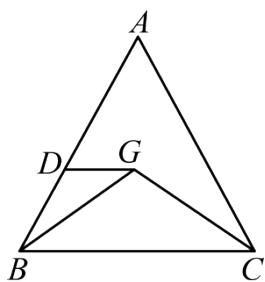


8. 如果两个相似三角形的面积比是1:2，那么它们的相似比是_____.
9. 已知点 P 是线段 AB 上的一点，且 $BP^2 = AP \cdot AB$ ，如果 $AB=10cm$ ，那么 $BP=$ _____ cm
10. 如果点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B(-2, y_2)$ 是抛物线 $y=x^2+a$ 上的两点，那么 y_1 _____ y_2 . (填“>”、“=”、“<”).
11. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ，若 $\sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，则 $\cot C =$ _____.
12. 如果抛物线 $y=(2-m)x^2$ 的开口向下，且直线 $y=4x+5-m$ 不经过第四象限，那么 m 的取值范围是_____.
13. 在南海阅兵式上，某架“直-8”型直升飞机在海平面上方 1200 米的点 A 处，测得其到海平面观摩点 B 的俯角为 60° ，此时点 A 、 B 之间的距离是_____米.
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=3$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，如果 $DG \parallel BC$ ，那么 $DG =$ _____.

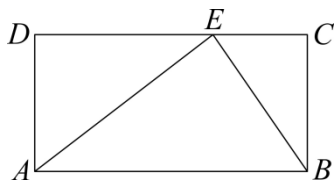


15. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=12$ ， $AC=9$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，且 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，如果 $AE=6$ ，那么线段 AD 的长是_____.
16. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的变量 x 与 y 部分对应值如下表：

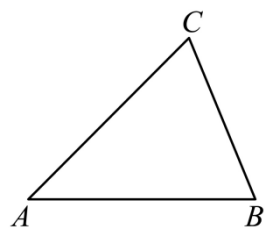
x	...	-3	-2	1	3	5	...
y	...	7	0	-9	-5	7	...

那么 $x=4$ 时，对应的函数值 $y =$ _____.

17. 如果矩形一边的两个端点与它对边上的一点所构成的角是直角，那么我们就把这个点叫做矩形的“直角点”，如图，如果 E 是矩形 $ABCD$ 的一个“直角点”，且 $CD = 3EC$ ，那么 $AD:AB$ 的值是_____.



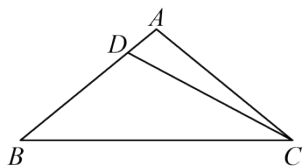
18. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 2\sqrt{5}$ ，点 D 为边 AC 上一点，(点 D 与点 A 、 C 不重合). 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BD 翻折，使点 A 落在点 E 处，联结 CE ，如果 $CE \parallel AB$ ，那么 $AD:CD$ 的值为_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $3|\tan 30^\circ - 1| + \frac{2}{\cot 30^\circ - 1} - \frac{\sin^2 60^\circ}{\cos^2 45^\circ}$.

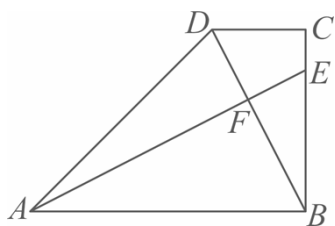
20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 8$ ， D 是边 AB 上一点，且 $\tan \angle BCD = \frac{1}{4}$.



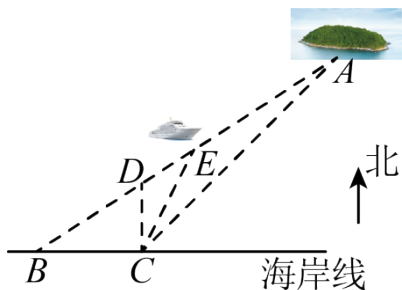
- (1) 求 $\cos B$ 的值；
- (2) 求 $\triangle BCD$ 的面积.

21. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle BAD = 45^\circ$ ， $DC = 2$ ， $AB = 6$ ， $AE \perp BD$ ，垂足为点 F .

- (1) 求 $\angle DAE$ 的余弦值；
- (2) 设 $\vec{DC} = \vec{a}$ ， $\vec{BC} = \vec{b}$ ，用向量 \vec{a} 、 \vec{b} 表示 \vec{AE} .



