

2023 年普通高中一年级第一学期期末联考

数学试题卷

本试卷共 4 页，22 小题，满分 150 分，考试用时 120 分钟. 注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上. 将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将答题卡交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{3, 4, 5\}$ ， $B = \{y | y = 2x - 3, x \in A\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{3\}$ B. $\{4\}$ C. $\{5\}$ D. $\{3, 5\}$

【答案】D

【解析】

【分析】由集合 B 为函数值域，用列举法表示，再由交集运算可得.

【解析】设 $f(x) = 2x - 3$ ， $x \in \{3, 4, 5\}$ ，

则 $f(3) = 3, f(4) = 5, f(5) = 7$ ，

故集合 $B = \{y | y = 2x - 3, x \in A\} = \{3, 5, 7\}$ ，

则 $A \cap B = \{3, 5\}$.

故选：D.

2. 命题“ $\forall x \in (1, +\infty)$ ， $x - 1 > \ln x$ ”的否定是 ()

- A. $\exists x \in (1, +\infty)$ ， $x - 1 > \ln x$ B. $\exists x \in (1, +\infty)$ ， $x - 1 \leq \ln x$
C. $\exists x \in (1, +\infty)$ ， $x - 1 < \ln x$ D. $\forall x \in (1, +\infty)$ ， $x - 1 \leq \ln x$

【答案】B

【解析】

【分析】全称量词命题的否定是存在量词命题.

【解析】命题“ $\forall x \in (1, +\infty), x-1 > \ln x$ ”的否定是

“ $\exists x \in (1, +\infty), x-1 \leq \ln x$ ”.

故选：B.

3. 已知扇形的半径为 3，圆心角弧度数为 2，则其面积为 ()

- A. 18 B. 12 C. 9 D. 6

【答案】C

【解析】

【分析】由扇形弧长与面积公式可得.

【解析】已知扇形的半径 $R=3$ ，圆心角弧度数 $\alpha=2$ ，

则由扇形弧长公式与面积公式得

$$S = \frac{1}{2}lR = \frac{1}{2}\alpha R^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9.$$

故选：C.

4. 下列命题为真命题的是 ()

- A. 若 $a > b$ ，则 $a^2 > b^2$ B. 若 $a > b$ ，则 $ac > bc$
 C. 若 $a > b$ ， $c > d$ ，则 $a+c > b+d$ D. 若 $a > b$ ， $c > d$ ，则 $ac > bd$

【答案】C

【解析】

【分析】根据不等式的性质，结合特殊值判断.

【解析】对于 A，取特殊值， $a=-1$ ， $b=-2$ ，满足条件，但不满足结论，故 A 错误；

对于 B，由 $a > b$ ，若 $c=0$ ，则 $ac=bc$ ，故 B 错误；

对于 C，由同向不等式的性质知， $a > b$ ， $c > d$ 可推出 $a+c > b+d$ ，故 C 正确；

对于 D，取 $a=3, b=0, c=-1, d=-2$ ，满足条件，但 $ac < bd$ ，故 D 错误.

故选：C.

5. 学校先举办了一次田径运动会，某班有 8 名同学参赛，又举办了一次球类运动会，这个班有 12 名同学参赛，两次运动会都参赛的有 3 人。两次运动会中，这个班总共参赛的同学有 ()

- A. 20 人 B. 17 人 C. 15 人 D. 12 人

【答案】B

【解析】

【分析】利用容斥原理 $\text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B)$ 可得.

【解析】设参加田径运动的同学构成集合 A ，参加球类运动会的同学构成集合 B ，

则参加田径运动的同学人数 $\text{card}A = 8$ ，

参加球类运动会的同学人数 $\text{card}B = 12$ ，

两次运动会都参赛的同学人数 $\text{card}(A \cap B) = 3$ ，

则两次运动会中，这个班总共参赛的同学人数为

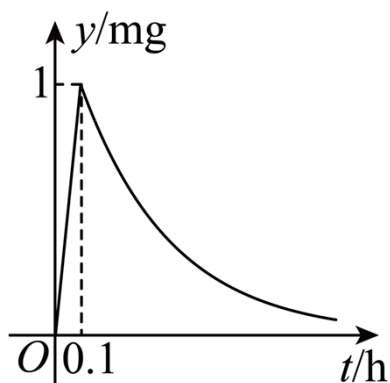
$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B) = 8 + 12 - 3 = 17.$$

故选：B.

6. 为了预防流感，某学校对教室采用药熏消毒法进行消毒. 已知在药熏过程中，室内每立方米空气中的含药

量 y (单位: mg) 与时间 t (单位: h) 的关系如图所示，函数关系式为 $y = \begin{cases} 10t, & 0 \leq t \leq 0.1 \\ \left(\frac{1}{16}\right)^{t-a}, & t > 0.1 \end{cases}$ (a 为常数).

