2023~2024 学年高中毕业班阶段性测试

数学（理科）

满分 150 分，考试时间 120 分钟

考生注意：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.

2，回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=\frac{2}{(1-\mathrm{i})^2}-1$ ，则 z 的虚部为（　　）

A. 2　　B. 1　　C. -1　　D. -2

2. 已知集合 $A=\left\{x\in\mathrm{N}\middle|0<\log_3 x<2\right\},B=\left\{x\middle|\ x=2k+1,k\in\mathrm{Z}\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{1,3,5,7\}$　　B. $\{5,6,7\}$　　C. $\{3,5\}$　　D. $\{3,5,7\}$

3. 某地气象部门统计了当地 2024 年 3 月前 8 天每天的最高气温 T（单位：℃），数据如下：

时间	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天	第 8 天
$T\left(^\circ\mathrm{C}\right)$	8	12	8	14	16	11	18	21

则这 8 天的气温数据的极差为（　　）

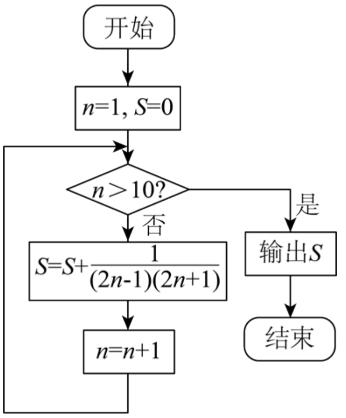
A. 10　　B. 12　　C. 13　　D. 14

4. 已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1,\vec{a}\perp\vec{b}$，若 $\lambda>0,\mu>0$，则“$\lambda^2+\mu^2\geq 2$”是“$\mu\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{a}+\vec{b}\right)=1$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $S=$（　　）



A. $\frac{10}{21}$　　　　B. $\frac{9}{19}$　　　　C. $\frac{11}{23}$　　　　D. $\frac{20}{21}$

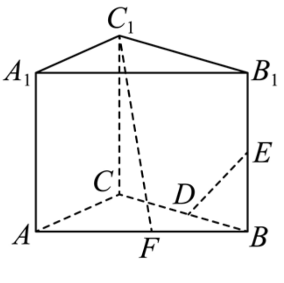
6. 已知 $6\sin^4\theta+6\cos^4\theta-7\sin2\theta=0$，则 $\cos4\theta=$（　　）

A. $\frac{1}{9}$　　　　B. $\frac{4}{9}$　　　　C. $\frac{2}{3}$　　　　D. $\frac{8}{9}$

7. 社火，又称“演社火”，是指在传统节日里扮演的各种杂戏，属于民间的一种自演自娱活动，也是国家级非物质文化遗产的代表性项目.某地举行的一次社火活动一共持续了三天，5 名小朋友希望参加该活动，每天从中任选 2 名小朋友参加，则这 5 人中恰有 1 人连续参加三天的选法有（　　）

A. 42 种　　　　B. 210 种　　　　C. 300 种　　　　D. 480 种

8. 如图，在底面为等边三角形的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$BB_1=\sqrt{2}, D, E$ 分别为棱 BC, BB_1 的中点，F 为棱 AB 上的动点，且线段 C_1F 的长度最小值为 $\sqrt{5}$，则异面直线 AC 与 DE 所成角的余弦值为（　　）



A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$　　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　　　C. $\frac{\sqrt{30}}{6}$　　　　D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

9. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，上顶点的坐标为 $\left(0,\sqrt{2}\right)$，右顶点为 A, P 为 C 上横坐标为 1 的点，直线 PA 与 y 轴交于点 M, O 为坐标原点，则 $|OM|=$（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

10. 已知函数 $f\left(x\right)=\cos\left(2x-2\varphi\right)\left(\varphi\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\right)$ 的图象与函数 $g\left(x\right)=\sin\left(2x+\varphi\right)$ 的图象重合，则 $g\left(x\right)$ 在下列哪个区间上单调递增（　　）

A. $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$　　B. $\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right)$　　C. $\left(-\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{\pi}{12}\right)$　　D. $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right)$