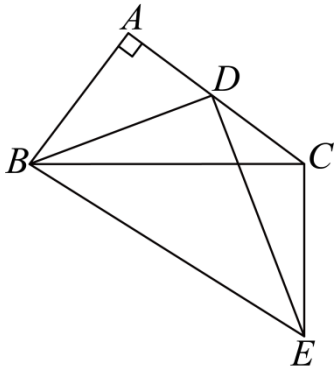
22. 如图， A 点、 B 点分别表示小岛码头、海岸码头的位置，离 B 点正东方向的 7.00km 处有一海岸瞭望塔 C ，又用经纬仪测出： A 点分别在 B 点的北偏东 57° 处、在 C 点的东北方向.



- (1) 试求出小岛码头 A 点到海岸线 BC 的距离；
- (2) 有一观光客轮 K 从 B 至 A 方向沿直线航行，某瞭望员在 C 处发现，客轮 K 刚好在正北方向的 D 处，当客轮航行至 E 处时，发现 E 点在 C 的北偏东 27° 处，请求出 E 点到 C 点的距离；（注：

$\tan 33^\circ \approx 0.65$, $\sin 33^\circ \approx 0.54$, $\cos 33^\circ \approx 0.84$ ，两题结果都精确到 0.01km ）

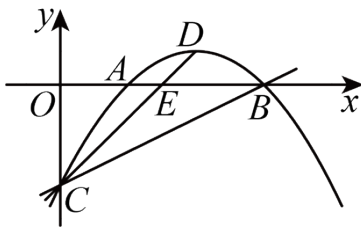
23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，点 D 是边 AC 上的一个动点（不与 A, C 重合），且 $\angle CBE = \angle ABD$ ， $AB \cdot BE = BC \cdot BD$ ，连接 DE, EC .



(1) 求证: $\angle BDE = 90^\circ$;

(2) 设 $AD = m (0 < m < 4)$, 求 $S_{\triangle DCE}$ (用 m 表示).

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 分别交于 x 轴、 y 轴上的 B, C 两点, 设该抛物线与 x 轴的另一个交点为点 A , 顶点为点 D , 连接 CD 交 x 轴于点 E .



(1) 求该抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 求 $\triangle DCB$ 的面积;

(3) 如果点 F 在 y 轴上, 且 $\angle FBC = \angle DBA + \angle DCB$, 求点 F 的坐标.

25. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, BC = 8, \cos B = \frac{4}{5}$, (点 D 是边 BC 上一点, 不与 C, B 重合, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为点 E , 点 F 是边 AC 上一点, 连接 DF, EF , 以 DF, EF 为邻边作平行四边形 $EFDG$).

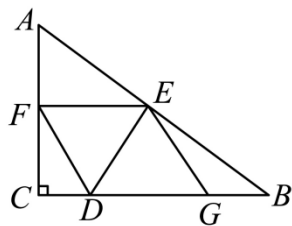


图1

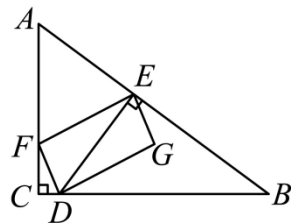
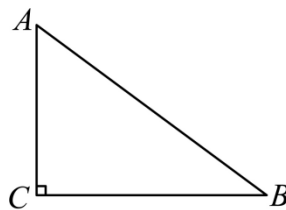


图2



备用图

(1) 如图 1, 如果 $CD = 2$, 点 G 恰好在边 BC 上, 求 $\angle CDF$ 的余切值;

(2) 如图 2, 如果 $AF = AE$, 点 G 在 $\triangle ABC$ 内, 设 $CD = x, DG = y$, 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 在第 (2) 小题的条件下, 如果平行四边形 $EFDG$ 是矩形, 求 x 的值.

2023 年第一学期九年级阶段练习卷（数学）（12 月）

（完卷时间 100 分钟，满分 150 分）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 下列函数中，属于二次函数的是（ ）

A. $y = \frac{1}{2}x$

B. $y = \frac{1}{x^2} + 1$

C. $y = (x+4)^2 - x^2$

D. $y = x^2 - 1$

【答案】D

【分析】本题考查了二次函数的定义：一般地，把形如 $y = ax^2 + bx + c$ （ a 、 b 、 c 是常数，且 $a \neq 0$ ）的函数叫做二次函数，其中 a 称为二次项系数， b 为一次项系数， c 为常数项。据此逐项判断即可。

【详解】解：A. $y = \frac{1}{2}x$ ，是正比例函数，不符合题意；

B. $y = \frac{1}{x^2} + 1$ ，不符合二次函数的定义，不是二次函数；

C. $y = (x+4)^2 - x^2 = x^2 + 8x + 16 - x^2 = 8x + 16$ ，是一次函数，不符合题意；

D. $y = x^2 - 1$ ，是二次函数，符合题意；

故选：D.

