四川省德阳市2023-2024学年高三下学期“三诊”考试（理科）数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合$A=\{x\,|\,1<x<2024\}$，$B=\{x\,|\,x<a\}$，若$A\subseteq B$，则实数a的取值范围是（　）

A．$(2024,+\infty)$　　B．$[2024,+\infty)$　　C．$(-\infty,2024]$　　D．$(-\infty,2024)$

2．欧拉公式$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$把自然对数的底数e，虚数单位i，$\cos\theta$和$\sin\theta$联系在一起，充分体现了数学的和谐美，被誉为“数学中的天桥”，若复数z满足$\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}+\mathrm{i}\right)\cdot z=1+\mathrm{i}$，则正确的是（　）

A．z的共轭复数为$-\mathrm{i}$　　B．z的实部为1

C．z的虚部为i　　D．z的模为1

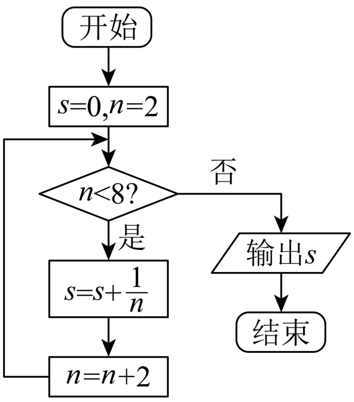
3．在$(2+x)(1+x)^6$的展开式中x^3的系数是（　）

A．30　　B．35　　C．55　　D．60

4．已知函数$f(x)=\sin x+\cos x$，且$f'(x_0)=\frac{1}{2}f(x_0)$，则$\tan 2x_0$的值是（　）

A．$-\frac{2}{3}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$-\frac{4}{3}$

5．执行下面的程序框图，输出的$s=$（　）



A．$\frac{11}{12}$　　B．$\frac{25}{24}$

C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{1}{6}$

6. 已知向量$\overrightarrow{OA}=(1,0),\overrightarrow{OB}=(1,1)$，$O$为坐标原点，动点$P(x,y)$满足约束条件$\begin{cases}0\le\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}\le 1\\0\le\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}\le 2\end{cases}$，

则$z=x-2y$的最大值为（　）

A．-2　　B．2　　C．-3　　D．3

7．2023年7月28日至8月8日，第31届世界夏季大学生运动会在成都市举行，组委会将5名大学生分配到A，B，C三个路口进行引导工作，每个路口至少分配一人，每人只能去一个路口．若甲、乙要求去同一个路口，则不同的分配方案共有（　）

A．18种　　B．24种　　C．36种　　D．48种

8．α，β，γ为不同的平面，m，n，l为不同的直线，则m⊥β的一个充分条件是

A．$n\perp\alpha,n\perp\beta,m\perp\alpha$

B．$\alpha\cap\gamma=m,\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$

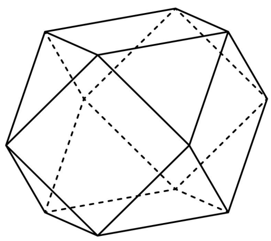
C．$\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,m\perp\alpha$

D．$\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,m\perp l$

9．如今我国物流行业蓬勃发展，极大地促进了社会经济发展和资源整合．已知某类果蔬的保鲜时间y(单位：小时)与储藏温度x(单位：℃)满足函数关系．$y=\mathrm{e}^{ax+b}$(a，b．为常数)，若该果蔬在7℃的保鲜时间为288小时，在21℃ 的保鲜时间为32小时，且该果蔬所需物流时间为4天，则物流过程中果蔬的储藏温度(假设物流过程中恒温)最高不能超过（　）

A．14℃　　B．15℃　　C．13℃　　D．16℃

10．“阿基米德多面体”也称半正多面体，是由边数不全相同的正多边形围成的多面体，它体现了数学的对称美．如图是以正方体的各条棱的中点为顶点的多面体，这是一个有八个面为正三角形，六个面为正方形的“阿基米德多面体”，若该多面体的棱长为$\sqrt{2}$，则该多面体外接球的表面积为（　）



A．8π

B．4π

C．2π

D．$\frac{4}{3}\pi$

11．设F_1,F_2是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$的左、右焦点，O是坐标原点，点P是C上异于实轴端点的任意一点，若$|PF_1||PF_2|-|OP|^2=2a^2$，则C的离心率为（　）

A．$\sqrt{3}$　　　B．$\sqrt{2}$　　　C．3　　　D．2

12．已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为R，且 $(x-2)\left[f'(x)-f(x)\right]>0$，$f(4-x)=f(x)e^{4-2x}$，则不等式 $e^3 f(\ln x)<xf(3)$ 的解集是（　）

A．$\left(0,e^3\right)$　　　B．$\left(1,e^3\right)$　　　C．$\left(e,e^3\right)$　　　D．$\left(e^3,+\infty\right)$

二、填空题

13．已知函数 $f(x)=\cos(x+\theta)$是奇函数，则θ的最小正值为___________.

