数学苏教七年级下册期末解答题压轴重点中学试题精选名校及答案解析

一、解答题

1．小明在学习过程中，对教材中的一个有趣问题做如下探究：

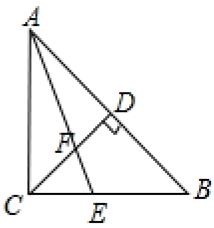


图1

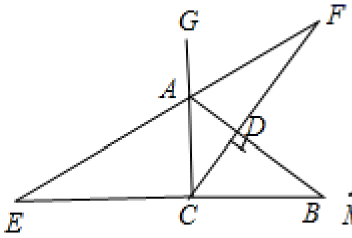


图2

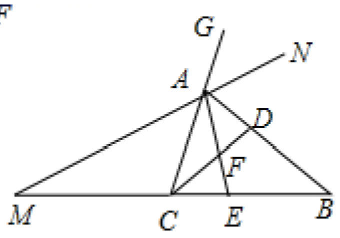


图3

（习题回顾）已知：如图 1，在$\vee ABC$中，$\angle ACB=90°$，AE是角平分线，CD是高，AE、CD相交于点F.求证：$\angle CFE=\angle CEF$；

（变式思考）如图 2，在$\vee ABC$中，$\angle ACB=90°$，CD是AB边上的高，若$\vee ABC$的外角$\angle BAG$的平分线交CD的延长线于点F，其反向延长线与BC边的延长线交于点E，则$\angle CFE$与$\angle CEF$还相等吗？说明理由；

（探究延伸）如图 3，在$\vee ABC$中，AB上存在一点D，使得$\angle ACD=\angle B$，$\angle BAC$的平分线AE交CD于点F.$\vee ABC$的外角$\angle BAG$的平分线所在直线MN与BC的延长线交于点M.直接写出$\angle M$与$\angle CFE$的数量关系.

2．（生活常识）

射到平面镜上的光线（入射光线）和变向后的光线（反射光线）与平面镜所夹的角相等．如图 1，*MN* 是平面镜，若入射光线 *AO* 与水平镜面夹角为∠1，反射光线 *OB* 与水平镜面夹角为∠2，则∠1=∠2 .

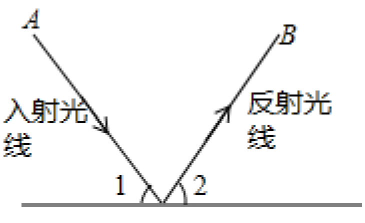


图1

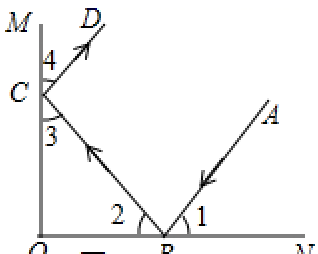


图2

（现象解释）

如图 2，有两块平面镜 *OM*，*ON*，且 *OM*⊥*ON*，入射光线 *AB* 经过两次反射，得到反射光线 *CD*.求证 *AB*∥*CD*.

（尝试探究）

如图 3，有两块平面镜 *OM*，*ON*，且∠*MON* =55°，入射光线 *AB* 经过两次反射，得到反射光线 *CD*，光线 *AB* 与 *CD* 相交于点 *E*，求∠*BEC* 的大小.

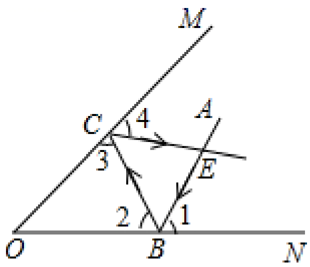


图3

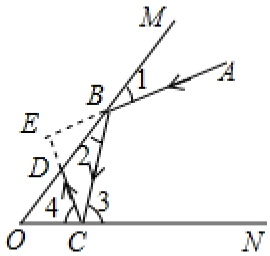
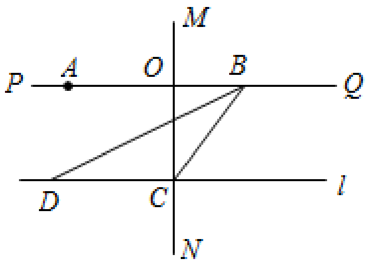


