2022~2023学年上学期佛山市普通高中教学质量检测

高二数学

2023年1月

本试卷共4页，22小题.满分150分.考试用时120分钟.

注意事项：

1、答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上，将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

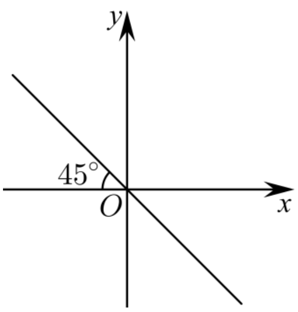
2.作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目后面的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案.答案不能答在试卷上.

3.非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.

4.考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，请将答题卡交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 如图，直线l的倾斜角为（　　）



A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{3\pi}{4}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据倾斜角的定义分析运算.

【详解】由题意可知：直线l的倾斜角为$\frac{\pi}{4}$的补角，即为$\frac{3\pi}{4}$.

故选：C.

2. 已知向量$\vec{a}=(4,-2,3)$，$\vec{b}=(1,5,x)$，满足$\vec{a}\perp\vec{b}$，则x的值为（　　）

A. 2　　　　B. -2　　　　C. $\frac{14}{3}$　　　　D. $-\frac{14}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】直接利用空间向量垂直的公式计算即可.

【详解】$\because \vec{a}\perp\vec{b}$，$\vec{a}=(4,-2,3)$，$\vec{b}=(1,5,x)$

$\therefore 4\times1+(-2)\times5+3x=0$，

解得 $x=2$

故选：A.

3. 已知圆的一条直径的端点分别为$P_1(2,5)$，$P_2(4,3)$，则此圆的标准方程是（　　）

A. $(x+3)^2+(y+4)^2=8$　　　　B. $(x-3)^2+(y-4)^2=8$

C　$(x+3)^2+(y+4)^2=2$　　　　D. $(x-3)^2+(y-4)^2=2$

【答案】D

【解析】

【分析】求出圆心坐标以及圆的半径，即可得出该圆的标准方程.

【详解】由题意可知，圆心为线段P_1P_2的中点，则圆心为$C(3,4)$，

圆的半径为$|CP_1|=\sqrt{(2-3)^2+(5-4)^2}=\sqrt{2}$，

故所求圆的方程为$(x-3)^2+(y-4)^2=2$.

故选：D.

4. 已知向量$\vec{a}=(1,0,\sqrt{3})$，$\vec{b}=(1,2,0)$，则$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量是（　　）

A. $\left(\frac{1}{5},\frac{2}{5},0\right)$　　　　B. $\left(\frac{1}{5},0,\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$　　　　C. $\left(\frac{1}{4},0,\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$　　　　D. $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2},0\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据投影向量的概念结合空间向量的坐标运算求解.

【详解】由题意可得：$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times1+0\times2+\sqrt{3}\times0=1,|\vec{a}|=\sqrt{1^2+0^2+(\sqrt{3})^2}=2$，

故 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{4}\vec{a}=\left(\frac{1}{4},0,\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

故选：C

5. 一个袋子中装有形状大小完全相同的 6 个红球，n 个绿球，现采用不放回的方式从中依次随机取出 2 个球.若取出的 2 个球都是红球的概率为 $\frac{1}{3}$，则 n 的值为（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 12　　D. 15

【答案】A

【解析】

【分析】利用古典概型概率计算公式列出方程，能求出 n 的值.

【详解】一个袋子中有若干个大小质地完全相同的球，其中有 6 个红球，n 个绿球，

从袋中不放回地依次随机取出 2 个球，取出的 2 个球都是红球的概率是 $\frac{1}{3}$，

则 $\frac{6\times5}{(6+n)(5+n)}=\frac{1}{3}$，

解得 $n=4$（负值舍去）.

故选：A.

6. 已知直线 $l_1:x+2ay-1=0$ 与 $l_2:(3a-1)x-ay-1=0$ 平行，则实数 a 的值为（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 0 或 $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{2}$ 或1

【答案】C

【解析】

【分析】利用两直线平行可得出关于实数 a 的等式与不等式，解之即可.

