项的定义: 对于N个变量, 如果P是一个含有N个因子的乘积项, 而且每一个变量都以原变量或者反变量的形式, 作为一个因子在P中出现且仅出现一次, 那么就称P是这N个变量的一个最小项。

表1-17 三变量最小项真值表

$A B C$	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$	$A\overline{B}\overline{C}$	$A\overline{B}C$	$AB\overline{C}$	$ABC$
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

## (2) 最小项的性质

- ①对于任意一个最小项，只有一组变量取值使它的值为1，而变量取其余各组值时，该最小项均为0；
- ②任意两个不同的最小项之积恒为0；
- ③变量全部最小项之和恒为1。

$A B C$	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$	$A\overline{B}\overline{C}$	$A\overline{B}C$	$AB\overline{C}$	$ABC$
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

最小项也可用“ $m_i$ ”表示，下标“ $i$ ”即最小项的编号。编号方法：把最小项取值为1所对应的那一组变量取值组合当成二进制数，与其相应的十进制数，就是该最小项的编号。

表1-18 三变量最小项的编号表

A	B	C	对应十进制数	最小项名称	编号
0	0	0	0	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$m_0$
0	0	1	1	$\overline{A}\overline{B}C$	$m_1$
0	1	0	2	$\overline{A}B\overline{C}$	$m_2$
0	1	1	3	$\overline{A}BC$	$m_3$
1	0	0	4	$A\overline{B}\overline{C}$	$m_4$
1	0	1	5	$A\overline{B}C$	$m_5$
1	1	0	6	$AB\overline{C}$	$m_6$
1	1	1	7	$ABC$	$m_7$

### (3) 最小项表达式

任何一个逻辑函数都可以表示为最小项之和的形式——标准与或表达式。而且这种形式是惟一的，就是说一个逻辑函数只有一种最小项表达式。

例1-7 将 $Y=AB+BC$ 展开成最小项表达式。

$$\begin{aligned} \text{解 } Y &= AB + BC = AB(\bar{C} + C) + (\bar{A} + A)BC \\ &= ABC\bar{C} + ABC + \bar{A}BC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{或 } Y(A, B, C) &= m_3 + m_6 + m_7 \\ &= \sum m(3, 6, 7) \end{aligned}$$