图4

（深入思考）

如图 4，有两块平面镜 *OM*，*ON*，且$\angle MON=\alpha$，入射光线 *AB* 经过两次反射，得到反射光线 *CD*，光线 *AB* 与 *CD* 所在的直线相交于点 *E*，∠*BED*=*β*，*α* 与 *β* 之间满足的等量关系是_____.（直接写出结果）

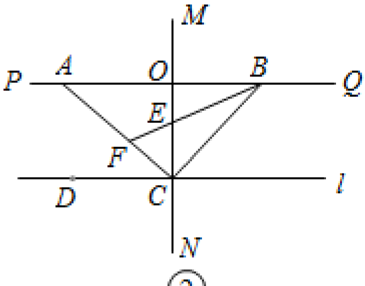
3．已知:如图①，直线$MN\perp$直线PQ，垂足为O，点A在射线OP上，点B在射线OQ上（A、B不与O点重合)，点C在射线ON上且$OC=2$，过点C作直线$l//PQ$.点D在点C的左边且$CD=3$



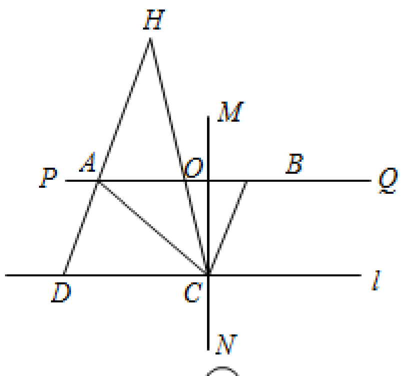
①

(1)直接写出的ΔBCD面积_____;

(2)如图②，若$AC\perp BC$，作$\angle CBA$的平分线交OC于E，交AC于F，试说明$\angle CEF=\angle CFE$;



②



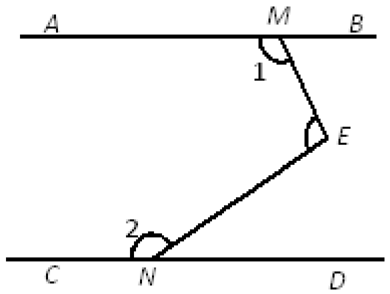
③

(3)如图③，若$\angle ADC=\angle DAC$，点B在射线OQ上运动，$\angle ACB$的平分线交DA的延长线于点H,在点B运动过程中$\dfrac{\angle H}{\angle ABC}$的值是否变化?若不变，求出其值;若变化，求出变化范围.

4．模型与应用.

（模型）

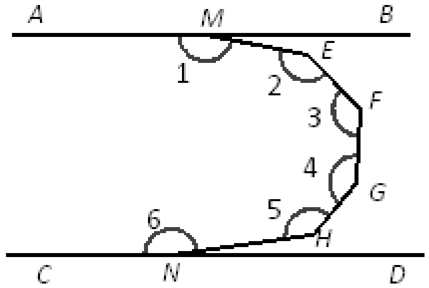
（1）如图①，已知 $AB \parallel CD$，求证$\angle 1+\angle MEN+\angle 2=360°$.



①

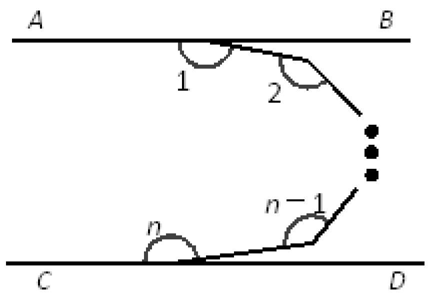
（应用）

（2）如图②，已知 $AB \parallel CD$，则$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6$ 的度数为___.



