上海市徐汇区2024届高三上学期一模数学试卷

学校　　　　　　姓名：　　　　　　班级：　　　　　　考号：

一、填空题

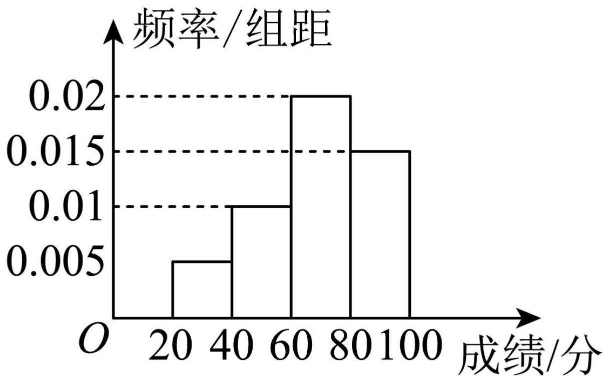
．已知全集　　，集合　　　　‖｜ 2，则￣　________________．

2．不等式—　　的解集为________．

．已知直线　　　　2经过点　　　，则直线 倾斜角的大小为___．

4．若实数　满足　　　2，则 2　2的最小值为______________．

．某学校组织全校学生参加网络安全知识竞赛，成绩（单位：分）的频率分布直方图如图所示，数据的分组依次为 20 40　40 0　，若该校的学生总人数为 000，则成绩低于 0分的学生人数为__．



．函数　　　2　　　的零点是______________．

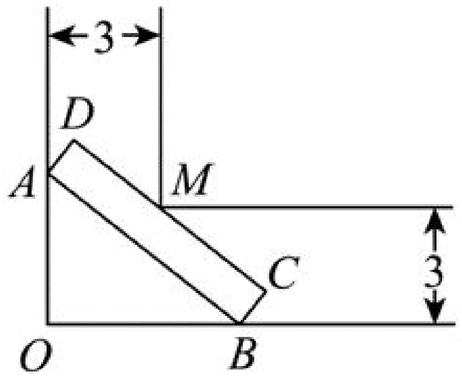
．已知　　0　0　　　2　2　　　0　0，则　　　　___________

．要排出高一某班一天上午　节课的课表，其中语文、数学、英语、艺术、体育各一节，若要求语文、数学选一门第一节课上，且艺术、体育不相邻上课，则不同的排法种数是___________．

．在　　中，　　　，　　2　为边　　上的点，且｜　｜4｜2｜2｜　｜　｜　｜，

设　　　　　　　2，则　　2　　___________．

0 某建筑物内一个水平直角型过道如图所示，两过道的宽度均为 米，有一个水平截面为矩形的设备需要水平通过直角型过道．若该设备水平截面矩形的宽　　为 米，则该设备能水平通过直角型过道的长　　不超过___米．



．已知一个棱长为　的正方体木块可以在一个封闭的圆锥形容器内任意转动，若圆锥

的底面半径为 ，母线长为 ，则实数 的最大值为__ .

．已知函数 ，其中 ，存在实数 使得

成立，若正整数 的最大值为 ，则实数 的取值范围是________.

二、单选题

．设 ， ，则 、 中至少有一个数是虚数 是 是虚数 的（ ）

．充分非必要条件 ．必要非充分条件

．充要条件 ．既非充分又非必要条件

．艺术体操比赛共有 位评委分别给出某选手的原始评分，评定该选手的成绩时 从 个原始评分中去掉 个最高分、 个最低分，得到 个有效评分． 个有效评分与 个原始评分相比，不变的数字特征是

．中位数 ．平均数 ．方差 ．极差

．已知集合 ，若对于任意 ，总存在与之相应的 （其中 ），使得 成立，则称集合 是 集合．下列选项为 集合 的是（ ）

． ．

． ．

．已知数列 为无穷数列．若存在正整数 ，使得对任意的正整数 ，均有 ，则称数列 为 阶弱减数列．有以下两个命题：①数列 为无穷数列且 （ 为正整数），则数列 是 阶弱减数列 的充要条件是 ；②数列 为无穷数列且 （ 为正整数），若存在 ，使得数列 是 阶弱减数列，则 ．那么（ ）

