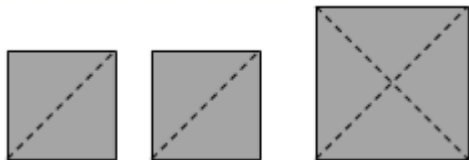


## 一、选择题

1. 如示意图, 小宇利用两个面积为  $1 \text{ dm}^2$  的正方形拼成了一个面积为  $2 \text{ dm}^2$  的大正方形, 并通过测量大正方形的边长感受了  $\sqrt{2} \text{ dm}$  的大小. 为了感知更多无理数的大小, 小宇利用类似拼正方形的方法进行了很多尝试, 下列做法不能实现的是 ( )



- A. 利用两个边长为  $2 \text{ dm}$  的正方形感知  $\sqrt{8} \text{ dm}$  的大小  
 B. 利用四个直角边为  $3 \text{ dm}$  的等腰直角三角形感知  $\sqrt{18} \text{ dm}$  的大小  
 C. 利用一个边长为  $\sqrt{2} \text{ dm}$  的正方形以及一个直角边为  $2 \text{ dm}$  的等腰直角三角形感知  $\sqrt{6} \text{ dm}$  的大小  
 D. 利用四个直角边分别为  $1 \text{ dm}$  和  $3 \text{ dm}$  的直角三角形以及一个边长为  $2 \text{ dm}$  的正方形感知  $\sqrt{10} \text{ dm}$  的大小

2. 以下 11 个命题: ①负数没有平方根; ②内错角相等; ③同旁内角互补, 两直线平行; ④一个正数有两个立方根, 它们互为相反数; ⑤无限不循环小数是无理数; ⑥数轴上的点与实数有一一对应关系; ⑦过一点有且只有一条直线和已知直线垂直; ⑧不相交的两条直线叫做平行线; ⑨从直线外一点到这条直线的垂线段, 叫做这点到直线的距离. ⑩开方开不尽的数是无理数; ⑪相等的两个角是对顶角; 其中真命题的个数为 ( )

- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8

3. 若  $a^2 = 25$ ,  $|b| = 3$ , 则  $a+b$  所有可能的值为 ( )

- A. 8                      B. 8 或 2                      C. 8 或 -2                      D.  $\pm 8$  或  $\pm 2$

4. 若  $a > 1$ , 则  $|a|$ ,  $-a$ ,  $\frac{1}{a}$  的大小关系正确的是 ( )

- A.  $|a| > -a > \frac{1}{a}$                       B.  $\frac{1}{a} > -a > |a|$                       C.  $|a| > \frac{1}{a} > -a$                       D.  $-a > |a| > \frac{1}{a}$

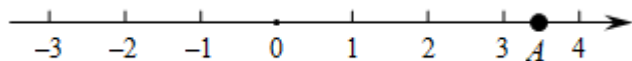
5. 若  $\sqrt{15}$  的整数部分为  $a$ , 小数部分为  $b$ , 则  $a-b$  的值为 ( )

- A.  $6 - \sqrt{15}$                       B.  $\sqrt{15} - 6$                       C.  $8 - \sqrt{15}$                       D.  $\sqrt{15} - 8$

6. 有下列说法: ①在 1 和 2 之间的无理数有且只有  $\sqrt{2}, \sqrt{3}$  这两个; ②实数与数轴上的点一一对应; ③两个无理数的积一定是无理数; ④  $\frac{\pi}{2}$  是分数. 其中正确的为 ( )

- A. ①②③④                      B. ①②④                      C. ②④                      D. ②

7. 如图, 点 A 表示的数可能是 ( )



- A.  $\sqrt{2} + 1$                       B.  $\sqrt{6}$                       C.  $\sqrt{11}$                       D.  $\sqrt{17}$

8. 对于任意不相等的两个实数  $a, b$ , 定义运算:  $a \times b = a^2 - b^2 + 1$ , 例如  $3 \times 2 = 3^2 - 2^2 + 1 = 6$ , 那么  $(-5) \times 4$  的值为 ( )

- A. -40                      B. -32                      C. 18                      D. 10

9. 下列说法中, 正确的个数是 ( ).