据测定，当室内每立方米空气中的含药量降到 0.25mg 以下时，学生方可进教室. 从药熏开始，至少经过 t_0 小时后，学生才能回到教室，则 ()



A. $a = 0.2, t_0 = 0.6$

B. $a = 0.2, t_0 = 0.5$

C. $a = 0.1, t_0 = 0.6$

D. $a = 0.1, t_0 = 0.5$

【答案】C

【解析】

【分析】由函数图象特殊点代入解析式求解，

【解析】当 $t = 0.1$ 时， $y = 1$ ，代入解析式得 $\left(\frac{1}{16}\right)^{0.1-a} = 1$ ，得 $a = 0.1$ ，

令 $\left(\frac{1}{16}\right)^{t-0.1} = 0.25$ ，解得 $t = 0.6$ ，即 $a = 0.1, t_0 = 0.6$ ，

故选：C

7. 英国数学家泰勒 (B.Taylor, 1685—1731) 发现了如下公式: $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$,

$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$, 其中 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$. 这些公式被编入计算工具, 计算工具计算足够

多的项就可以确保显示值的精确性, 计算器使用的这种方法叫数值计算法. 比如, 用前三项计算 $\cos 0.3$, 就

得到 $\cos 0.3 \approx 1 - \frac{0.3^2}{2!} + \frac{0.3^4}{4!} = 0.9553375$. 运用上述思想, 可得到 $\sin 1$ 的近似值为 ()

- A. 0.83 B. 0.84 C. 0.85 D. 0.86

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意将 $x=1$ 代入 $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$ 的前三项计算可得结果.

【解析】用前三项计算可得 $\sin 1 \approx 1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} = 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{120} = \frac{101}{120} \approx 0.84$,

即 $\sin 1$ 的近似值为 0.84.

故选: B

8. 若 $a = \cos 50^\circ \cos 128^\circ + \cos 40^\circ \cos 38^\circ$, $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 56^\circ - \cos 56^\circ)$, $c = \frac{1 - \tan^2 40^\circ 30'}{1 + \tan^2 40^\circ 30'}$,

$d = \frac{1}{2}(\cos 80^\circ - 2\cos^2 50^\circ + 1)$, 则 a, b, c, d 的大小关系为 ()

- A. $a > b > d > c$ B. $b > a > d > c$
C. $d > a > b > c$ D. $c > a > d > b$

【答案】A

【解析】

【分析】利用三角恒等变换可将式子化简为 $a = \cos 78^\circ, b = \cos 79^\circ, c = \cos 81^\circ, d = \cos 80^\circ$, 再由余弦函数单调性即可比较得出大小.

【解析】易知 $a = \cos 50^\circ \cos 128^\circ + \cos 40^\circ \cos 38^\circ = -\sin 40^\circ \sin 38^\circ + \cos 40^\circ \cos 38^\circ$
 $= \cos(40^\circ + 38^\circ) = \cos 78^\circ$;

$b = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 56^\circ - \cos 56^\circ) = \sin 45^\circ \sin 56^\circ - \cos 45^\circ \cos 56^\circ$

$= -\cos(45^\circ + 56^\circ) = -\cos 101^\circ = \cos 79^\circ$

$$c = \frac{1 - \frac{\sin^2 40^\circ 30'}{\cos^2 40^\circ 30'}}{1 + \frac{\sin^2 40^\circ 30'}{\cos^2 40^\circ 30'}} = \frac{\cos^2 40^\circ 30' - \sin^2 40^\circ 30'}{\cos^2 40^\circ 30' + \sin^2 40^\circ 30'} = \cos^2 40^\circ 30' - \sin^2 40^\circ 30' = \cos 81^\circ;$$

$$d = \frac{1}{2}(\cos 80^\circ - 2\cos^2 50^\circ + 1) = \frac{1}{2}(\cos 80^\circ - \cos 100^\circ) = \frac{1}{2}(\cos 80^\circ + \cos 80^\circ) = \cos 80^\circ;$$

由余弦函数 $y = \cos x$ 在 $[0, \pi]$ 上单调递减, 且 $78^\circ < 79^\circ < 80^\circ < 81^\circ$,

所以可得 $\cos 78^\circ > \cos 79^\circ > \cos 80^\circ > \cos 81^\circ$, 即 $a > b > d > c$.