【详解】由已知可得 $\begin{cases}2a(3a-1)=-a\\3a-1\neq1\end{cases}$，解得 $a=0$ 或 $\frac{1}{6}$.

故选：C.

7. 过点 $M(2,1)$ 作斜率为 1 的直线，交双曲线 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 于 A，B 两点，点 M 为 AB 的中点，则该双曲线的离心率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】设点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，代入双曲线方程后做差，整理，可得 a,b 关系，再利用 $c^2=a^2+b^2$ 消去 b 即可求得离心率.

【详解】设点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

则有 $\begin{cases}\dfrac{y_1^2}{a^2}-\dfrac{x_1^2}{b^2}=1\\ \dfrac{y_2^2}{a^2}-\dfrac{x_2^2}{b^2}=1\end{cases}$，两式做差后整理得 $\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot\dfrac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=\dfrac{a^2}{b^2}$，

由已知 $\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1,x_1+x_2=4,y_1+y_2=2$，

$\therefore\dfrac{2}{4}=\dfrac{a^2}{b^2}$，又 $c^2=a^2+b^2$，

$\therefore\dfrac{1}{2}=\dfrac{a^2}{c^2-a^2}$，

得 $\dfrac{c}{a}=\sqrt{3}$

故选：B

8. 在两条异面直线 a，b 上分别取点 A_1，E 和点 A，F，使 $AA_1\perp a$，且 $AA_1\perp b$.已知 $A_1E=2$，$AF=3$，$EF=5$，$AA_1=\sqrt{6}$，则两条异面直线 a，b 所成的角为（　　）

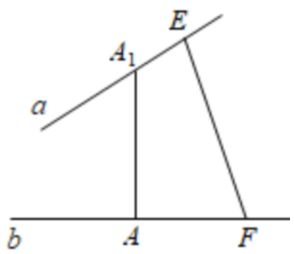
A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】设两条异面直线 a，b 所成的角为 $\theta\left(0<\theta\le\dfrac{\pi}{2}\right)$，将等式 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA_1}+\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AF}$ 两边同时平方计算可得答案.

【详解】如图，设两条异面直线 a，b 所成的角为 $\theta\left(0<\theta\le\dfrac{\pi}{2}\right)$，



$\because AA_1 \perp a$， $AA_1 \perp b$， $A_1E = 2$， $AF = 3$， $EF = 5$， $AA_1 = \sqrt{6}$，

$\therefore \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AF}$，

则 $\overrightarrow{EF}^2 = (\overrightarrow{EA_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AF})^2 = \overrightarrow{EA_1}^2 + \overrightarrow{A_1A}^2 + \overrightarrow{AF}^2 + 2\overrightarrow{EA_1} \cdot \overrightarrow{A_1A} + 2\overrightarrow{EA_1} \cdot \overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{AF}$

$\therefore 5^2 = 2^2 + (\sqrt{6})^2 + 3^2 \pm 2 \times 2 \times 3\cos\theta$，

得 $\cos\theta = \frac{1}{2}$ 或 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$（舍去）

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

故选：B

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分.有选错的得 0 分.部分选对的得 2 分.

9. 对于一个古典概型的样本空间 Ω 和事件 A，B，其中 $n(\Omega) = 18$，$n(A) = 9$，$n(B) = 6$，$n(A \cup B) = 12$ 则（　　）

A. 事件 A 与事件 B 互斥

B. $P(\bar{A} \cup B) = \frac{2}{3}$

C. 事件 A 与事件 $\overline{B}$ 相互独立

D. $P(\overline{AB}) = \frac{1}{6}$

【答案】BC

【解析】

【分析】根据古典概型结合概率的性质以及事件的独立性分析判断.