(1)  $-64$  的立方根是  $-4$ ; (2)  $49$  的算术平方根是  $\pm 7$ ; (3)  $2$  的立方根为  $\sqrt[3]{2}$ ; (4)  $\sqrt{7}$  是  $7$  的平方根.

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

10. 在求  $1+6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9$  的值时, 小林发现: 从第二个加数起每一个加数都是前一个加数的  $6$  倍, 于是她设:  $S=1+6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9 \dots \dots$  ①

然后在①式的两边都乘以  $6$ , 得:  $6S=6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9+6^{10} \dots \dots$  ②

②-①得  $6S-S=6^{10}-1$ , 即  $5S=6^{10}-1$ , 所以  $S=\frac{6^{10}-1}{5}$ .

得出答案后, 爱动脑筋的小林想: 如果把“ $6$ ”换成字母“ $a$ ”(  $a \neq 0$  且  $a \neq 1$  ), 能否求出  $1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2018}$  的值? 你的答案是

- A.  $\frac{a^{2018}-1}{a-1}$                       B.  $\frac{a^{2019}-1}{a-1}$                       C.  $\frac{a^{2018}-1}{a}$                       D.  $a^{2019}-1$

## 二、填空题

11. 在数轴上, 点  $M, N$  分别表示数  $m, n$ , 则点  $M, N$  之间的距离为  $|m-n|$ .

(1) 若数轴上的点  $M, N$  分别对应的数为  $2-\sqrt{2}$  和  $-\sqrt{2}$ , 则  $M, N$  间的距离为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ,  $MN$  中点表示的数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 已知点  $A, B, C, D$  在数轴上分别表示数  $a, b, c, d$ , 且  $|a-c|=|b-c|=\frac{2}{3}|d-a|$   $=1$  ( $a \neq b$ ), 则线段  $BD$  的长度为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 请先在草稿纸上计算下列四个式子的值: ①  $\sqrt{1^3}$ ; ②  $\sqrt{1^3+2^3}$ ; ③  $\sqrt{1^3+2^3+3^3}$ ; ④  $\sqrt{1^3+2^3+3^3+4^3}$ , 观察你计算的结果, 用你发现的规律直接写出下面式子的值

$$\sqrt{1^3+2^3+3^3+\dots+26^3} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

13. 已知  $5+\sqrt{7}$  的小数部分是  $a$ ,  $5-\sqrt{7}$  的小数部分是  $b$ , 则  $(a+b)^{2019} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 现定义一种新运算: 对任意有理数  $a, b$ , 都有  $a \otimes b = a^2 - b$ , 例如  $3 \otimes 2 = 3^2 - 2 = 7$ ,  $2 \otimes (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 对于数  $x$ , 符号  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数, 例如  $[3.14]=3$ ,  $[-7.59]=-8$ , 则关于  $x$  的方程  $[\frac{3x-4}{7}]=2$  的整数解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 在求  $1+3+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7+3^8$  的值时, 张红发现: 从第二个加数起每一个加数都是前一个加数的  $3$  倍, 于是她假设:  $S=1+3+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7+3^8$  ①,

然后在①式的两边都乘以  $3$ , 得:  $3S=3+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7+3^8+3^9$  ②,

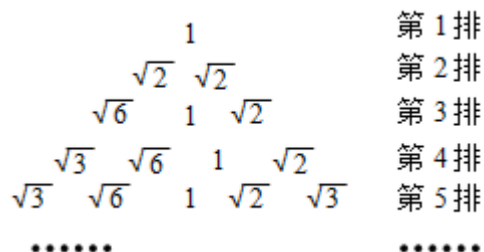
②-①得,  $3S-S=3^9-1$ , 即  $2S=3^9-1$ ,

$$\text{所以 } S = \frac{3^9-1}{2}.$$

得出答案后, 爱动脑筋的张红想: 如果把“ $3$ ”换成字母  $m$  ( $m \neq 0$  且  $m$

≠1), 能否求出  $1+m+m^2+m^3+m^4+\dots+m^{2016}$  的值? 如能求出, 其正确答案是 \_\_\_\_\_.