．①是真命题，②是假命题 ．①是假命题，②是真命题

．① ②都是真命题 ．① ②都是假命题

三、解答题

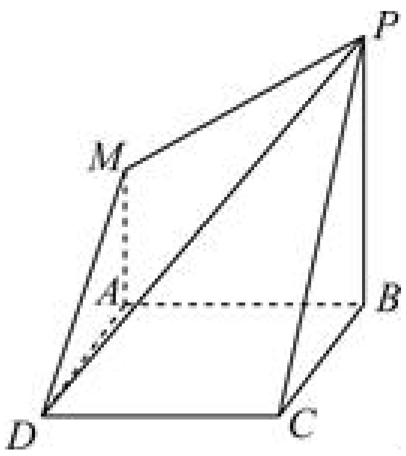
．已知等差数列 的前 项和为 ， ， ．

求数列　的通项公式；

若等比数列　的公比为　—，且满足　，求数列　的前　项和　.

. 如图，某多面体的底面　为正方形，　//　，　，　，　，

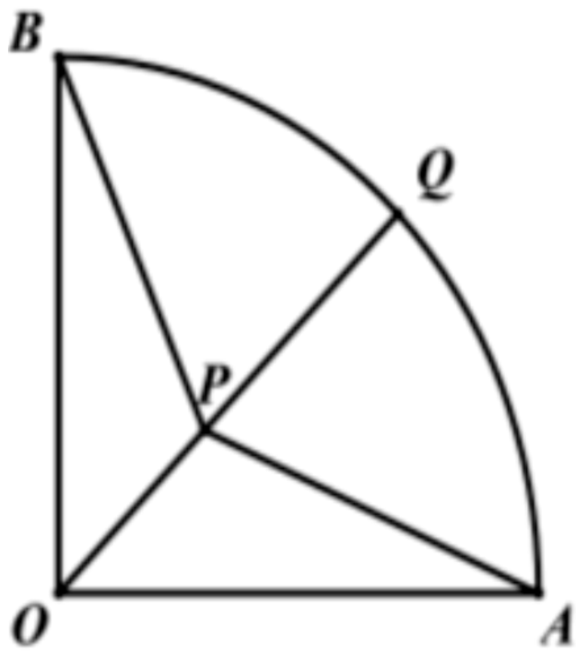
　.



求四棱锥　的体积；

求二面角　的平面角的正弦值.

. 　年杭州亚运会首次启用机器狗搬运赛场上的运动装备. 如图所示，在某项运动赛事扇形场地　中，　—，　米，点　是弧　的中点，　为线段　上一点（不与点　，　重合）. 为方便机器狗运输装备，现需在场地中铺设三条轨道　，　，　. 记　，三条轨道的总长度为　米.



将　表示成　的函数，并写出　的取值范围；

当三条轨道的总长度最小时，求轨道　的长.

. 已知双曲线　— —　的离心率为　.

若　$\sqrt{\ }$，且双曲线　经过点　$\sqrt{\ }$　，求双曲线　的方程；

若　，双曲线　的左、右焦点分别为　、　，焦点到双曲线　的渐近线的距离为 $\sqrt{\ }$，点　在第一象限且在双曲线　上，若 $|\quad|$，求　的值；

设圆　，　. 若动直线　与圆　相切，且　与双曲线　交

于 时，总有 –，求双曲线 离心率 的取值范围.

. 若函数 的导函数 是以 为周期的函数，则称函数 具有 性质 .

试判断函数 = 和 是否具有 性质 ，并说明理由；

已知函数 ，其中 具有 性质 ，求函数 在 上的极小值点；

若函数 具有 性质 ，且存在实数 使得对任意 都有 成立，求证： 为周期函数.