详解】由题意可得：$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$，则 $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = \frac{2}{3}$，

$\because n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(AB)$，

$\therefore n(AB) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 3 \neq 0$，即事件 A 与事件 B 不互斥，A 错误；

可得：$n(\bar{A} \cup B) = n(\Omega) - n(A) + n(AB) = 12$，

故 $P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}, P(\bar{A} \cup B) = \frac{n(\bar{A} \cup B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{3}, P(A\bar{B}) = 1 - P(\bar{A} \cup B) = \frac{1}{3}, P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = \frac{5}{6}$，

可知 B 正确，D 错误；

又$\because P\left(A\overline{B}\right)=P\left(A\right)P\left(\overline{B}\right)$，

$\therefore$事件 A 与事件 $\overline{B}$ 相互独立，C 正确；

故选：BC.

10. 已知曲线C的方程为$\dfrac{x^2}{25-k}+\dfrac{y^2}{9+k}=1$，则$C$可能是（　　）

A. 半径为$\sqrt{17}$的圆

B. 焦点在x上的椭圆，且长轴长为$\sqrt{25-k}$

C. 等轴双曲线

D. 焦点在y上的双曲线，且焦距为$2\sqrt{2k-16}$

【答案】AD

【解析】

【分析】根据曲线的形状求出参数的值或取值范围，再结合各曲线的几何性质逐项判断，可得出合适的选项.

【详解】对于 A 选项，若曲线C为圆，则$\begin{cases}25-k=9+k\\25-k>0\end{cases}$，解得$k=8$，

此时，曲线C的方程为$x^2+y^2=17$，该圆的半径为$\sqrt{17}$，A 对；

对于 B 选项，若曲线C表示焦点在x轴上的椭圆，则$\begin{cases}25-k>9+k\\9+k>0\end{cases}$，解得$-9<k<8$，

此时，椭圆C的长轴长为$2\sqrt{25-k}$，B 错；

对于 C 选项，若曲线C为等轴双曲线，则$25-k+9+k=0$，无解，C 错；

对于 D 选项，若曲线C表示焦点在y轴上的双曲线，则$\begin{cases}9+k>0\\25-k<0\end{cases}$，解得$k>25$，

此时，双曲线C的焦距为$2\sqrt{9+k+k-25}=2\sqrt{2k-16}$，D 对.

故选：AD.

11. 已知抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，过F的直线与C交于A、B两点，且A在x轴上方，过A、B分别作C的准线l的垂线，垂足分别为A'、B'，则（　　）

A. $OA\perp OB$

B. 若$|AF|=5$，则 A 的纵坐标为 4

C. 若$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，则直线 AB 的斜率为$2\sqrt{2}$

D. 以 $A'B'$ 为直径的圆与直线 AB 相切于 F

【答案】BCD

【解析】

【分析】设直线 AB 为 $x=my+1$ 及交点坐标，利用韦达定理可得 $y_1+y_2=4m, y_1y_2=-4$，对 A：结合向量垂直的坐标表示分析判断；对 B：根据抛物线的定义运算求解；对称：结合向量的坐标运算求解；对 D：根据直线与圆的位置关系分析判断.

【详解】由题意可得：抛物线C： $y^2=4x$ 的焦点 $F(1,0)$，准线 $l: x=-1$，

设直线 AB 为 $x=my+1, A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right)(y_1>0), B\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$，则 $A'(-1,y_1), B'(-1,y_2)$，

联立方程$\begin{cases}x=my+1\\y^2=4x\end{cases}$，消去 y 可得： $y^2-4my-4=0$，

则 $\Delta=16m^2+16>0, y_1+y_2=4m, y_1y_2=-4$，

对 A：$\because \overrightarrow{OA}=\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right), \overrightarrow{OB}=\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$，

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{(y_1y_2)^2}{16}+y_1y_2=-3\neq 0$，

$\therefore \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$不相互垂直，A 错误；

对 B：$\because |AF|=\frac{y_1^2}{4}+1=5$，则 $y_1=4$ 或 $y_2=-4$ （舍去），

$\therefore A$ 的纵坐标为 4，B 正确；

对 C：$\because \overrightarrow{AF}=\left(1-\frac{y_1^2}{4}, -y_1\right), \overrightarrow{FB}=\left(\frac{y_2^2}{4}-1, y_2\right)$，且$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，