17. 将  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$  按如图方式排列. 若规定  $(m, n)$  表示第  $m$  排从左向右第  $n$  个数, 如  $(5, 4)$  表示的数是  $\sqrt{2}$  (即第 5 排从左向右第 4 个数), 那么  $(2021, 1011)$  所表示的数是 \_\_\_\_\_.



18. 计算并观察下列算式的结果:  $\sqrt{1^3}, \sqrt{1^3+2^3}, \sqrt{1^3+2^3+3^3}, \sqrt{1^3+2^3+3^3+4^3}, \dots$ , 则  $\sqrt{1^3+2^3+3^3+\dots+100^3} =$  \_\_\_\_\_.

19. 已知  $M$  是满足不等式  $-\sqrt{2} < a < \sqrt{7}$  的所有整数的和,  $N$  是  $\sqrt{52}$  的整数部分, 则  $M+N$  的平方根为 \_\_\_\_\_.

20. 规定: 用符号  $[x]$  表示一个不大于实数  $x$  的最大整数, 例如:  $[3.69]=3, [\sqrt{3}+1]=2, [-2.56]=-3, [-\sqrt{3}]=-2$ . 按这个规定,  $[-\sqrt{13}-1]=$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

21. 我们知道, 正整数按照能否被 2 整除可以分成两类: 正奇数和正偶数, 小华受此启发, 按照一个正整数被 3 除的余数把正整数分成了三类: 如果一个正整数被 3 除余数为 1, 则这个正整数属于 A 类, 例如 1, 4, 7 等; 如果一个正整数被 3 除余数为 2, 则这个正整数属于 B 类, 例如 2, 5, 8 等; 如果一个正整数被 3 整除, 则这个正整数属于 C 类, 例如 3, 6, 9 等.

(1) 2020 属于 \_\_\_\_\_ 类 (填 A, B 或 C);

(2) ①从 A 类数中任取两个数, 则它们的和属于 \_\_\_\_\_ 类 (填 A, B 或 C);

②从 A、B 类数中任取一数, 则它们的和属于 \_\_\_\_\_ 类 (填 A, B 或 C);

③从 A 类数中任意取出 8 个数, 从 B 类数中任意取出 9 个数, 从 C 类数中任意取出 10 个数, 把它们都加起来, 则最后的结果属于 \_\_\_\_\_ 类 (填 A, B 或 C);

(3) 从 A 类数中任意取出  $m$  个数, 从 B 类数中任意取出  $n$  个数, 把它们都加起来, 若最后的结果属于 C 类, 则下列关于  $m, n$  的叙述中正确的是 \_\_\_\_\_ (填序号).

①  $m+2n$  属于 C 类; ②  $|m-n|$  属于 A 类; ③  $m, n$  属于同一类.

22. 在已有运算的基础上定义一种新运算  $\otimes$ :  $x \otimes y = |x-y| + y$ ,  $\otimes$  的运算级别高于加减乘除运算, 即  $\otimes$  的运算顺序要优先于  $+, -, \times, \div$  运算, 试根据条件回答下列问题.

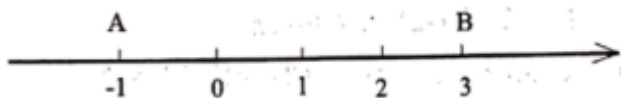
(1) 计算:  $5 \otimes (-3) =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若  $x \otimes 3 = 5$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_;

(3) 在数轴上, 数  $x, y$  的位置如下图所示, 试化简:  $1 \otimes x - y \otimes x$ ;



(4) 如图所示, 在数轴上, 点  $A, B$  分别以 1 个单位每秒的速度从表示数  $-1$  和  $3$  的点开始运动, 点  $A$  向正方向运动, 点  $B$  向负方向运动,  $t$  秒后点  $A, B$  分别运动到表示数  $a$  和  $b$  的点所在的位置, 当  $a \otimes b = 2$  时, 求  $t$  的值.