11. 已知点 A,B 在抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上，设 C 的焦点为 F，线段 AB 的中点 M 在 C 的准线 l 上的射影为 M'，且 $\left|AB\right|=\sqrt{3}\left|MM'\right|$，则向量 $\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FA}$ 的夹角的最大值为（　　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

12. 一种锥底孵化桶常用于鱼虾类的孵化，其桶底采用上大下小的漏斗状设计，底部设计成锥形便于收集幼苗.铁匠老张准备用一个半径 R 为的扇形铁片作为圆锥的侧面，制作成一个圆锥形无盖漏斗（接缝处忽略不计）.若该漏斗的容积为 $2\sqrt{3}\pi$，且漏斗的顶点及底面圆周都在球 O 的表面上，则当 R 最小时，球 O 的表面积为（　　）

A. $\dfrac{9\pi}{2}$　　B. 9π　　C. 18π　　D. 27π

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 $S_n,a_4=-8,2S_3=3S_2+6$，则 $a_1=$__________.

14. 设实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y+1\geq 0\\x+y-2\geq 0\\2x+y-5\leq 0\end{cases}$，则 $z=x-y$ 的最小值为__________.

15. 已知直线 $l_1:2x+y-6=0$ 与 $l_2:2x+y+4=0$ 均与 $\odot M$ 相切，点 $\left(2,2\right)$ 在 $\odot M$ 上，则 $\odot M$ 的方程为__________.

16. 设 $a\in\mathbf{R}$，对任意的实数 x，记函数 $f\left(x\right)=\min\left\{\left|x\right|-1,\left|x-a\right|-1\right\}$（$\min\left\{m,n\right\}$ 表示 m,n 中的较小者）.若方程 $[f\left(x\right)]^2-\left(t+1\right)f\left(x\right)+t=0$ 恰有 5 个不同的实根，则满足题意的条件可能为__________.（填写所有符合题意的条件的序号）

①$a<-4$；

②$a=-4,t>1$ 或 $t=-1$；

③ $-4<a<0, t=-\frac{a}{2}-1$；

④ $0<a<4, t=\frac{a}{2}-1$.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. 设等比数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，已知$a_2a_4a_5=a_3a_6, S_2=2S_1-1$.

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式.

（2）求数列$\left\{na_n\right\}$的前n项和T_n.

18. 2024 年 3 月，某校语文教师对学生提出“3 月读一本书”的要求，每位学生都选择且只能选择《红楼梦》和《三国演义》中的一本，现随机调查该校男、女生各 100 人，发现选择《红楼梦》的有 90 人，其中女生占$\frac{2}{3}$.

（1）补充完整下述2×2列联表，并判断能否有99.9%的把握认为学生选择《红楼梦》还是《三国演义》与性别有关；

	《红楼梦》	《三国演义》
男生		
女生		

（2）已知学生选择哪本书是相互独立的，用频率代替概率，从该校选择《红楼梦》的学生中随机抽取 3 人，抽到的女生人数设为ξ，求ξ的分布列和数学期望.

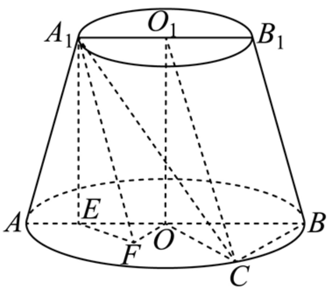
参考公式：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001

k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. 如图，在圆台O_1O中，A_1ABB_1为轴截面，$AB=2A_1B_1=4,\angle A_1AB=60^\circ,C$为下底面圆周上一点，$F$为下底面圆$O$内一点，$A_1E$垂直下底面圆$O$于点$E,\angle COF=\angle EFO$.



（1）求证：平面O_1OC // 平面A_1EF；

（2）若$\triangle EFO$为等边三角形，求平面A_1EF和平面A_1OC的交线l与平面A_1CF所成角的正弦值.

20. 已知双曲线$C:x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$的左、右顶点分别是A_1,A_2，直线l与C交于M,N两点（不与A_2重合），设直线A_2M,A_2N,l的斜率分别为k_1,k_2,k，且$(k_1+k_2)k=-6$.