$\therefore -y_1=2y_2$，则$\begin{cases}-y_1=2y_2\\y_1+y_2=4m\\y_1y_2=-4\end{cases}$，解得$\begin{cases}y_1=2\sqrt{2}\\y_2=-\sqrt{2}\\m=\frac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$或$\begin{cases}y_1=-2\sqrt{2}\\y_2=\sqrt{2}\\m=-\frac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$（舍去），

故直线 AB 的斜率 $k=\frac{1}{m}=2\sqrt{2}$，C 正确；

对 D：$\because \dfrac{y_1+y_2}{2}=4m,\left|A'B'\right|=\sqrt{\left(y_1+y_2\right)^2-4y_1+y_2}=4\sqrt{m^2+1}$，

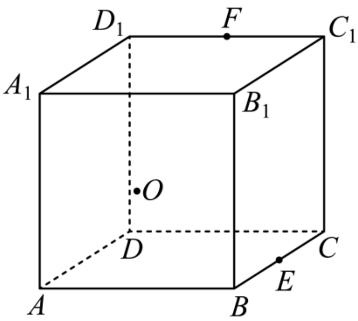
$\therefore$ $A'B'$ 的中点 $M\left(-1,2m\right)$ 到直线 AB 的距离 $d=\dfrac{\left|-1-2m-1\right|}{\sqrt{m^2+1}}=2\sqrt{m^2+1}=\dfrac{1}{2}\left|A'B'\right|$，

又 $\because$ $\left|MF\right|=\sqrt{4+4m^2}=2\sqrt{m^2+1}=\dfrac{1}{2}\left|A'B'\right|$，

故以 $A'B'$ 为直径的圆与直线 AB 相切于 F，D 正确；

故选：BCD.

12. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为面 A_1ABB_1 的中心，E、F 分别为 BC 和 D_1C_1 的中点，则（　　）



A. $B_1D\perp$ 平面 A_1EF

B. 平面 ACD_1 与平面 A_1EF 相交

C. 点 O 到直线 A_1E 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$

D. 点 O 到平面 A_1EF 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

【答案】BC

【解析】

【分析】建系，利用空间向量处理线、面关系以及距离问题.

【详解】如图，以 D 为坐标原点建立空间直角坐标系，则有：

$$A\left(1,0,0\right),C\left(0,1,0\right),D\left(0,0,0\right),E\left(\frac{1}{2},1,0\right),F\left(0,\frac{1}{2},1\right),O\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right),A_1\left(1,0,1\right),B_1\left(1,1,1\right),D_1\left(0,0,1\right),$$

设平面 A_1EF 的法向量为 $\vec{n}=\left(x,y,z\right)$，

由 $\overrightarrow{A_1F}=\left(-1,\dfrac{1}{2},0\right),\overrightarrow{A_1E}=\left(-\dfrac{1}{2},1,-1\right)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1F}=-x+\dfrac{1}{2}y=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1E}=-\dfrac{1}{2}x+y-z=0\end{cases}$，

令 $x=2$，则 $\boldsymbol{y=4,z=3}$，则 $\vec{n}=\left(2,4,3\right)$，

设平面 ACD_1 的法向量为 $\vec{m}=\left(a,b,c\right)$，

由 $\overrightarrow{AC}=(-1,1,0),\overrightarrow{CD_1}=(0,-1,1)$，则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC}=-a+b=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{CD_1}=-b+c=0\end{cases}$，

令 $a=1$，则 $b=c=1$，则 $\vec{m}=(1,1,1)$，

对 A：$\because \overrightarrow{DB_1}=(1,1,1)$，则 $\frac{2}{1}\neq\frac{4}{1}\neq\frac{3}{1}$，即 $\overrightarrow{DB_1}$ 与 $\vec{n}$ 不共线，

$\therefore B_1D$ 不与平面 A_1EF 垂直，A 错误；

对 B：$\because \frac{2}{1}\neq\frac{4}{1}\neq\frac{3}{1}$，则 $\vec{m}$ 与 $\vec{n}$ 不共线，