23. 给定一个十进制下的自然数  $x$ , 对于  $x$  每个数位上的数, 求出它除以 2 的余数, 再把每一个余数按照原来的数位顺序排列, 得到一个新的数, 定义这个新数为原数  $x$  的“模二数”, 记为  $M_2(x)$ . 如  $M_2(735) = 111$ ,  $M_2(561) = 101$ . 对于“模二数”的加法规定如下: 将两数末位对齐, 从右往左依次将相应数位上的数分别相加, 规定:  $0$  与  $0$  相加得  $0$ ;  $0$  与  $1$  相加得  $1$ ;  $1$  与  $1$  相加得  $0$ , 并向左边一位进  $1$ . 如  $735, 561$  的“模二数”  $111, 101$  相加的运算过程如下图所示.

$$\begin{array}{r} 111 \\ +101 \\ \hline 1100 \end{array}$$

根据以上材料, 解决下列问题:

(1)  $M_2(9653)$  的值为 \_\_\_\_\_,  $M_2(58) + M_2(9653)$  的值为 \_\_\_\_\_

(2) 如果两个自然数的和的“模二数”与它们的“模二数”的和相等, 则称这两个数“模二相加不变”. 如  $M_2(124) = 100, M_2(630) = 010$ , 因为

$M_2(124) + M_2(630) = 110, M_2(124 + 630) = 110$ , 所以  $M_2(124 + 630) = M_2(124) + M_2(630)$ , 即  $124$  与  $630$  满足“模二相加不变”.

① 判断  $12, 65, 97$  这三个数中哪些与  $23$  “模二相加不变”, 并说明理由;

② 与  $23$  “模二相加不变”的两位数有 \_\_\_\_\_ 个

24. 下列等式:  $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ , 将以上三个等式两边分别相加得:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

(1) 观察发现:  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 初步应用: 利用 (1) 的结论, 解决以下问题“① 把  $\frac{1}{12}$  拆成两个分子为 1 的真的真分数之差, 即  $\frac{1}{12} = \underline{\hspace{1cm}}$ ; ② 把  $\frac{1}{12}$  拆成两个分子为 1 的真的真分数之和, 即  $\frac{1}{12} = \underline{\hspace{1cm}}$ ;

(3) 定义“ $\otimes$ ”是一种新的运算, 若  $\frac{1}{1} \otimes 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{2} \otimes 3 = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$ ,

$\frac{1}{4} \otimes 4 = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$ , 求  $\frac{1}{3} \otimes 9$  的值.

25. 如图 1, 把两个边长为 1 的小正方形沿对角线剪开, 所得的 4 个直角三角形拼成一个面积为 2 的大正方形. 由此得到了一种能在数轴上画出无理数对应点的方法.

(1) 图 2 中 A、B 两点表示的数分别为\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_；

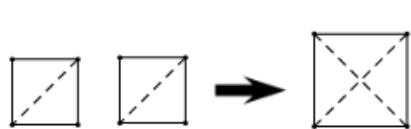


图 1

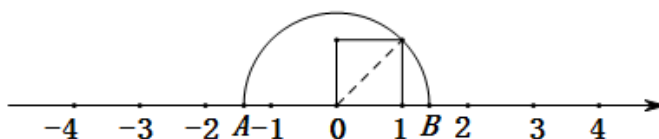


图 2

(2) 请你参照上面的方法：

①把图 3 中  $5 \times 1$  的长方形进行剪裁，并拼成一个大正方形。在图 3 中画出裁剪线，并在图 4 的正方形网格中画出拼成的大正方形，该正方形的边长  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（注：小正方形边长都为 1，拼接不重叠也无空隙）