故选: A

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列各命题中, p 是 q 的充要条件的有 ()

A. p : 两个三角形相似; q : 两个三角形三边成比例

B. p : 四边形是菱形; q : 四边形的对角线互相垂直

C. p : $xy > 0$; q : $x > 0, y > 0$

D. p : $\lg x > 1$; q : $x > 10$

【答案】 AD

【解析】

【分析】 根据充要条件的判断方法, 逐项判断即可.

【解析】 对 A: “两个三角形相似”, 可得“三角形三边对应成比例”, 所以 p 是 q 的充分条件; 又“两个三角形三边成比例”可得“两个三角形相似”, 所以 p 是 q 的必要条件. 所以 p 是 q 的充要条件, 故 A 正确;

对 B: 因为对角线互相垂直的四边形不一定是菱形, 所以 p 不是 q 的充要条件, 故 B 错误;

对 C: 由“ $xy > 0$ ” \Rightarrow “ $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$ ”, 所以 p 不是 q 的充要条件, 故 C 错误;

对 D: $\lg x > 1 \Leftrightarrow x > 10$, 所以 p 是 q 的充要条件, 故 D 正确.

故选: AD

10. 函数 $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 可由函数 $y = \sin x$ 的图象经过下列哪项变换而得到 ()

A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标伸长到原来的 3 倍

B. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标伸长到原来的 3 倍

C. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$, 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 纵坐标伸长到原来的 3 倍

D. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$, 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 纵坐标伸长到原来的 3 倍

【答案】BD

【解析】

【分析】由下面两种变换顺序:

$$\textcircled{1} y = \sin x \rightarrow y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow y = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right);$$

$$\textcircled{2} y = \sin x \rightarrow y = \sin 2x \rightarrow y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow y = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right).$$

【解析】 $\textcircled{1}$ 将由 $y = \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 得到函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 再横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变得得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 再横坐标不变, 纵坐标变为原来的 3 倍得到 $y = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

$\textcircled{2}$ 将由 $y = \sin x$ 的图象横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 纵坐标不变得得到函数 $y = \sin 2x$, 再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 再横坐标不变, 纵坐标变为原来的 3 倍得到 $y = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

故选: BD.

11. 已知函数 $f(x) = a^x - \left(\frac{1}{a}\right)^x$, 其中 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 则下列结论中正确的是 ()

A. 函数 $f(x)$ 是奇函数

B. 函数 $f(x)$ 在其定义域上有零点

C. 函数 $f(x)$ 的图象过定点 $(0,1)$

D. 当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x)$ 在其定义域上单调递增

【答案】ABD

【解析】

【分析】A 项, 由奇函数定义可得; B 项, 由方程 $f(x) = 0$ 有解可知函数有零点; C 项, 由 $f(0) \neq 1$ 可知; D 项, 由两个增函数的和函数仍为增函数可得.

【解析】选项 A, 由 $f(x) = a^x - \left(\frac{1}{a}\right)^x = a^x - a^{-x}$, ,

定义域为 \mathbf{R} , 关于原点对称.

且 $f(-x) = a^{-x} - a^x = -f(x)$,

所以函数 $f(x)$ 是奇函数, 故 A 正确;

选项 B, 令 $f(x) = a^x - a^{-x} = 0$, 解得 $x = 0$,

则 $f(x)$ 在其定义域上有零点, 故 B 正确;

选项 C, 因为 $f(0) = a^0 - a^0 = 0 \neq 1$,

所以函数 $f(x)$ 的图象过定点 $(0, 0)$, 不过 $(0, 1)$, 故 C 错误;

选项 D, 当 $a > 1$ 时, $0 < \frac{1}{a} < 1$,

所以 $y = a^x$ 是增函数, 且 $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ 是减函数, 则 $y = -\left(\frac{1}{a}\right)^x$ 是增函数,

所以 $f(x) = a^x - \left(\frac{1}{a}\right)^x$ 也是增函数, 故 D 正确.

故选: ABD.

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 则下面判断正确的是 ()

A. 若 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x+1) > f(x)$, 则函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是增函数

B. 若 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, |f(x_1) + f(x_2)| \leq |\sin x_1 + \sin x_2|$, 则函数 $f(x)$ 是奇函数

C. 若 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, |f(x_1) - f(x_2)| \leq |\sin x_1 - \sin x_2|$, 则函数 $f(x)$ 是周期函数

D. 若 $\forall x_1, x_2 \in (-1, 1)$ 且 $x_1 \neq x_2$, $|f(x_1) - f(x_2)| < |\sin x_1 - \sin x_2|$, 则函数 $f(x) - \sin x$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单

调递增, 函数 $f(x) + \sin x$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递减

【答案】 BC

【解析】

【分析】 令 $f(x) = \sin(2\pi x) + x$ 可判断 A, 利用奇函数定义可判断 B, 由周期函数的定义可判断 C, 根据函数单调性的定义即可判断 D.