## 2. 卡诺图及其画法

### (1) 卡诺图及其构成原则

卡诺图是把最小项按照一定规则排列而构成的方框图。构成卡诺图的原则是：

- ①  $N$ 变量的卡诺图有 $2^N$ 个小方块（最小项）；
- ② 最小项排列规则：几何相邻的必须逻辑相邻。

逻辑相邻：两个最小项,只有一个变量的形式不同,其余的都相同。逻辑相邻的最小项可以合并。

几何相邻的含义：

一是相邻——紧挨的；

在五变量和六变量的卡诺图中，用相重来判断某些最小项的几何相邻性，其优点是十分突出的。

## (2) 卡诺图的画法

首先讨论三变量（A、B、C）函数卡诺图的画法。

① 3变量的卡诺图有 $2^3$ 个小方块；

② 几何相邻的必须逻辑相邻：变量的取值按00、01、11、10的顺序（循环码）排列。

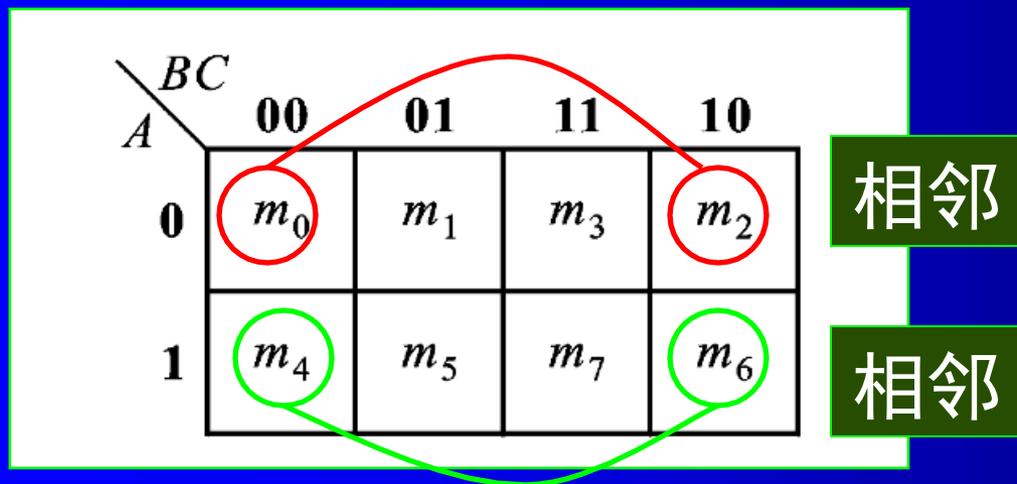
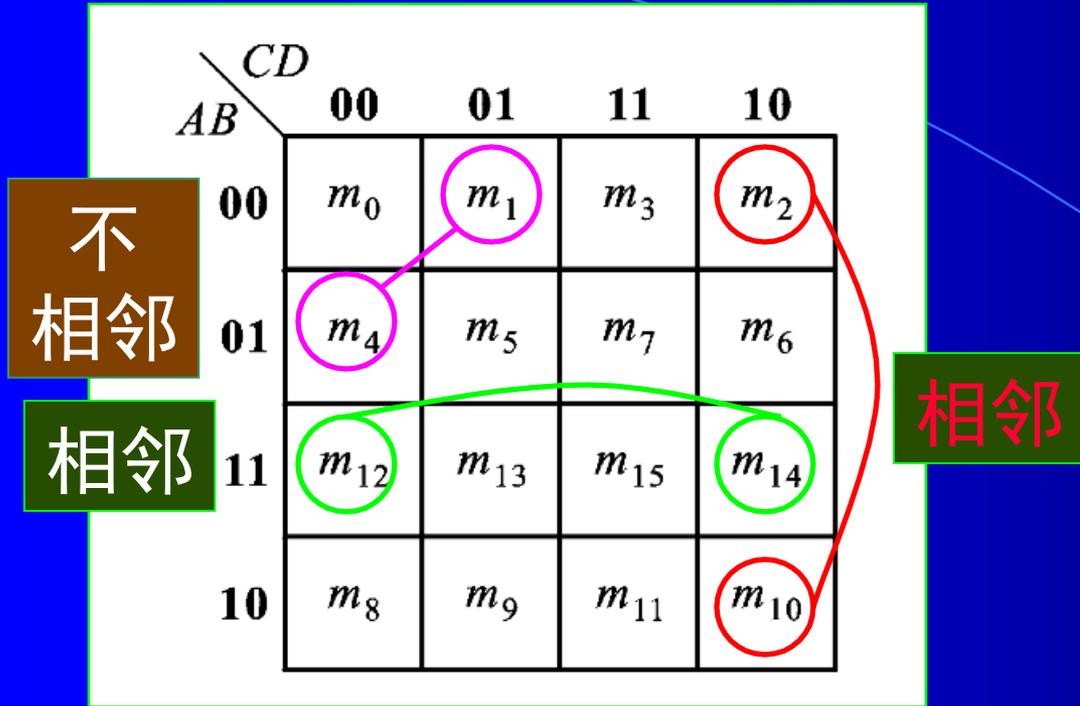


图1-11 三变量卡诺图的画法



正确认识卡诺图的“逻辑相邻”：上下相邻，左右相邻，并呈现“循环相邻”的特性，它类似于一个封闭的球面，如同展开了的世界地图一样。

对角线上不相邻。

图1-12 四变量卡诺图的画法

## 3. 用卡诺图表示逻辑函数

### (1) 从真值表画卡诺图

根据变量个数画出卡诺图，再按真值表填写每一个小方块的值（0或1）即可。需注意二者顺序不同。

例1-8 已知Y的真值表，要求画Y的卡诺图。

表1-19 逻辑函数Y的真值表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

图1-13 例1-8的卡诺图

<i>A</i> \ <i>BC</i>	00	01	11	10
0				
1				

<i>A</i> \ <i>BC</i>	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

## (2) 从最小项表达式画卡诺图

把表达式中所有的最小项在对应的小方块中填入1，其余的小方块中填入0。

例1-9 画出函数 $Y(A, B, C, D) = \sum m(0, 3, 5, 7, 9, 12, 15)$ 的卡诺图。

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	$m_0$		$m_3$	
01		$m_5$	$m_7$	
11	$m_{12}$		$m_{15}$	
10		$m_9$		

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	1	1	0
11	1	0	1	0
10	0	1	0	0

图1-14 例1-9的卡诺图

### (3) 从与-或表达式画卡诺图

把每一个乘积项所包含的那些最小项（该乘积项就是这些最小项的公因子）所对应的小方块都填上1，剩下的填0，就可以得到逻辑函数的卡诺图。

例 已知 $Y=AB+A\bar{C}D+\bar{A}BCD$ ，画卡诺图。

$AB=11$

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00				
01			1	
11	1	1+1	1	1
10		1		

$\bar{A}BCD=0111$

$A\bar{C}D=101$

最后将剩下的填0

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/157162051052006060>