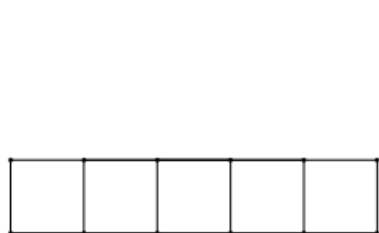


图 3

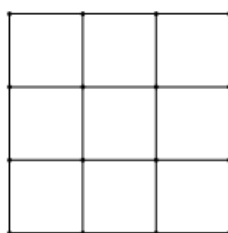
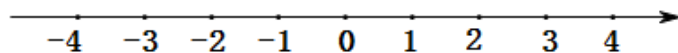


图 4

②在①的基础上，参照图 2 的画法，在数轴上分别用点 M、N 表示数  $a$  以及  $a-3$ 。（图中标出必要线段的长）



26. 规律探究，观察下列等式：

$$\text{第 1 个等式: } a_1 = \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\text{第 2 个等式: } a_2 = \frac{1}{4 \times 7} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right)$$

$$\text{第 3 个等式: } a_3 = \frac{1}{7 \times 10} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right)$$

$$\text{第 4 个等式: } a_4 = \frac{1}{10 \times 13} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right)$$

请回答下列问题：

(1) 按以上规律写出第 5 个等式：  $= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 用含  $n$  的式子表示第  $n$  个等式：  $= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( $n$  为正整数)

(3) 求  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{100}$

27. 如果有一列数，从这列数的第 2 个数开始，每一个数与它的前一个数的比等于同一个非零的常数，这样的一列数就叫做等比数列 (Geometric Sequences)。这个常数叫做等比数列的公比，通常用字母  $q$  表示 ( $q \neq 0$ )。

(1) 观察一个等比数列  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ ，它的公比  $q = \underline{\hspace{1cm}}$ ；如果  $a_n$  ( $n$

为正整数)表示这个等比数列的第  $n$  项,那么  $a_{18} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 如果欲求  $1+2+4+8+16+\dots+2^{30}$  的值,可以按照如下步骤进行:

$$\text{令 } S = 1+2+4+8+16+\dots+2^{30} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{等式两边同时乘以 } 2, \text{ 得 } 2S = 2+4+8+16+\dots+2^{31} \dots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 式, 得 } 2S - S = 2^{31} - 1$$

$$\text{即 } (2-1)S = 2^{31} - 1$$

$$\text{所以 } S = \frac{2^{31}-1}{2-1} = 2^{31} - 1$$

请根据以上的解答过程,求  $3+3^2+3^3+\dots+3^{23}$  的值:

(3) 用由特殊到一般的方法探索:若数列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , 从第二项开始每一项与前一项之比的常数为  $q$ , 请用含  $a_1, q, n$  的代数式表示  $a_n$ ; 如果这个常数  $q \neq 1$ , 请用含  $a_1, q, n$  的代数式表示  $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n$ .

28. 观察下面的变形规律:

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \quad \dots$$

解答下面的问题:

(1) 仿照上面的格式请写出  $\frac{1}{4 \times 5} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 若  $n$  为正整数, 请你猜想  $\frac{1}{n(n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3) 基础应用: 计算:  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2016 \times 2017}$ .

(4) 拓展应用 1: 解方程:  $\frac{x}{1 \times 2} + \frac{x}{2 \times 3} + \frac{x}{3 \times 4} + \dots + \frac{x}{2016 \times 2017} = 2016$

(5) 拓展应用 2: 计算:  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{2015 \times 2017}$ .

29. 据说, 我国著名数学家华罗庚在一次访问途中, 看到飞机邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题: 一个数 32768, 它是一个正数的立方, 希望求它的立方根, 华罗庚不假思索给出了答案, 邻座乘客非常惊奇, 很想得知其中的奥秘, 你知道华罗庚是怎样准确计算出的吗? 请按照下面的问题试一试:

(1) 由  $10^3 = 1000, 100^3 = 1000000$ , 因为  $1000 < 32768 < 1000000$ , 请确定  $\sqrt[3]{32768}$  是        位数;

(2) 由 32768 的个位上的数是 8, 请确定  $\sqrt[3]{32768}$  的个位上的数是       , 划去 32768 后面的三位数 768 得到 32, 因为  $3^3 = 27, 4^3 = 64$ , 请确定  $\sqrt[3]{32768}$  的十位上的数是       ;

(3) 已知 13824 和 -110592 分别是两个数的立方, 仿照上面的计算过程, 请计算:  $\sqrt[3]{13824}$ ;  $\sqrt[3]{-110592}$ .