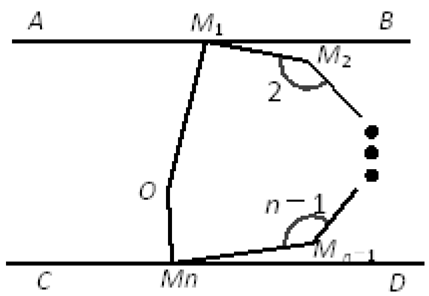
②

如图③，已知 $AB \parallel CD$，则$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\ldots+\angle n$ 的度数为___.



③

（3）如图④，已知 $AB \parallel CD$，$\angle AM_1M_2$ 的角平分线 M_1O 与$\angle CM_nM_{n-1}$ 的角平分线 M_nO 交于点 O，若$\angle M_1OM_n=m°$.



④

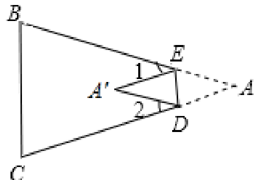
在（2）的基础上，求$\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\ldots\ldots+\angle n-1$ 的度数.（用含 m、n 的代数式表示）

5．如图①所示，在三角形纸片　　中，　　　　，　　　　，将纸片的一角折叠，使点　落在$\triangle ABC$内的点　处.

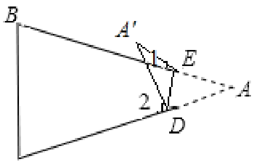
（1）若　　　　，　　________.

（2）如图①，若各个角度不确定，试猜想　，$\angle 2$，$\angle A$之间的数量关系，直接写出结论.

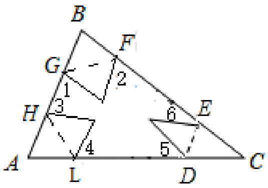
②当点　落在四边形　　　外部时（如图②），（1）中的猜想是否仍然成立？若成立，请说明理由，若不成立，$\angle A$，　，$\angle 2$之间又存在什么关系？请说明.



图①



图②



图③

（3）应用：如图③：把一个三角形的三个角向内折叠之后，且三个顶点不重合，那么图中的　　　　　　　　　　和是________.

6．如图1，直线MN与直线AB、CD分别交于点E、F，$\angle 1$与$\angle 2$互补.

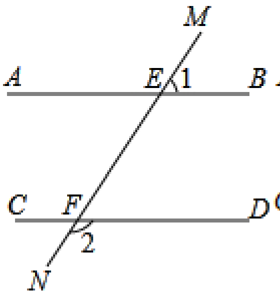


图1

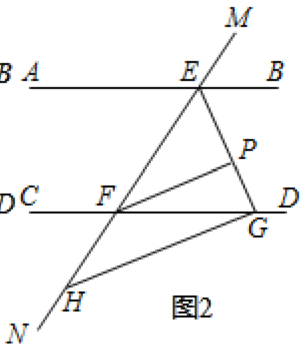


图2

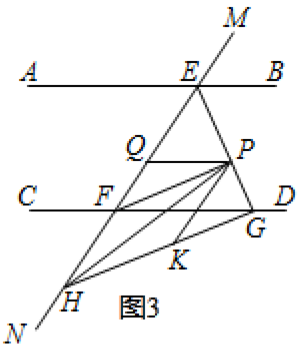


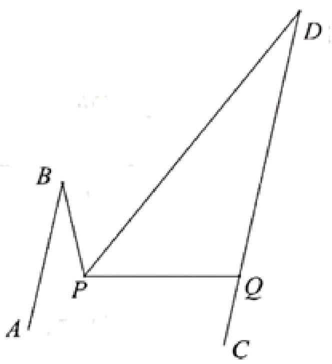
图3

（1）试判断直线AB与直线CD的位置关系，并说明理由；

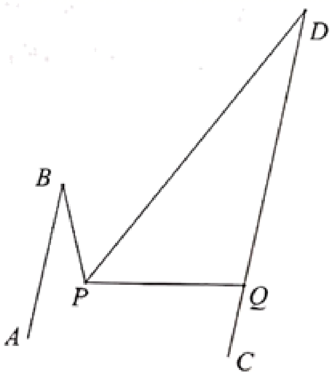
（2）如图2，$\angle BEF$与$\angle EFD$的角平分线交于点P，EP与CD交于点G，点H是MN上一点，且$GH\perp EG$，求证：$PF//GH$.