$\therefore$平面 ACD_1 与平面 A_1EF 相交，B 正确；

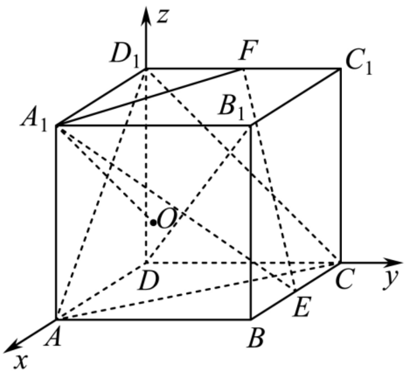
对 C：$\because \overrightarrow{A_1O}=\left(0,\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$，则 $\cos\left\langle\overrightarrow{A_1O},\overrightarrow{A_1E}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{A_1O}\cdot\overrightarrow{A_1E}}{\left|\overrightarrow{A_1O}\right|\left|\overrightarrow{A_1E}\right|}=\frac{2\sqrt{2}}{3}>0$，即 $\left\langle\overrightarrow{A_1O},\overrightarrow{A_1E}\right\rangle$ 为锐角，

$\therefore \sin\left\langle\overrightarrow{A_1O},\overrightarrow{A_1E}\right\rangle=\sqrt{1-\cos^2\left\langle\overrightarrow{A_1O},\overrightarrow{A_1E}\right\rangle}=\frac{1}{3}$，

故点 O 到直线 A_1E 的距离为 $\left|\overrightarrow{A_1O}\right|\sin\left\langle\overrightarrow{A_1O},\overrightarrow{A_1E}\right\rangle=\frac{\sqrt{2}}{6}$，C 正确；

对 D：点 O 到平面 A_1EF 的距离为 $\frac{\left|\overrightarrow{A_1O}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|}=\frac{\sqrt{29}}{58}$，D 错误.

故选：BC.



三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 从长度为 4，6，8，10 的 4 条线段中任取 3 条，则这三条线段能构成一个三角形的概率为__________.

【答案】$\frac{3}{4}$ ##0.75

【解析】

【分析】利用古典模型概率即可求解.

【详解】由题可得，取出的三条线段长度的可能性有：

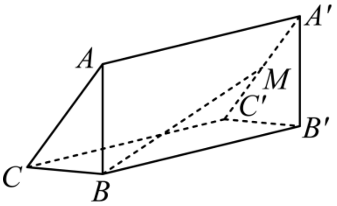
$(4,6,8),(4,6,10),(4,8,10),(6,8,10)$，其

中能构成三角形的有$(4,6,8),(4,8,10),(6,8,10)$，

这三条线段能构成一个三角形的概率为$\frac{3}{4}$，

故答案为：$\frac{3}{4}$.

14. 如图，在空间平移$\triangle ABC$到$\triangle A'B'C'$，连接对应顶点.设$\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$M$为$A'C'$中点，则用基底$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$表示向量$\overrightarrow{BM}=$__________.



【答案】$\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$

【解析】

【分析】根据空间向量的线性运算求解.

【详解】由题意可得：$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'M}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

故答案为：$\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

15. 已知F是双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1(a>0)$的右焦点，$P$是$C$的左支上一动点，$A(0,2\sqrt{3})$，若$\triangle APF$周长的最小值为10，则$C$的渐近线方程为__________.

【答案】$y=\pm\sqrt{3}x$

【解析】

【分析】设出$F'(-c，0$，运用双曲线的定义可得$|PF|-|PF'|=2a$，则$\triangle APF$的周长为$|PA|+|PF|+|AF|=|PA|+|PF'|+2a+\sqrt{12+c^2}$，运用三点共线取得最小值，可得$a,b,c$的关系，进而可得渐近线方程.

【详解】由题意可得$A(0,2\sqrt{3}),F(c,0)$，设$F'(-c,0)$，

由双曲线的定义可得$|PF|-|PF'|=2a$，