30. 小学的时候我们已经学过分数的加减法法则: “同分母分数相加减, 分母不变, 分子相加减; 异分母分数相加减, 先通分, 转化为同分母分数, 再加减。”如:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$ , 反之, 这个式子仍然成立, 即:

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}.$$

(1) 问题发现

观察下列等式:

$$\textcircled{1} \frac{1}{1 \times 2} = \frac{2-1}{1 \times 2} = \frac{2}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2},$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2 \times 3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3},$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{3 \times 4} = \frac{4-3}{3 \times 4} = \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \dots,$$

猜想并写出第  $n$  个式子的结果:  $\frac{1}{n(n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ . (直接写出结果, 不说明理由)

(2) 类比探究

将 (1) 中的三个等式左右两边分别相加得:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4},$$

类比该问题的做法, 请直接写出下列各式的结果:

$$\textcircled{1} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2019 \times 2020} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(3) 拓展延伸

$$\text{计算: } \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{99 \times 101}.$$

**【参考答案】**\*\*\*试卷处理标记, 请不要删除

## 一、选择题

1. C

解析: C

**【分析】**

在拼图的过程中, 拼前, 拼后的面积相等, 所以我们只需要分别计算拼前, 拼后的面积, 看是否相等, 就可以逐一排除.

**【详解】**

A:  $2 \times 2^2 = 8$ ,  $(\sqrt{8})^2 = 8$ , 不符合题意;

B:  $4 \times (3 \times 3 \div 2) = 18$ ,  $(\sqrt{18})^2 = 18$ , 不符合题意;

C:  $(\sqrt{2})^2 + 2 \times 2 \div 2 = 4$ ,  $(\sqrt{6})^2 = 6$ , 符合题意;

D:  $4 \times (1 \times 3 \div 2) + 2^2 = 10$ ,  $(\sqrt{10})^2 = 10$ , 不符合题意.

故选: C.

**【点睛】**

本题考查了利用二次根式计算面积, 解题的关键是在拼图的过程中, 拼前, 拼后的面积相等.

**2. A**

解析: A

**【分析】**

根据相关知识逐项判断即可求解.

**【详解】**

解: ①“负数没有平方根”, 是真命题; ②“内错角相等”, 缺少两直线平行这一条件, 是假命题; ③“同旁内角互补, 两直线平行”, 是真命题; ④“一个正数有两个立方根, 它们互为相反数”, 一个正数有一个立方根, 是假命题; ⑤“无限不循环小数是无理数”, 是真命题; ⑥“数轴上的点与实数有一一对应关系”, 是真命题; ⑦“过一点有且只有一条直线和已知直线垂直”, 缺少在同一平面内条件, 是假命题; ⑧“不相交的两条直线叫做平行线”, 缺少在同一平面内条件, 是假命题; ⑨“从直线外一点到这条直线的垂线段, 叫做这点到直线的距离”, 应为“从直线外一点到这条直线的垂线段的长度, 叫做这点到直线的距离”, 是假命题. ⑩“开方开不尽的数是无理数”, 是真命题; ⑪“相等的两个角是对顶角”, 相等的角有可能是对顶角, 但不一定是对顶角, 是假命题.

所以真命题有 5 个.

故选: A

**【点睛】**

本题考查判断真假命题、平方根、立方根、平行线的判定、无理数、实数与数轴关系、直线外一点到直线的距离、对顶角等知识, 综合性较强, 熟知相关知识点是解题关键.

**3. D**

解析: D

**【分析】**

先求出  $a$ 、 $b$  的值, 再计算即可.