（1）判断直线l是否过x轴上的定点.若过，求出该定点；若不过，请说明理由.

（2）若M,N分别在第一和第四象限内，证明：直线MA_1与NA_2的交点P在定直线上.

21. 已知函数$f(x)=\ln x+1,g(x)=\mathrm{e}^x-1$.

（1）求曲线$y=f(x)$与$y=g(x)$的公切线的条数；

（2）若$a>0,\forall x\in(-1,+\infty),f(x+1)\le a^2g(x)+a^2-a+1$，求$a$的取值范围.

（二）选考题：共10分.请考生在第22，23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

22. 在直角坐标系xOy中，圆C的参数方程为$\begin{cases}x=1+\sqrt{3}\cos\alpha,\\ y=\sqrt{3}+\sqrt{3}\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\gamma\\ y=t\sin\gamma\end{cases}$，（$0<\gamma<\dfrac{\pi}{2},t$为参数），以原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求圆C的极坐标方程；

（2）设直线l与圆C的两个交点分别为M,N，求$\frac{1}{|OM|}+\frac{1}{|ON|}$的最大值.

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23. 已知$a>0,b>0$，函数$f\left(x\right)=\left|x-a\right|+\left|x+b\right|$.

（1）当$a=b=1$时，解不等式$f\left(x\right)>4$；

（2）若$f\left(x\right)$的最小值为 2，证明：$\frac{1}{2a}+\frac{a}{2\left(b+2\right)}\geq\frac{5}{8}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数$z=\frac{2}{(1-\mathrm{i})^2}-1$，则$z$的虚部为（　　）

A. 2　　B. 1　　C. -1　　D. -2

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数四则运算法则化简复数z，即可得到虚部.

【详解】$z=\frac{2}{(1-\mathrm{i})^2}-1=\frac{2}{-2\mathrm{i}}-1=-1+\mathrm{i}$，所以虚部为 1.

故选：B.

2. 已知集合$A=\left\{x\in\mathrm{N}|0<\log_3x<2\right\},B=\left\{x|\ x=2k+1,k\in\mathrm{Z}\right\}$，则$A\cap B=$（　　）

A. $\{1,3,5,7\}$　　B. $\{5,6,7\}$　　C. $\{3,5\}$　　D. $\{3,5,7\}$

【答案】D

【解析】

【分析】先求出集合 A，再根据交集的定义即可得解.

【详解】$A=\left\{x\in\mathrm{N}|0<\log_3x<2\right\}=\left\{x\in\mathrm{N}|1<x<9\right\}=\left\{2,3,4,5,6,7,8\right\}$，

所以$A\cap B=\left\{3,5,7\right\}$.

故选：D.

3. 某地气象部门统计了当地 2024 年 3 月前 8 天每天的最高气温 T（单位：℃），数据如下：

时间	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天	第 8 天
$T\left(^\circ\mathrm{C}\right)$	8	12	8	14	16	11	18	21

则这 8 天的气温数据的极差为（　　）

A. 10　　B. 12　　C. 13　　D. 14

【答案】C

【解析】

【分析】根据最大温度与最小温度的差即可求.

【详解】这 8 天的气温的最大值为 21，最小值为 8，所以极差为 13，

故选：C

4. 已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}\right|=1,\vec{a}\perp\vec{b}$，若 $\lambda>0,\mu>0$，则“$\lambda^2+\mu^2\geq 2$”是“$\mu\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{a}+\vec{b}\right)=1$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】根据向量数量积的运算可得 $\mu\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{a}+\vec{b}\right)=1\Rightarrow\lambda\mu=1$，即可根据不等式得 $\lambda^2+\mu^2\geq 2\lambda\mu=2$，进而可判断必要性，举反例即可求解不充分性.