（3）如图3，在（2）的条件下，连接PH，K是GH上一点使$\angle PHK=\angle HPK$，作PQ平分$\angle EPK$，问$\angle HPQ$的大小是否发生变化？若不变，请求出其值若变化，说明理由.

7．如图，$AB//CD$，点O在直线CD上，点P在直线AB和CD之间，$\angle ABP=\angle PDQ=\alpha$，$PD$平分$\angle BPQ$.



图



备用图1

（1）求$\angle BPD$的度数（用含α的式子表示）；

（2）过点D作$DE//PQ$交PB的延长线于点E，作$\angle DEP$的平分线EF交PD于点F，请在备用图中补全图形，猜想EF与PD的位置关系，并证明；

（3）将（2）中的"作$\angle DEP$的平分线EF交PD于点F"改为"作射线EF将$\angle DEP$分为$1:3$两个部分，交PD于点F"，其余条件不变，连接EQ，若EQ恰好平分$\angle PQD$，请直接写出$\angle FEQ=$__________（用含α的式子表示）.

8．模型规律：如图1，延长CO交AB于点D，则$\angle BOC=\angle 1+\angle B=\angle A+\angle C+\angle B$．因为凹四边形$ABOC$形似箭头，其四角具有"$\angle BOC=\angle A+\angle B+\angle C$"这个规律，所以我们把这个模型叫做"箭头四角形".

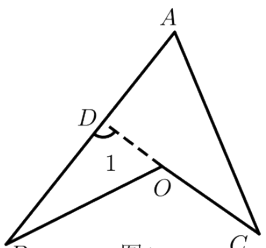


图1

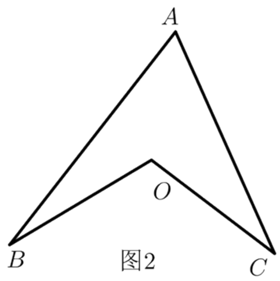


图2

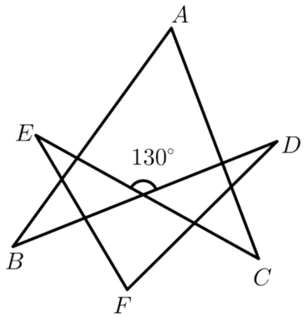


图3

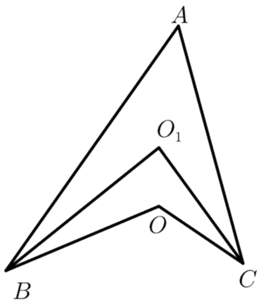


图4

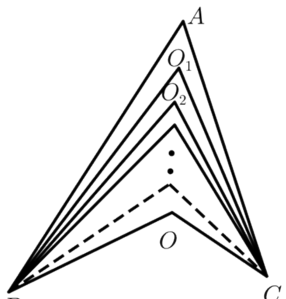


图5

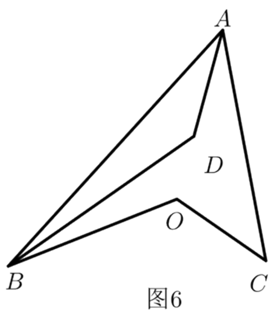


图6

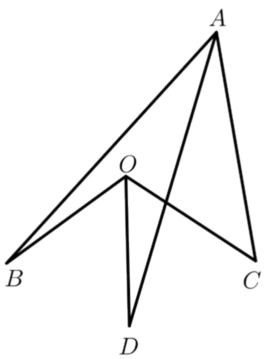


图7

模型应用

（1）直接应用：

①如图2，$\angle A=60°,\angle B=20°,\angle C=30°$，则$\angle BOC=$__________°；

②如图3，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=$__________°；

（2）拓展应用：

①如图4，$\angle ABO$、$\angle ACO$的2等分线（即角平分线）BO_1、CO_1交于点O_1，已知$\angle BOC=120°$，$\angle BAC=50°$，则$\angle BO_1C=$__________°；