**【详解】**

解:  $\because a^2 = 25$ ,

$\therefore a = \pm 5$ ,

$\because |b| = 3$ ,

$\therefore b = \pm 3$ ,

当  $a=5$ ,  $b=3$  时,  $a+b=8$ ;

当  $a=5$ ,  $b=-3$  时,  $a+b=2$ ;

当  $a=-5$ ,  $b=3$  时,  $a+b=-2$ ;

当  $a=-5$ ,  $b=-3$  时,  $a+b=-8$ ;

故选: D.



**【点睛】**

本题考查了绝对值、平方根和有理数加法运算，解题关键是分类讨论，准确计算.

**4. C**

解析：C

**【分析】**

可以用取特殊值的方法，因为  $a > 1$ ，所以可设  $a=2$ ，然后分别计算  $|a|$ ， $-a$ ， $\frac{1}{a}$ ，再比较即可求得它们的关系.

**【详解】**

解：设  $a=2$ ，

$$\text{则 } |a|=2, -a=-2, \frac{1}{a}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore 2 > \frac{1}{2} > -2,$$

$$\therefore |a| > \frac{1}{a} > -a;$$

故选：C.

**【点睛】**

此类问题运用取特殊值的方法做比较简单.

**5. A**

解析：A

**【分析】**

先根据无理数的估算求出  $a$ 、 $b$  的值，由此即可得.

**【详解】**

$$Q 9 < 15 < 16,$$

$$\therefore \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}, \text{ 即 } 3 < \sqrt{15} < 4,$$

$$\therefore a=3, b=\sqrt{15}-3,$$

$$\therefore a-b=3-(\sqrt{15}-3)=6-\sqrt{15},$$

故选：A.

**【点睛】**

本题考查了无理数的估算，熟练掌握估算方法是解题关键.

**6. D**

解析：D

**【分析】**

根据无理数的定义与运算、实数与数轴逐个判断即可得.

**【详解】**

①在 1 和 2 之间的无理数有无限个，此说法错误；

②实数与数轴上的点一一对应，此说法正确；

③两个无理数的积不一定是无理数，如  $-\sqrt{2} \times \sqrt{2} = -2$ ，此说法错误；

④  $\frac{\pi}{2}$  是无理数，不是分数，此说法错误；

综上，说法正确的为②，

故选：D.

【点睛】

本题考查了无理数的定义与运算、实数与数轴，熟练掌握运算法则和定义是解题关键.

7. C

解析：C

【分析】

先确定点 A 表示的数在 3、4 之间，再根据夹逼法逐项判断即得答案.

【详解】

解：点 A 表示的数在 3、4 之间，

A、因为  $1 < \sqrt{2} < 2$ ，所以  $2 < \sqrt{2} + 1 < 3$ ，故本选项不符合题意；

B、因为  $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ ，所以  $2 < \sqrt{6} < 3$ ，故本选项不符合题意；

C、因为  $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ ，所以  $3 < \sqrt{11} < 4$ ，故本选项符合题意；

D、因为  $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$ ，所以  $4 < \sqrt{17} < 5$ ，故本选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】

本题考查了实数与数轴以及无理数的估算，属于常见题型，正确理解题意、熟练掌握基本知识是解题的关键.

8. D

解析：D

【分析】

直接利用题中的新定义给出的运算公式计算得出答案.

【详解】

解： $(-5) \times 4 = (-5)^2 - 4^2 + 1 = 10$ .

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了实数运算，以及定义新运算，正确运用新定义给出的运算公式是解题关键.

9. C

解析：C

【详解】

根据立方根的意义，可知  $\sqrt[3]{-64} = -4$ ，故（1）对；

根据算术平方根的性质，可知 49 的算术平方根是 7，故（2）错；

根据立方根的意义，可知 2 的立方根是  $\sqrt[3]{2}$ ，故（3）对；

根据平方根的意义，可知  $\sqrt{7}$  是 7 的平方根，故（4）对；

故选 C.