14．在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c；已知 $C=\dfrac{\pi}{3}$，若向量 $\vec{m}=(c-4,a-b),\vec{n}=(a-b,c+4)$ 满足 $\vec{m}//\vec{n}$，则 $\triangle ABC$ 的面积为__________.

15．已知两点 $M(-1,0),N(1,0)$，若直线 $x-y+m=0$ 上存在唯一点 P 满足 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=0$，则实数 m 的值为__________.

16．已知 F 为抛物线 $C:x^2=4y$ 的焦点，过点 F 的直线 l 与抛物线 C 相交于不同的两点 A、B，若抛物线 C 在 A、B 两点处的切线相交于点 P，则 $|PF|^2+\dfrac{4}{|AB|}$ 的最小值为_______.

三、解答题

17．已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$\{b_n\}$ 是等比数列，且 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n,2a_1=b_1=2,a_5=5(a_4-a_3)$，在① $b_5=4(b_4-b_3)$，② $b_{n+1}=S_n+2$ 这两个条件中任选其中一个，完成下面问题的解答.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

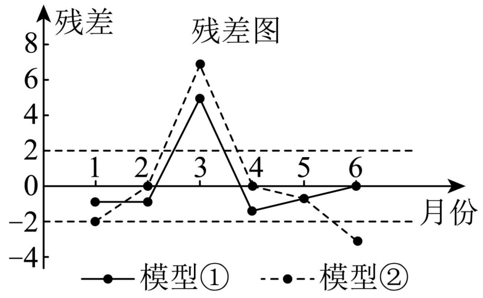
(2)设数列 $\left\{\dfrac{a_n}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，是否存在 $m,n\in N^*$，使得 $T_n=a_m$ 若存在，求出所有满足题意的 m,n；若不存在，请说明理由.

18．某公司为了确定下季度的前期广告投入计划，收集并整理了近6个月广告投入量 x(单位：万元)和收益 y(单位：万元)的数据如表(其中有些数据污损不清)：

月份	1	2	3	4	5	6
广告投入量	2		7	8	10	

收益		20	30	34	37	

他们分别用两种模型① $y=bx+a$，② $y=a\mathrm{e}^{bx}$ 进行拟合，得到相应的回归方程并进行残差分析，得到如图所示的残差图及一些统计量的值.



(1)根据残差图，比较模型①，②的拟合效果，应选择哪个模型?

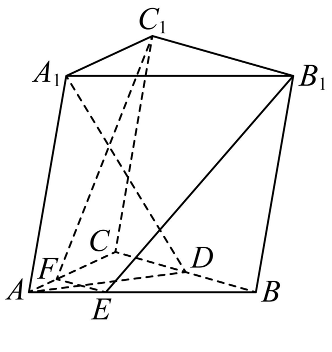
(2)残差绝对值大于 2 的数据被认为是异常数据，需要剔除.

（i）剔除异常数据后，求出（1）中所选模型的回归方程；

（ii）若广告投入量 x=19，则（1）中所选模型收益的预报值是多少万元?(精确到 0.01)

附：对于一组数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$,其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

19．如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面 ABC 是等边三角形，$\angle A_1AB=\angle A_1AC$，$D$ 为 BC 的中点，过 B_1C_1 的平面交棱 AB 于 E，交 AC 于 F.



(1)求证:平面 $A_1AD\perp$ 平面 EB_1C_1F；

(2)若 $\triangle A_1AD$ 是等边三角形，$AB=4$，求二面角 $D-AA_1-C$ 的正弦值.

20．已知椭圆 $:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,其左右焦点分别为 F_1、F_2,下顶点为

A，右顶点为 B，$\triangle ABF_1$ 的面积为 $1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)设不过原点 O 的直线交 C 于 M、N 两点，且直线 OM,MN,ON 的斜率依次成等比数列，求 $\triangle MON$ 面积的取值范围.

21．设函数 $f(x)=\mathrm{e}^{ax}+\cos x$，$g(x)=\sin x+2$.

(1)试研究 $F\left(x\right)=\dfrac{1}{6}x^3-x+g\left(x\right)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的极值点；

(2)当 $x\geq 0$ 时，$f(x)\geq g(x)$，求实数 a 的取值范围.