【详解】$\mu\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{a}+\vec{b}\right)=1\Leftrightarrow\lambda\mu\vec{a}^2+\mu\vec{a}\cdot\vec{b}=1\Leftrightarrow\lambda\mu=1$,

由于 $\lambda>0,\mu>0$，所以 $\lambda^2+\mu^2\geq 2\lambda\mu=2$，

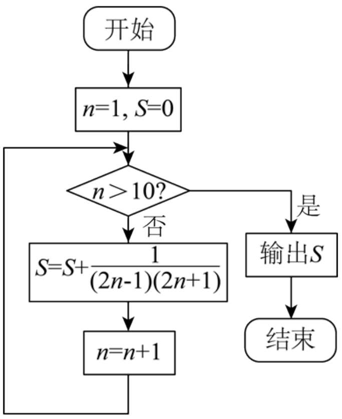
故 $\mu\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{a}+\vec{b}\right)=1$ 能得到 $\lambda^2+\mu^2\geq 2$，

但 $\lambda^2+\mu^2\geq 2$ 不一定能得到 $\lambda\mu=1$，比如 $\lambda=2,\mu=1$，满足 $\lambda^2+\mu^2\geq 2$，但无法得到 $\lambda\mu=1$，

故“$\lambda^2+\mu^2\geq 2$”是“$\mu\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{a}+\vec{b}\right)=1$”的必要不充分条件，

故选：B

5. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $S=$（　　）



A. $\frac{10}{21}$　　B. $\frac{9}{19}$　　C. $\frac{11}{23}$　　D. $\frac{20}{21}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据流程图模拟执行程序即得.

【详解】$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$,

输入 $n=1,S=0$，进入循环：

$S=0+\frac{1}{1\times 3}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right),n=1+1=2<10$，进入循环；

$S=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3\times 5}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{5}\right),n=2+1=3<10$，进入循环；

$S=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{5\times 7}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{7}\right),n=3+1=4<10$，进入循环；

$\cdots$

$S=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{17}\right)+\frac{1}{17\times 19}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{19}\right),n=9+1=10$，进入循环；

$S=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{19}\right)+\frac{1}{19\times 21}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{21}\right)=\frac{10}{21},n=10+1=11>10$，结束循环，

所以输出的 $S=\frac{10}{21}$.

故选：A.

6. 已知 $6\sin^4\theta+6\cos^4\theta-7\sin 2\theta=0$，则 $\cos 4\theta=$（　　）

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{8}{9}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据二倍角公式可得$\sin 2\theta=\frac{2}{3}$，即可由$\cos 4\theta=1-2\sin^2 2\theta=1-2\times\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$求解.

【详解】由$6\sin^4\theta+6\cos^4\theta-7\sin 2\theta=0$可得

$6\left[\left(\sin^2\theta+\cos^2\theta\right)^2-2\sin^2\theta\cos^2\theta\right]-7\sin 2\theta=6-12\sin^2\theta\cos^2\theta-14\sin\theta\cos\theta=0$，

解得$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{3}$，或$\sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{2}$（舍去）

故$\sin 2\theta=\frac{2}{3}$，故$\cos 4\theta=1-2\sin^2 2\theta=1-2\times\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$，

故选：A

7. 社火，又称“演社火”，是指在传统节日里扮演的各种杂戏，属于民间的一种自演自娱活动，也是国家级非物质文化遗产的代表性项目.某地举行的一次社火活动一共持续了三天，5 名小朋友希望参加该活动，每天从中任选 2 名小朋友参加，则这 5 人中恰有 1 人连续参加三天的选法有（　　）

A. 42 种　　B. 210 种　　C. 300 种　　D. 480 种

【答案】C

【解析】

【分析】根据排列组合，结合分类和分步计数原理即可求解.