②如图 5，BO、CO 分别为$\angle ABO$、$\angle ACO$的 10 等分线$(i=1,2,3,\dots,8,9)$．它们的交点从上到下依次为O_1、O_2、O_3、…、O_9．已知$\angle BOC=120^\circ$，$\angle BAC=50^\circ$，则$\angle BO_7C=$__________°；

③如图 6，$\angle ABO$、$\angle BAC$的角平分线BD、AD交于点 D，已知$\angle BOC=120^\circ,\angle C=44^\circ$，则$\angle ADB=$__________°；

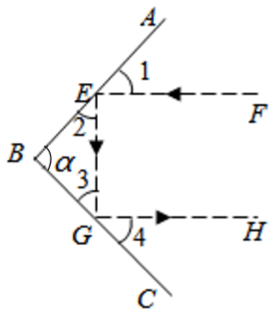
④如图 7，$\angle BAC$、$\angle BOC$的角平分线AD、OD交于点 D，则ÐB、$\angle C$、$\angle D$之同的数量关系为__________.

9．当光线经过镜面反射时，入射光线、反射光线与镜面所夹的角对应相等，例如：在图①、图②中，都有∠1＝∠2，∠3＝∠4．设镜子 AB 与 BC 的夹角∠ABC＝α．

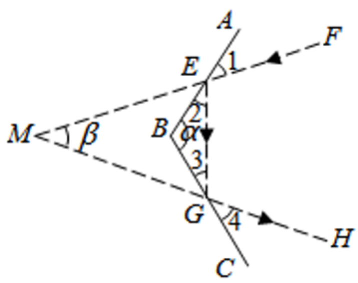
（1）如图①，若入射光线 EF 与反射光线 GH 平行，则 α＝________°．

（2）如图②，若 90°＜α＜180°，入射光线 EF 与反射光线 GH 的夹角∠FMH＝β．探索 α 与 β 的数量关系，并说明理由．

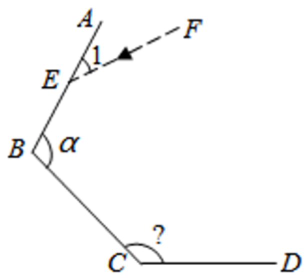
（3）如图③，若 α＝120°，设镜子 CD 与 BC 的夹角∠BCD＝γ（90°＜γ＜180°），入射光线 EF 与镜面 AB 的夹角∠1＝m（0°＜m＜90°），已知入射光线 EF 从镜面 AB 开始反射，经过 n（n 为正整数，且 n≤3）次反射，当第 n 次反射光线与入射光线 EF 平行时，请直接写出 γ 的度数．（可用含有 m 的代数式表示）