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 4$ ， $\sin A = \frac{4}{5}$ ，则 $AC =$ （ ）

A. 3

B. 4

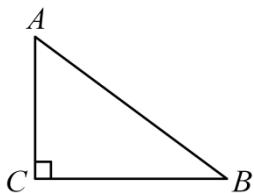
C. 5

D. 6

【答案】A

【分析】先根据正弦的定义得到 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$ ，则可计算出 $AB = 5$ ，然后利用勾股定理计算 AC 的长。

【详解】如图，



在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\because \sin A = \frac{BC}{AB}$ ，

$$\therefore \frac{4}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AB = 5,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 3.$$

故选：A.

【点睛】本题考查了解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形。

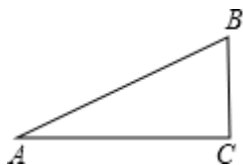
3. 一段公路路面的坡度为 $i=1:2.4$. 如果某人沿着这段公路向上行走了 $260m$, 那么此人升高了 ()

- A. $50m$ B. $100m$ C. $150m$ D. $200m$

【答案】B

【分析】已知了坡面长为 260 米, 可根据坡度比设出两条直角边的长度, 根据勾股定理可列方程求出坡面的铅直高度, 即此人上升的最大高度.

【详解】解: 如图,



Rt $\triangle ABC$ 中, $\tan A = \frac{1}{2.4}$, $AB = 260$ 米.

设 $BC = x$, 则 $AC = 2.4x$, 根据勾股定理, 得:

$$x^2 + (2.4x)^2 = 260^2,$$

解得 $x = 100$ (负值舍去).

故选: B.

【点睛】此题主要考查学生对坡度坡角的掌握及勾股定理、三角函数的运用能力, 难度不大, 注意掌握坡度的定义及数形结合思想的应用.

4. 若 $\vec{AB} = e, \vec{CD} = -4e$, 且 $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$, 则四边形 $ABCD$ 是 ()

- A. 等腰梯形 B. 不等腰梯形 C. 平行四边形 D. 菱形

【答案】A

【分析】本题考查了平面向量的几何意义. 解答该题的关键是根据已知条件 $\vec{AB} = e, \vec{CD} = -4e$ 来判断 AB 与 CD 的方向和长度, 从而确定它们的位置关系.

根据平面向量的几何意义, 可以由 $\vec{AB} = e, \vec{CD} = -4e$ 推知 $AB \parallel CD$ 且不相等; 然后根据已知条件 $|\vec{AD}| = |\vec{BC}|$ 知 AD 、 BC 是四边形 $ABCD$ 的两条相等的边; 据此推断该四边形的形状.

【详解】解: $\because \vec{AB} = e, \vec{CD} = -4e$,

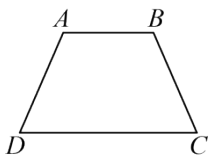
$\therefore AB \parallel CD$, 且 $4AB = CD$;

又 $\because |\vec{AD}| = |\vec{BC}|$,

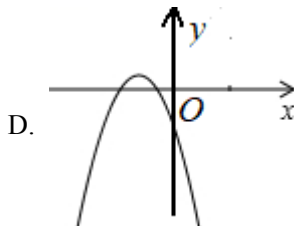
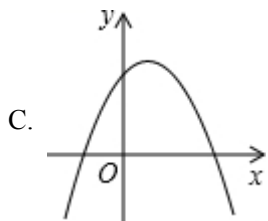
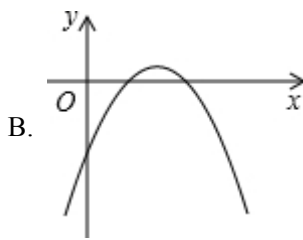
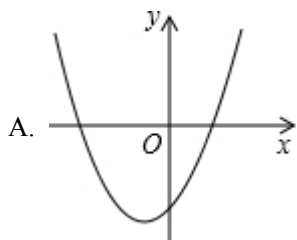
$\therefore AD = BC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形.

故选: A.