【详解】从 5 个人中任选一个人连续参加三天的活动，由 5 种选择，

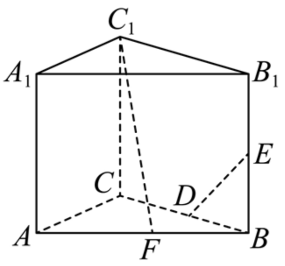
若剩下的 4 个人中有 2 人参加了此项活动，则有一个人参加了其中两条的活动，此时有$\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_2^1\mathrm{C}_3^2$种方法，

若剩下的 4 个人中有 3 人参加了此项活动，则这三个人每人参加其中一天的活动，此时有A_4^3种方法，

因此一共有$5\left(\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_2^1\mathrm{C}_3^2+\mathrm{A}_4^3\right)=300$种，

故选：C

8. 如图，在底面为等边三角形的直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$BB_1=\sqrt{2},D,E$分别为棱BC,BB_1的中点，F为棱AB上的动点，且线段C_1F的长度最小值为$\sqrt{5}$，则异面直线AC与DE所成角的余弦值为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　C. $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$　　D. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据 $C_1F=\sqrt{C_1C^2+CF^2}=\sqrt{2+FC^2}$ 即可求解最小值时 $CF=\sqrt{3}$，即可求解 $AB=2$，利用平移可得 $\angle EDF$ 为其补角即为异面直线 AC 与 DE 所成角，由余弦定理即可求解.

【详解】由于三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直三棱柱，所以 $C_1F\perp$ 底面 ABC，$CF\subset$ 底面 ABC,所以

$C_1F\perp CF$，

故 $C_1F=\sqrt{C_1C^2+CF^2}=\sqrt{2+FC^2}$，

故当 $CF\perp AB$ 时，此时 CF 最小，线段 C_1F 的长度最小值，

由于线段 C_1F 的最小值为 $\sqrt{5}$，故此时 $CF=\sqrt{3}$，F 为 AB 中点，故 $AB=2$，

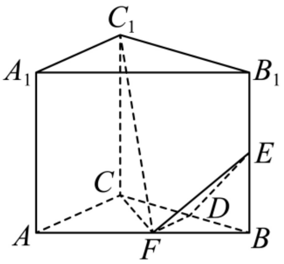
连接 DF ,则 $DF//AC$,故 $\angle EDF$ 为其补角即为异面直线 AC 与 DE 所成角，

$$DE=\sqrt{BD^2+BE^2}=\frac{\sqrt{6}}{2},DF=1,FE=\sqrt{BF^2+BE^2}=\frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$\cos\angle EDF=\frac{DE^2+DF^2-EF^2}{2DE\cdot DF}=\frac{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2+1^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}{2\times\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)}=\frac{\sqrt{6}}{6},$$

故异面直线 AC 与 DE 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

故选：A



9. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，上顶点的坐标为$\left(0,\sqrt{2}\right)$，右顶点为$A,P$为$C$上横坐标为1的点，直线$PA$与$y$轴交于点$M,O$为坐标原点，则$\left|OM\right|=$（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，求得椭圆的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$，不妨设$P(1,y_0)$且$y_0>0$，求得$P(1,\dfrac{\sqrt{6}}{2})$，得出直线$PA$的方程，求得$M$的坐标，即可求解.

【详解】由题意知，椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$的离心率$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，可得$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即$a=\sqrt{2}c$，

又由椭圆C的上顶点的坐标为$\left(0,\sqrt{2}\right)$，可得$b=\sqrt{2}$，

因为$a^2=b^2+c^2$，可得$a=2,c=\sqrt{2}$，所以椭圆的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$，

又因为点P为C上横坐标为1的点，不妨设$P(1,y_0)$且$y_0>0$，

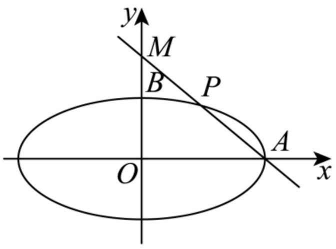
将点$P(1,y_0)$代入椭圆的方程，可得$\dfrac{1}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$，可得$y_0=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，即$P(1,\dfrac{\sqrt{6}}{2})$，

因为点A为椭圆的右顶点，可得$A(2,0)$，所以$k_{AP}=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

则直线PA的方程为$y=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}(x-2)$，令$x=0$，可得$y=\sqrt{6}$，即$M(0,\sqrt{6})$，

所以$\left|OM\right|=\sqrt{6}$.

故选：D.