## 10. B

解析: B

【分析】

首先根据题意, 设  $M=1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}$ , 求出  $aM$  的值是多少, 然后求出  $aM-M$  的值, 即可求出  $M$  的值, 据此求出  $1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2019}$  的值是多少即可.

【详解】

$$\because M=1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014} \text{ ①},$$

$$\therefore aM=a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}+a^{2015} \text{ ②},$$

$$\text{②}-\text{①}, \text{ 可得 } aM-M=a^{2015}-1,$$

$$\text{即 } (a-1)M=a^{2015}-1,$$

$$\therefore M=\frac{a^{2015}-1}{a-1}.$$

故选 B.

【点睛】

考查了整式的混合运算的应用, 主要考查学生的理解能力和计算能力.

## 二、填空题

## 11. 2

【分析】

(1) 直接根据定义, 代入数字求解即可得到两点间的距离; 根据两点之间的距离得出其一半的长度, 然后结合其中一个端点表示的数求解即可得中点表示的数;

(2) 先根据  $|a-c|=|b-c|$  与  $a \neq b$

解析: 2

【分析】

(1) 直接根据定义, 代入数字求解即可得到两点间的距离; 根据两点之间的距离得出其一半的长度, 然后结合其中一个端点表示的数求解即可得中点表示的数;

(2) 先根据  $|a-c|=|b-c|$  与  $a \neq b$  推出  $C$  为  $AB$  的中点, 然后根据题意分类讨论求解即可.

【详解】

$$\text{解: (1) 由题意, } M, N \text{ 间的距离为 } |2-\sqrt{2}-(-\sqrt{2})|=|2-\sqrt{2}+\sqrt{2}|=2;$$

$$\therefore MN=2,$$

$$\therefore \frac{1}{2}MN=1,$$

由题意知, 在数轴上,  $M$  点在  $N$  点右侧,

$$\therefore MN \text{ 的中点表示的数为 } -\sqrt{2}+1;$$

$$(2) \because |a-c|=|b-c|=1 \text{ 且 } a \neq b,$$

∵数轴上点  $A$ 、 $B$  与点  $C$  不重合，且到点  $C$  的距离相等，都为 1，

∴点  $C$  为  $AB$  的中点， $AB = 2$ ，

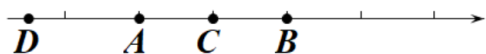
$$\therefore \frac{2}{3}|d-a|=1,$$

$$\therefore |d-a|=\frac{3}{2},$$

即：数轴上点  $A$  和点  $D$  的距离为  $\frac{3}{2}$ ，讨论如下：

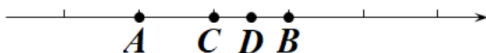
1>若点  $A$  位于点  $B$  左边：

①若点  $D$  在点  $A$  左边，如图所示：



$$\text{此时, } BD = AD + AB = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2};$$

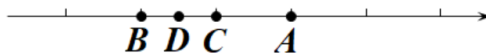
②若点  $D$  在点  $A$  右边，如图所示：



$$\text{此时, } BD = AB - AD = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2};$$

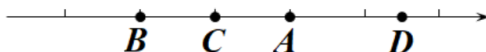
2>若点  $A$  位于点  $B$  右边：

①若点  $D$  在点  $A$  左边，如图所示：



$$\text{此时, } BD = AB - AD = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2};$$

②若点  $D$  在点  $A$  右边，如图所示：



$$\text{此时, } BD = AD + AB = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2};$$

综上，线段  $BD$  的长度为  $\frac{1}{2}$  或  $\frac{7}{2}$ ，

故答案为：2； $-\sqrt{2}+1$ ； $\frac{1}{2}$  或  $\frac{7}{2}$ 。

### 【点睛】

本题考查数轴上两点间的距离，以及与线段中点相关的计算问题，理解数轴上点的特征以及两点间的距离表示方法，灵活根据题意分类讨论是解题关键。

## 12. 351

### 【分析】

先计算题干中四个简单式子，算出结果，找出规律，根据规律得出最后式子的值。

### 【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/165101004104011304>