5. 已知抛物线 $y=ax^2+3x+(a-2)$, a 是常数且 $a<0$, 下列选项中可能是它大致图像的是 ()



【答案】B

【分析】根据 $a<0$, 可以确定抛物线开口以及 $(a-2)$ 的正负, 进而得出正确答案.

【详解】解: $\because a<0$,

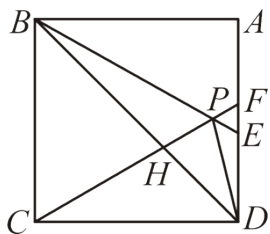
$$\therefore a-2<0, \text{ 对称轴直线 } x=-\frac{3}{2a}>0$$

\therefore 抛物线开口向下, 与 y 轴交点在负半轴, 对称轴在 y 轴右侧,

故选: B.

【点睛】本题考查了二次函数图象与系数的关系, 解题关键是确定二次函数系数的符号, 得出函数图像的大致位置.

6. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $\triangle BPC$ 是等边三角形, BP, CP 的延长线分别交 AD 于点 E, F , 连接 BD, DP , BD 与 CF 相交于点 H , 给出下列结论:



① $BE=2AE$; ② $\triangle DFP \sim \triangle BPH$; ③ $\triangle PFD \sim \triangle PDB$; ④ $DP^2=PH \cdot PC$; 其中正确的有 ()

A. ①②③④

B. ②③

C. ①②④

D. ①③

【答案】C

【分析】由正方形 $ABCD$, 与 $\triangle BPC$ 是等边三角形的性质求解, 求解 $\angle EBA=30^\circ$, 从而可判断①; 证明 $\angle PFE=\angle BPC=60^\circ$, $\angle PBH=\angle PDF=15^\circ$, 可判断②; 由

$\angle PBD = 15^\circ, \angle BDP = 30^\circ, \angle PDF = 15^\circ, \angle PFD = 60^\circ$ ，可判断③；证明 $\angle PDH = 30^\circ = \angle PCD$ ，再证明

$\triangle PDH \sim \triangle PCD$ ，可得 $\frac{DP}{PC} = \frac{PH}{PD}$ ，从而可判断④。

【详解】解：Q 正方形 $ABCD$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle A = \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ, CB = CD = AB$ ，

Q $\triangle BPC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle PBC = 60^\circ = \angle PCB = \angle BPC$ ，

$\therefore \angle EBA = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore BE = 2AE$ ，故①符合题意；

Q 正方形 $ABCD$ ，

$\therefore AD \parallel BC, \angle CBD = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle PFE = \angle PCB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle PFE = \angle BPC = 60^\circ$ ，

Q $\triangle BPC$ 是等边三角形，

$\therefore PC = BC = CD$ ，

而 $\angle PCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CDP = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle PDF = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ ，

由 $\angle PBC = 60^\circ, \angle CBD = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle PBH = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle PBH = \angle PDF$ ，

$\therefore \triangle BPH \sim \triangle DFP$ ，故②符合题意；

Q $\angle PBD = 15^\circ, \angle BDP = 30^\circ, \angle PDF = 15^\circ, \angle PFD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle PFD, \triangle BPD$ 不相似，故③不符合题意；

Q 正方形 $ABCD$ ，

$\therefore \angle CDB = 45^\circ$

$\therefore \angle PDH = 90^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ = \angle PCD$ ，

Q $\angle DPH = \angle CPD$ ，

$\therefore \triangle PDH \sim \triangle PCD$ ，

$\therefore \frac{DP}{PC} = \frac{PH}{PD}$ ，

$\therefore DP^2 = PH \cdot PC$ ，故④符合题意，

综上：符合题意的有：①②④.

故选：C.

【点睛】本题考查的是等边三角形的性质，含 30° 的直角三角形的性质，正方形的性质，相似三角形的判定与性质，掌握以上知识是解题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 二次函数 $y = (x-1)^2 + 1$ 的图像与 y 轴的交点坐标是_____.

【答案】(0, 2)

【分析】把 $x=0$ 代入 $y = (x-1)^2 + 1$ ，即可求出与 y 轴的交点坐标.

【详解】把 $x=0$ 代入 $y = (x-1)^2 + 1$ ，得

$$y = (0-1)^2 + 1 = 2,$$

\therefore 图像与 y 轴的交点坐标是 (0, 2).

故答案为 (0, 2).