10. 已知函数 $f\left(x\right)=\cos\left(2x-2\varphi\right)\left(\varphi\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\right)$ 的图象与函数 $g\left(x\right)=\sin\left(2x+\varphi\right)$ 的图象重合，则 $g\left(x\right)$ 在下列哪个区间上单调递增（　　）

A. $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$　　B. $\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right)$　　C. $\left(-\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{\pi}{12}\right)$　　D. $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数相等得到 $\cos(2x-2\varphi)=\sin(2x+\varphi)$，再化简得出 φ 的值和 $g(x)$ 的解析式，最后求出 $g(x)$ 的单调增区间即可.

【详解】由题意可知，$f(x)=g(x)$，所以 $\cos(2x-2\varphi)=\sin(2x+\varphi)$，即

$\sin[(2x+\varphi)+\dfrac{\pi}{2}-3\varphi]=\sin(2x+\varphi)$，

又因为 $\varphi\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，所以 $\dfrac{\pi}{2}-3\varphi\in(-\pi,\dfrac{\pi}{2})$，

所以 $\dfrac{\pi}{2}-3\varphi=0$，解得 $\varphi=\dfrac{\pi}{6}$，即 $g(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$.

令 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi<2x+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，

解得 $-\dfrac{\pi}{3}+k\pi<x<\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$，

所以 $g(x)$ 的单调递增区间为 $(-\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k\pi),k\in Z$

所以 $g(x)$ 在 $\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right)$ 上单调递增.

故选：B.

11. 已知点 A,B 在抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上，设 C 的焦点为 F，线段 AB 的中点 M 在 C 的准线 l 上的射影为 M'，且 $\left|AB\right|=\sqrt{3}\left|MM'\right|$，则向量 $\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FA}$ 的夹角的最大值为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据梯形中位线可得 $|MM'|=\frac{1}{2}(|AP|+|BQ|)$，进而由抛物线定义可得 $|AB|=\sqrt{3}|MM'|=\frac{\sqrt{3}}{2}(|AF|+|BF|)$，即可由余弦定理，结合基本不等式求解.

【详解】过 A,B 分别作 $AP\perp l,BQ\perp l$，

则 MM' 是梯形 $ABQP$ 的中位线，故 $|MM'|=\frac{1}{2}(|AP|+|BQ|)$，

由于 $|AP|=|AF|,|BQ|=|BF|$，

所以 $|MM'|=\frac{1}{2}(|AP|+|BQ|)=\frac{1}{2}(|AF|+|BF|)$，

故 $|AB|=\sqrt{3}|MM'|=\frac{\sqrt{3}}{2}(|AF|+|BF|)$，

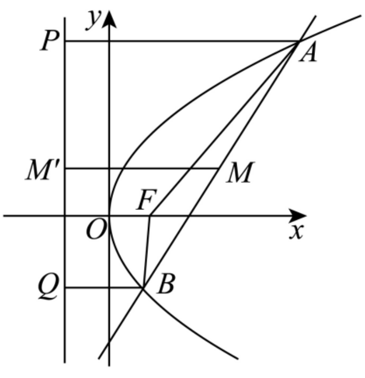
$$\cos\langle\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FA}\rangle=\frac{|AF|^2+|BF|^2-|AB|^2}{2|AF||BF|}=\frac{|AF|^2+|BF|^2-\frac{3}{4}(|AF|+|BF|)^2}{2|AF||BF|}=\frac{\frac{1}{4}\left(|AF|^2+|BF|^2\right)-\frac{3}{2}|AF||BF|}{2|AF||BF|}$$

$$\cos\langle\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FA}\rangle=\frac{\frac{1}{4}\left(|AF|^2+|BF|^2\right)-\frac{3}{2}|AF||BF|}{2|AF||BF|}\geq\frac{\frac{1}{4}\left(2|AF||BF|\right)-\frac{3}{2}|AF||BF|}{2|AF||BF|}\geq-\frac{1}{2},$$

当且仅当 $|AF|=|BF|$ 时取等号，

故 $\langle\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FA}\rangle\in[0,\pi]$，故 $\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FA}$ 的夹角最大值为 $\frac{2\pi}{3}$，

故选：C



12.