（可用结论：若函数 的导函数满足 = ，则 （常数）.）

参考答案：

1．　，

【分析】根据补集的定义直接进行运算即可

【详解】因为　$\|\ |$　，

所以 $^{-}$　$\|\ |$　，

故答案为：　，

．$(0,1)$

【分析】由题设可得$\frac{1}{\quad}$　0，利用分式不等式的解法求解即可

【详解】由题设，1　$\frac{1}{\ }$　$\frac{1}{\quad}$　0，

∴　$(\quad 1)$　0，解得0　1，

∴解集为$(0,1)$

故答案为：$(0,1)$

．—

【分析】先求得直线 的斜率，进而求得直线 倾斜角的大小

【详解】由直线　经过点$(1,1)$，可得1　，解之得　1，

设直线 倾斜角为 ，则　1，

又　$0,$　，则　—

则直线 倾斜角的大小为—

故答案为：—

．

【分析】利用基本不等式计算即可

【详解】由　，

当且仅当　1时取得最小值，即　的最小值为

故答案为：

．　00

【分析】先利用频率分布直方图求得成绩低于　0分的频率，进而求得该校成绩低于　0分的

学生人数

【详解】图中成绩低于 分的频率为 ，

则该校成绩低于 分的学生人数为 （人）

故答案为：

． –

【分析】利用对数运算及零点含义可得答案

【详解】由题意可得函数的定义域为

，令 可得 ，解得 –或 （舍），

故答案为：–

．

【分析】令 ，利用赋值法可得出

——————，即可得解

【详解】令 ，

则 ，

因此，

故答案为：

．

【分析】先排第一节，再利用插空法计算即可

【详解】先排第一节有 种排法，

再在其后排语数英中除第一节外的两科目，有 种不同排列

并形成 个空排艺术、体育两门科目，有 种排法，

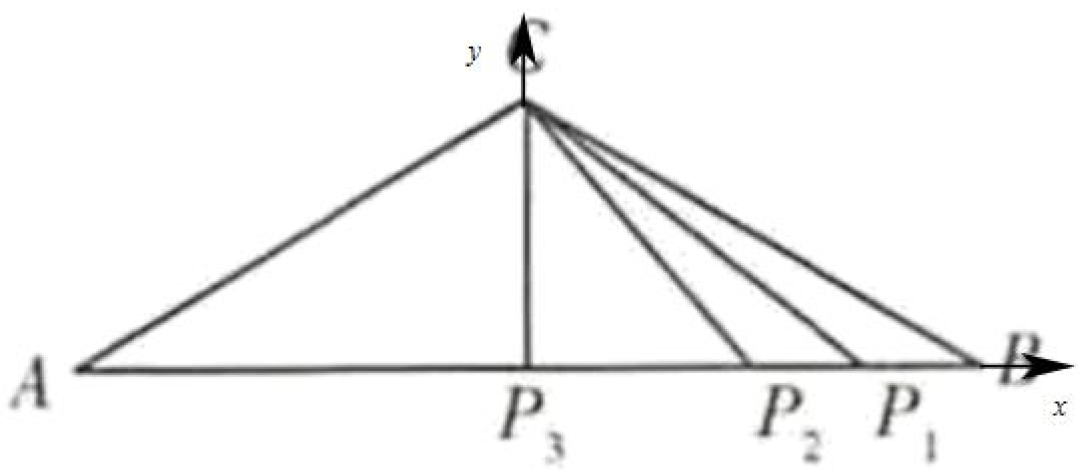
故不同的排课方法有 种方法

故答案为：

．

【分析】建立直角坐标系，利用数量积的坐标表示即可求解

【详解】



根据题意，分别为线段的八分点，四分点，二分点，

以为坐标原点，所在直线为轴建立坐标系，设| |，

则，

，

所以

故答案为：

. $\sqrt{}$

【分析】建立平面直角坐标系，利用直线的方程求得设备的长的表达式，再利用均值定理求得的最小值，进而得到该设备能水平通过直角型过道时不超过的值

【详解】分别以所在直线为轴建立平面直角坐标系如图，

则，令，

则直线的方程为— —，

则在直线的上方，且到直线的距离为，

即，则，

整理得 $\sqrt{}$，

设| | —，则，

则 $\sqrt{}$ 可化为，