22．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{2t}{1+t^2}+2 \\ y=\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数)，直线 l 的方程为 $x-y-1=0$．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的极坐标方程；

(2)点 P 的极坐标为 $(1,\dfrac{3\pi}{2})$，设直线 l 与曲线 C 的交点为 A、B 两点，若线段 AB 的中点为 D，求线段 PD 的长.

23．已知 a、b、c、d 均为正数，且 $ad=bc$.

(1)证明:若 $a+d>b+c$，则 $|a-d|>|b-c|$；

(2)若 $t\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{c^2+d^2}=\sqrt{a^4+c^4}+\sqrt{b^4+d^4}$，求实数 t 的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】根据给定条件，利用集合的包含关系求解即得.

【详解】集合 $A=\{x\mid 1<x<2024\}$， $B=\{x\mid x<a\}$，又 $A\subseteq B$，则 $a\geq 2024$，

所以实数 a 的取值范围是 $[2024,+\infty)$.

故选：B

2．D

【分析】由欧拉公式计算可得 $z=-\mathrm{i}$，再根据共轭复数、实部、虚部定义以及模长公式可得结果.

【详解】由 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$ 可得 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}=\cos\pi+\mathrm{i}\sin\pi=-1$，

所以 $\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}+\mathrm{i}\right)\cdot z=\left(-1+\mathrm{i}\right)\cdot z=1+\mathrm{i}$ ，可得 $z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{-1+\mathrm{i}}=\dfrac{\left(1+\mathrm{i}\right)\left(-1-\mathrm{i}\right)}{\left(-1+\mathrm{i}\right)\left(-1-\mathrm{i}\right)}=\dfrac{-1-\mathrm{i}^2-2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}^2}=-\mathrm{i}$，

所以 z 的共轭复数为 i，即 A 错误；

z 的实部为 0，即 B 错误；

z 的虚部为 -1，所以 C 错误；

z 的模为 1，可知 D 正确.

故选：D

3．C

【分析】利用二项式定理求出所有含 x^3 的项，计算可得系数.

【详解】由二项展开式的通项可得展开式中含 x^3 的项包括两项，

即 $2\mathrm{C}_6^3\cdot 1^3\cdot x^3+x\mathrm{C}_6^2\cdot 1^4\cdot x^2=\left(2\mathrm{C}_6^3+\mathrm{C}_6^2\right)x^3=55x^3$ ，

所以展开式中 x^3 的系数是 55.

故选：C

4．B

【分析】求出函数 $f(x)$ 的导函数，利用给定等式求出 $\tan x_0$，再利用二倍角的正切计算即得.

【详解】函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ ，求导得 $f'(x)=\cos x-\sin x$ ，

由 $f'(x_0)=\dfrac{1}{2}f(x_0)$，得 $\cos x_0-\sin x_0=\dfrac{1}{2}(\cos x_0+\sin x_0)$，解得 $\tan x_0=\dfrac{1}{3}$，

所以$\tan 2x_0=\frac{2\tan x_0}{1-\tan^2 x_0}=\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{3}{4}$.

故选：B

5．A

【分析】由程序框图的循环结构，代入计算可得结果.

【详解】根据流程框图可知，第一次计算结果为$s=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2},n=4<8$；

第二次循环计算可得$s=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4},n=6<8$；

第三次循环计算可得$s=\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12},n=8=8$，不满足$n<8$，循环结束，

此时输出$s=\frac{11}{12}$.

故选：A

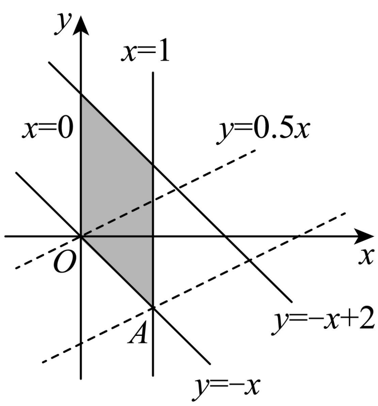
6．D

【分析】利用向量数量积的坐标表示得出约束条件，画出可行域并利用直线的截距的几何意义求得结果.

【详解】易知$\overrightarrow{OP}=\left(x,y\right)$，

所以约束条件$\begin{cases}0\le\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}\le 1\\0\le\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}\le 2\end{cases}$即为$\begin{cases}0\le x\le 1\\0\le x+y\le 2\end{cases}$，

画出可行域如下图阴影部分所示：



将目标函数$z=x-2y$变形可得$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}z$，

当其在y轴上的截距最小时，z的取值最大；

对直线$y=-x$，令$x=1$，则$y=-1$，则$A\left(1,-1\right)$，

显然当直线$y=\frac{1}{2}x$平移到过点$A\left(1,-1\right)$时，z取最大值 3.