【点睛】本题考查了二次函数与坐标轴的交点坐标，抛物线与 x 的的交点纵坐标为 0，与 y 轴的交点横坐标为 0.

8. 如果两个相似三角形的面积比是 1:2，那么它们的相似比是_____.

【答案】 $1:\sqrt{2}$

【详解】解： \because 两个相似三角形的面积比是 1:2， \therefore 它们的相似比= $1:\sqrt{2}$. 故答案为 $1:\sqrt{2}$.

9. 已知点 P 是线段 AB 上的一点，且 $BP^2 = AP \cdot AB$ ，如果 $AB=10\text{cm}$ ，那么 $BP=$ _____ cm

【答案】 $5\sqrt{5}-5$

【分析】根据黄金分割点的定义，可得 $BP = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB$ ，代入数据即可得出 BP 的长度.

【详解】解： \because 点 P 在线段 AB 上， $BP^2 = AP \cdot AB$ ，

\therefore 点 P 为线段 AB 的黄金分割点，

又 $AB=10\text{cm}$ ，

$$\therefore BP = 10 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = (5\sqrt{5}-5) \text{ cm}.$$

故答案为 $5\sqrt{5}-5$.

【点睛】此题考查了黄金分割，理解黄金分割点的概念，熟记黄金比的值是解决问题的关键.

10. 如果点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B(-2, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 + a$ 上的两点，那么 y_1 _____ y_2 . (填“ $>$ ”、“ $=$ ”、“ $<$ ”).

【答案】 $>$

【分析】根据二次函数的图象和性质得出抛物线的对称轴是直线 $x=0$ ，抛物线的开口向上，当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，再比较即可.

【详解】解：∵ $y=x^2+a$,

∴抛物线的对称轴是直线 $x=0$, 抛物线的开口向上, 当 $x<0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

∵ $-3<-2<0$,

∴ $y_1>y_2$,

故答案为: $>$.

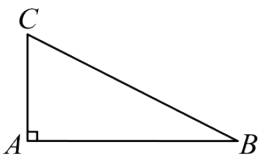
【点睛】本题考查了二次函数的图象和性质, 能熟记二次函数的图象和性质的内容是解题的关键.

11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, 若 $\sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 $\cot C =$ _____.

【答案】 $\sqrt{2}$

【分析】本题考查了解直角三角形的相关计算, 勾股定理, 根据题意可设 $AC = \sqrt{6}x$, $BC = 3x$, 利用勾股定理表示出 $AB = \sqrt{3}x$, 进而求出结果.

【详解】解: 如图,



Q $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$,

$$\therefore \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

设 $AC = \sqrt{6}x$, $BC = 3x$,

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{(3x)^2 - (\sqrt{6}x)^2} = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore \cot C = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{6}x}{\sqrt{3}x} = \sqrt{2},$$

故答案为: $\sqrt{2}$.

12. 如果抛物线 $y = (2-m)x^2$ 的开口向下, 且直线 $y = 4x + 5 - m$ 不经过第四象限, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $2 < m \leq 5$

【分析】本题考查了二次函数的图像与性质, 一次函数图像与系数的关系, 根据二次函数的图像与性质以及一次函数的图像与系数的关系进行解答即可.

【详解】解: Q 抛物线 $y = (2-m)x^2$ 的开口向下,

$$\therefore 2 - m < 0,$$

$$\therefore m > 2$$

Q 直线 $y = 4x + 5 - m$ 不经过第四象限,

$$\therefore 5 - m \geq 0,$$

$$\therefore m \leq 5,$$

故答案为: $2 < m \leq 5$.

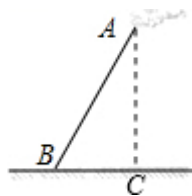
13. 在南海阅兵式上, 某架“直-8”型直升飞机在海平面上方 1200 米的点 A 处, 测得其到海平面观摩点 B 的俯角为 60° , 此时点 A、B 之间的距离是_____米.

【答案】 $800\sqrt{3}$

【详解】分析: 过 A 作 $AC \perp BC$ 于 C, 由题意可知, 在直角三角形中, 已知角的对边 AC 求斜边 AB, 可以用 60° 正弦函数来计算即可.