令　—　，则 $\sqrt{\ }$ 　—　 $\sqrt{\ }$ ，则

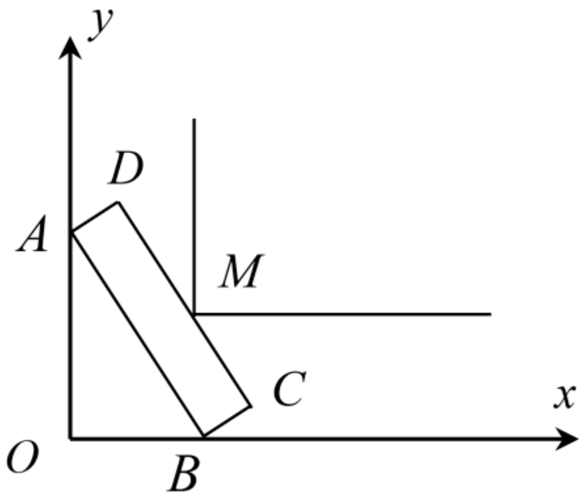
由 $\sqrt{\ }$ ，得 $\sqrt{\ }$ ，

又　—　在 $\sqrt{\ }$ 上单调递增，

则 $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$ $\sqrt{\ }$ ，

则 $\sqrt{\ }$ （当且仅当 $\sqrt{\ }$ 时等号成立）

则该设备能水平通过直角型过道的长　不超过 $\sqrt{\ }$ 　米

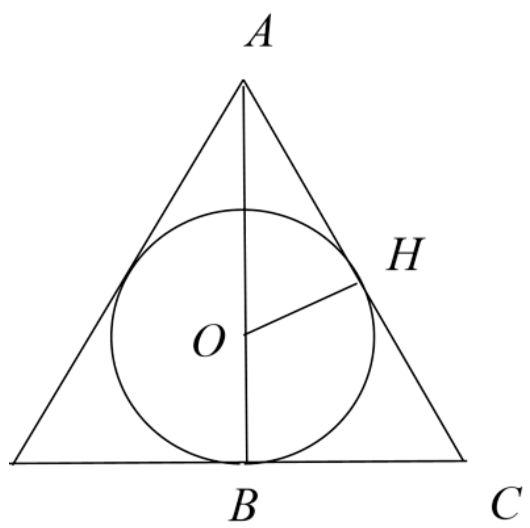


故答案为： $\sqrt{\ }$

.

【分析】先求得圆锥内切球半径，进而求得该正方体木块的最大体对角线长，即可求得实数的最大值

【详解】圆锥的底面半径　，母线长　，则圆锥的高 $\sqrt{\ }$ ，



设圆锥的内切球半径 ，

由△ ∽△ ，可得—— ——，

即— $\frac{\sqrt{\ }}{\ }$，解之得 $\sqrt{\ }$，

棱长为 的正方体的体对角线长为$\sqrt{\ }$ ，则其外接球半径为$\frac{\sqrt{\ }}{\ }$ ，

令$\frac{\sqrt{\ }}{\ }$ $\sqrt{\ }$，解之得

则实数 的最大值为

故答案为：

. —， — —,—

【分析】设 ，得到 ，然后分类讨论 的范围，解出

即可

【详解】设 ，

又因为 ，

所以 ，

则 ，

当 时， ，

则 ，

显然存在任意正整数 使得 成立；

当 时， ，

，

要使得正整数 的最大值为 ，则

，解得－ －，

当 时， ，

，

显然存在任意整数 使得 成立；

当 时， ，

，

要使得正整数 的最大值为 ，则

，解得 － －，

综上，则实数 的取值范围是 －，－ －,－

故答案为： －，－ －,－

.

【详解】若 、 皆是实数，则 一定不是虚数，因此当 是虚数时，则 、 中至少有一个数是虚数 成立，即必要性成立；

当 、 中至少有一个数是虚数， 不一定是虚数，如 ，即充分性不成立，故选

考点：复数概念，充要关系

.

【解析】根据平均数、中位数、方差、极差的概念来进行求解，得到答案

【详解】从 个原始评分去掉 个最高分、 个最低分，得到 个有效评分，

其平均数、极差、方差都可能会发生改变，

不变的数字特征数中位数

故选：

【点睛】本题考查平均数、中位数、方差、极差的概念，属于简单题

.