图①

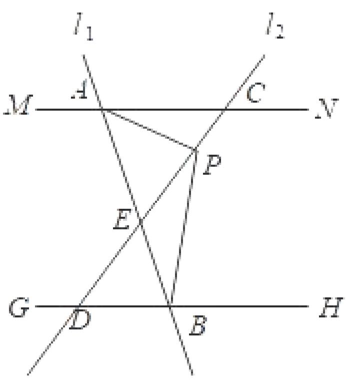


图②

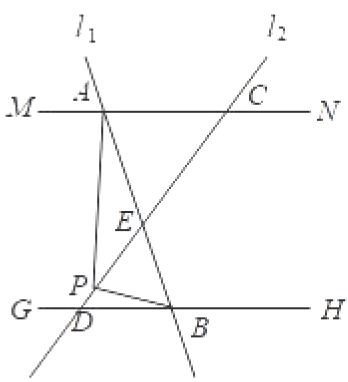


图③

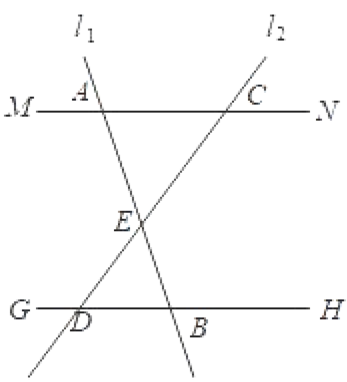
10．如图，直线 MN∥GH，直线 l_1 分别交直线 MN、GH 于 A、B 两点，直线 l_2 分别交直线 MN、GH 于 C、D 两点，且直线 l_1、l_2 交于点 E，点 P 是直线 l_2 上不同于 C、D、E 点的动点．



图①



图②



备用图

（1）如图①，当点 P 在线段 CE 上时，请直写出∠NAP、∠HBP、∠APB 之间的数量关系：______；

（2）如图②，当点 P 在线段 DE 上时，（1）中的∠NAP、∠HBP、∠APB 之间的数量关系还成立吗？如果成立，请说明成立的理由；如果不成立，请写出这三个角之间的数量关系，并说明理由.

（3）如果点 P 在直线 l_2 上且在 C、D 两点外侧运动时，其他条件不变，请直接写出∠NAP、∠HBP、∠APB 之间的数量关系______.

【参考答案】

一、解答题

1．[习题回顾]证明见解析；[变式思考] 相等，证明见解析；[探究延伸] ∠M+∠CFE=90°，证明见解析.

【分析】

[习题回顾]根据同角的余角相等可证明∠B=∠ACD，再根据三角形的外角的性质即可

解析：[习题回顾]证明见解析；[变式思考] 相等，证明见解析；[探究延伸] ∠M+∠CFE=90°，证明见解析.

【分析】

[习题回顾]根据同角的余角相等可证明∠B=∠ACD，再根据三角形的外角的性质即可证明；

[变式思考]根据角平分线的定义和对顶角相等可得∠CAE=∠DAF、再根据直角三角形的性质和等角的余角相等即可得出 $\angle CFE=\angle CEF$；

[探究延伸]根据角平分线的定义可得∠EAN=90°，根据直角三角形两锐角互余可得∠M+∠CEF=90°，再根据三角形外角的性质可得∠CEF=∠CFE，由此可证∠M+∠CFE=90°.

【详解】

[习题回顾]证明：∵∠ACB=90°，CD 是高，

∴∠B+∠CAB=90°，∠ACD+∠CAB=90°，

∴∠B=∠ACD，

∵AE 是角平分线，

∴∠CAF=∠DAF，

∵∠CFE=∠CAF+∠ACD，∠CEF=∠DAF+∠B，

∴∠CEF=∠CFE；

[变式思考]相等，理由如下：

证明：∵AF 为∠BAG 的角平分线，

∴∠GAF=∠DAF，

∵∠CAE=∠GAF，

∴∠CAE=∠DAF，

∵CD 为 AB 边上的高，∠ACB=90°，

∴∠ADC=90°，

∴∠ADF=∠ACE=90°，

∴∠DAF+∠F=90°，∠E+∠CAE=90°，

∴∠CEF=∠CFE；

[探究延伸]∠M+∠CFE=90°，

证明：∵C、A、G 三点共线 AE、AN 为角平分线，

∴∠EAN=90°，

又∵∠GAN=∠CAM，

∴∠M+∠CEF=90°，

∵∠CEF=∠EAB+∠B，∠CFE=∠EAC+∠ACD，∠ACD=∠B，

∴∠CEF=∠CFE，

∴∠M+∠CFE=90°.