故选：D

7．C

【分析】按照分组分配问题先将 5 人分情况讨论并分成三组，再分配到三个路口进行计算可得结果.

【详解】第一步：先将 5 名大学生分成三组，每组人数为 1，1，3 或 1，2，2；

当分为 1，1，3 时，且甲、乙要求去同一个路口，则甲、乙必须在 3 人组，

因此只需从剩下的 3 人中任选一人，其余两人各自一组，共有C_3^1种分法；

当分为 1，2，2 时，且甲、乙要求去同一个路口，则将剩下的 3 人分成两组即可，共有$C_3^1C_2^2$种分法；

第二步：再将分好的三组人员分配到三个路口，共有A_3^3种分配方案；

因此共$\left(C_3^1+C_3^1C_2^2\right)A_3^3=36$种.

故选：C

8．A

【详解】解：因为α，β，γ为不同的平面，m，n，l 为不同的直线，则 m⊥β的一个充分条件是$n\perp\alpha,n\perp\beta,m\perp\alpha$，选 A

9．A

【分析】根据给定的函数模型建立方程组，再列出不等式即可求解.

【详解】依题意，$\begin{cases}e^{7a+b}=288\\e^{21a+b}=32\end{cases}$，则$e^{14a}=\frac{1}{9}$，即$e^{7a}=\frac{1}{3}$，显然$a<0$，

设物流过程中果蔬的储藏温度为t℃，于是$e^{at+b}\geq 96=3\cdot e^{21a+b}=e^{-7a}\cdot e^{21a+b}=e^{14a+b}$，

解得$at+b\geq 14a+b$，因此$t\leq 14$，

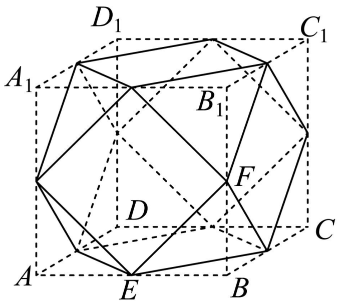
所以物流过程中果蔬的储藏温度最高不能超过 14℃.

故选：A

10．A

【分析】将该多面体补全为正方体，得出该多面体的外接球即为正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱切球，求出该正方体的棱长得出棱切球半径，计算得到表面积.

【详解】将“阿基米德多面体”补全为正方体，如下图所示：



不妨取两棱中点为E,F，由题知$EF=\sqrt{2}$，

易知$BE\perp BF,BE=BF$，可得$BE=BF=1$，

所以正方体的棱长为2，该多面体的外接球即为正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱切球，

所以棱切球的直径为该正方体的面对角线，长度为$2\sqrt{2}$，

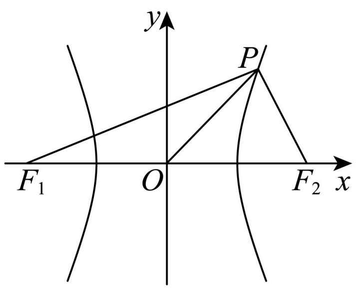
因此该多面体的外接球的半径为$\sqrt{2}$，所以其表面积为$S=4\pi\left(\sqrt{2}\right)^2=8\pi$.

故选：A

11．D

【分析】设出点P的坐标，利用两点间距离公式，结合点P在双曲线上及给定等式化简计算即得.

【详解】令双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的焦点$F_1(-c,0),F_2(c,0)$，设$P(x_0,y_0),y_0\neq 0$，



则$\dfrac{x_0^2}{a^2}-\dfrac{y_0^2}{b^2}=1$，即有$y_0^2=\dfrac{b^2}{a^2}x_0^2-b^2$，$|PF_1|=\sqrt{(x_0+c)^2+y_0^2}=\sqrt{x_0^2+2cx_0+c^2+\dfrac{b^2}{a^2}x_0^2-b^2}$

$=\sqrt{\dfrac{c^2}{a^2}x_0^2+2cx_0+a^2}=|\dfrac{c}{a}x_0+a|$，同理$|PF_2|=|\dfrac{c}{a}x_0-a|$，

而$x_0^2\geq a^2$，故$\dfrac{c^2}{a^2}x_0^2-a^2\geq c^2-a^2>0$，

因此$2a^2=|PF_1||PF_2|-|OP|^2=\dfrac{c^2}{a^2}x_0^2-a^2-x_0^2-y_0^2=\dfrac{b^2}{a^2}x_0^2-y_0^2-a^2=b^2-a^2$，

即$b^2=3a^2$，所以双曲线C的离心率$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\dfrac{b^2}{a^2}}=2$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/158133112051006063