【解析】 对于 A, 令 $f(x) = \sin(2\pi x) + x$, 满足 $f(x+1) > f(x)$,

但函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上不是增函数, 故选项 A 错误;

对于 B, 令 $x_1 = x, x_2 = -x$, 则 $|f(x) + f(-x)| \leq |\sin x + \sin(-x)| = 0$,

可得 $f(x) + f(-x) = 0$, 即满足 $f(-x) = -f(x)$, 则函数 $f(x)$ 是奇函数, 可知 B 正确;

对于 C, 若 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, |f(x_1) - f(x_2)| \leq |\sin x_1 - \sin x_2|$,

所以 $|f(x) - f(x + 2\pi)| \leq |\sin x - \sin(x + 2\pi)| = 0$, 即 $f(x) - f(x + 2\pi) = 0$,

满足 $f(x) = f(x + 2\pi)$, 可得函数 $f(x)$ 是周期为 $T = 2\pi$ 的周期函数, 即 C 正确;

对于 D, 取 $\forall x_1, x_2$, 满足 $-1 < x_1 < x_2 < 1$, 因为函数 $y = \sin x$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增, 所以

$$\sin x_1 < \sin x_2;$$

可得 $|\sin x_1 - \sin x_2| = \sin x_2 - \sin x_1$, 所以 $|f(x_1) - f(x_2)| < \sin x_2 - \sin x_1$;

$$\text{即 } \sin x_1 - \sin x_2 < f(x_1) - f(x_2) < \sin x_2 - \sin x_1,$$

可得 $f(x_1) + \sin x_1 < f(x_2) + \sin x_2$ 且 $f(x_1) - \sin x_1 > f(x_2) - \sin x_2$;

所以函数 $f(x) - \sin x$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递减, 函数 $f(x) + \sin x$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增, 即 D 错误

故选: BC

【小结】方法小结: 在求解抽象函数奇偶性以及单调性时, 要根据已知条件充分利用奇偶性和单调性定义, 化简变形进行证明即可求得结论.

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 写出一个同时具有下列性质①②的函数 $f(x)$: _____.

① $f(x)$ 是偶函数; ② $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数.

【答案】 $f(x) = x^2$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据所学函数图象与性质, 可以考虑幂函数.

【解析】 $f(x) = x^2$, 定义域为 \mathbf{R} , 关于原点对称,

且 $f(-x) = (-x)^2 = x^2$, 则 $f(x)$ 是偶函数;

由 $f(x) = x^2$ 的图象可知在 $(0, +\infty)$ 上是增函数;

所以 $f(x) = x^2$ 同时具有性质①②.

故答案为: $f(x) = x^2$ (答案不唯一, 如 $f(x) = x^4, f(x) = |x|$).

14. 若 $a > 0, b > 0, a + b = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为_____.

【答案】 4

【解析】

【分析】由基本不等式中“1”的妙用代入计算即可得出最小值为4.

【解析】易知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 1 \geq 2 + 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 4,$

当且仅当 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ 时, 等号成立;

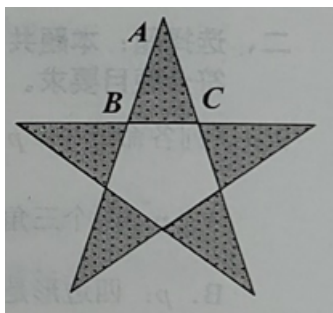
即 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为4;

故答案为: 4

15. 17世纪德国著名的天文学家、数学家约翰尼斯·开普勒 (Johannes Kepler) 曾经这样说过: “几何学里有两件宝, 一个是勾股定理, 另一个是黄金分割. 如果把勾股定理比作黄金矿的话, 那么可以把黄金分割比作钻石矿.” 黄金三角形有两种, 其中底与腰之比为黄金分割比的黄金三角形被认为是最美的三角形, 它是一个顶角为 36° 的等腰三角形 (另一种是顶角为 108° 的等腰三角形). 例如, 五角星由五个黄金三角形与一个正

五边形组成, 如图, 在其中一个黄金 $\triangle ABC$ 中, $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 根据这些信息, 可得

$\sin 954^\circ = \underline{\hspace{2cm}}.$



【答案】 $-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

【解析】

【分析】利用正弦定理得到边角关系, 再通过二倍角公式转化求解 $\cos 36^\circ$, 最后借助诱导公式得解.

【解析】在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 36^\circ,$

则 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ,$

由正弦定理得 $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sin 36^\circ}{\sin 72^\circ} = \frac{\sin 36^\circ}{2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ} = \frac{1}{2 \cos 36^\circ},$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/158030025024007006>