【点睛】

本题考查三角形的外角的性质，直角三角形两锐角互余，角平分线的有关证明，等角或同角的余角相等．在本题中用的比较多的是利用等角或同角的余角相等证明角相等和三角形一个外角等于与它不相邻的两个内角之和，理解并掌握是解决此题的关键．

2．【现象解释】见解析；【尝试探究】?BEC ? 70?；【深入思考】? ? 2?.

【分析】

[现象解释]根据平面镜反射光线的规律得∠1=∠2，∠3=∠4，再利用∠2+∠3=90°得出∠1+∠2+∠

解析：【现象解释】见解析；【尝试探究】$\angle BEC=70°$；【深入思考】$\beta=2\alpha$.

【分析】

[现象解释]根据平面镜反射光线的规律得∠1=∠2，∠3=∠4，再利用∠2+∠3=90°得出∠1+∠2+∠3+∠4=180°，即可得出∠DCB+∠ABC=180°，即可证得 AB∥CD；

[尝试探究]根据三角形内角和定理求得∠2+∠3=125°，根据平面镜反射光线的规律得∠1=∠2，∠3=∠4，再利用平角的定义得出∠1+∠2+∠EBC+∠3+∠4+∠BCE=360°，即可得出∠EBC+BCE=360°-250°=110°，根据三角形内角和定理即可得出∠BEC=180°-110°=70°；

[深入思考]利用平角的定义得出∠ABC=180°-2∠2，∠BCD=180°-2∠3，利用外角的性质∠BED=∠ABC-∠BCD=（180°-2∠2）-（180°-2∠3）=2（∠3-∠2）=β，而∠BOC=∠3-∠2=α，即可证得 β=2α.

【详解】

[现象解释]

如图 2，

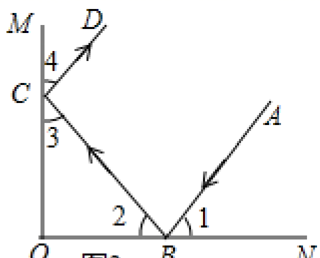


图2

∵OM⊥ON，

∴∠CON=90°，

∴∠2+∠3=90°

∵∠1=∠2，∠3=∠4，

∴∠1+∠2+∠3+∠4=180°，

∴∠DCB+∠ABC=180°，

∴AB∥CD；

【尝试探究】

如图 3，

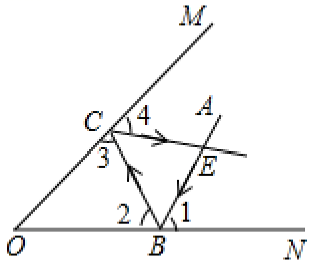


图3

在△OBC 中，∵∠COB=55°，

∴∠2+∠3=125°，

∵∠1=∠2，∠3=∠4，

∴∠1+∠2+∠3+∠4=250°，

∵∠1+∠2+∠EBC+∠3+∠4+∠BCE=360°，

∴∠EBC+BCE=360°-250°=110°，

∴∠BEC=180°-110°=70°；

【深入思考】

如图 4，

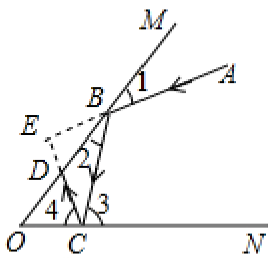


图4

β=2α，

理由如下：∵∠1=∠2，∠3=∠4，

∴∠ABC=180°-2∠2，∠BCD=180°-2∠3，

∴∠BED=∠ABC-∠BCD=（180°-2∠2）-（180°-2∠3）=2（∠3-∠2）=β，

∵∠BOC=∠3-∠2=α，

∴β=2α.

【点睛】

本题考查了平行线的判定，三角形外角的性质以及三角形内角和定理，熟练掌握三角形的性质是解题的关键.

3．(1)3; (2)见解析; (3)见解析

【详解】