详解: 根据题意得: $AC = 1200$ 米, $\angle ABC = 60^\circ$,

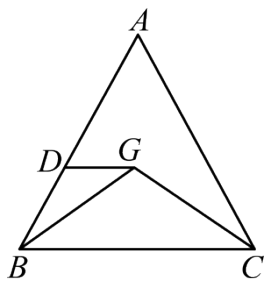
点 A、B 之间的距离是 $AB = \frac{600}{\sin 60^\circ} = 800\sqrt{3}$ 米.



故答案为 $800\sqrt{3}$.

点睛: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题, 熟练运用锐角三角函数是解题的关键.

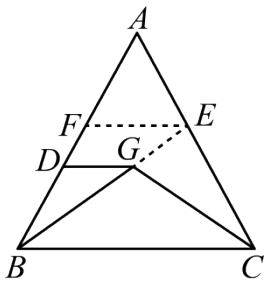
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 3$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 如果 $DG \parallel BC$, 那么 $DG =$ _____.



【答案】 1

【分析】首先延长 BG 交 AC 于点 E, 取 AD 的中点 F, 连接 EF, 由点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 易得 $BG: BE = 2:3$, EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 即可求得 EF 的长, 证得 $\triangle BDG \sim \triangle BFE$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得 DG 的长.

【详解】解: 延长 BG 交 AC 于点 E, 取 AB 的中点 F, 连接 EF,



∵ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

∴ $AE = CE$, $BG : BE = 2 : 3$,

∴ EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

∴ $EF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2} BC = \frac{3}{2}$,

∴ $DG \parallel BC$,

∴ $DG \parallel EF$,

∴ $\triangle BDG \sim \triangle BFE$,

∴ $DG : EF = BG : BE = 2 : 3$,

∴ $DG = \frac{2}{3} EF = 1$.

故答案为: 1.

【点睛】 此题考查了相似三角形的判定与性质、三角形重心的性质以及三角形中位线的性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想的应用.

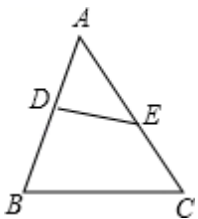
15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=12$, $AC=9$, 点 D、E 分别在边 AB、AC 上, 且 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 与相似, 如果 $AE=6$, 那么线段 AD 的长是_____.

【答案】 8 或 $\frac{9}{2}$;

【分析】 分类讨论: 当 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似的性质得 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$; 当 $\triangle AED \sim \triangle ABC$, 根据相似的性质得

$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$, 然后分别利用比例性质求解即可.

【详解】 解: $\because \angle DAE = \angle BAC$,



∴ 当 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 则 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, 即 $\frac{AD}{12} = \frac{6}{9}$, 解得 $AD = 8$;

当 $\triangle AED \sim \triangle ABC$, 则 $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$, 即 $\frac{6}{12} = \frac{AD}{9}$, 解得 $AD = \frac{9}{2}$,

综上所述， AD 的长为8或 $\frac{9}{2}$.

故答案为：8或 $\frac{9}{2}$.

【点睛】本题考查了相似三角形的性质：相似三角形的对应角相等，对应边的比相等. 解决本题时分类讨论边与边的对应关系是解题的关键.

16. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的变量 x 与 y 部分对应值如下表：

x	...	-3	-2	1	3	5	...
y	...	7	0	-9	-5	7	...

那么 $x = 4$ 时，对应的函数值 $y =$ _____.

【答案】0

【分析】本题考查了二次函数的图象和性质；

根据二次函数的对称性先求出对称轴，然后可得答案.

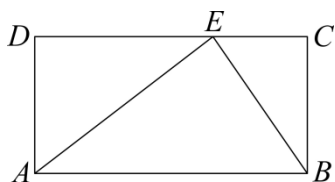
【详解】解：∵ $x = -3$ 和 $x = 5$ 时对应的函数值都是 7，

∴ 该二次函数的对称轴为 $x = \frac{-3+5}{2} = 1$ ，

∴ $x = 4$ 和 $x = -2$ 对应的函数值相等，都是 0，

故答案为：0.

17. 如果矩形一边的两个端点与它对边上的一点所构成的角是直角，那么我们就把这个点叫做矩形的“直角点”，如图，如果 E 是矩形 $ABCD$ 的一个“直角点”，且 $CD = 3EC$ ，那么 $AD : AB$ 的值是_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

【分析】先证明 $\triangle BEC \sim \triangle EAD$ ，可得： $\frac{BC}{ED} = \frac{CE}{DA}$ ，设 $EC = x$ ，则 $AB = CD = 3x$ ， $ED = 2x$ ，结合 $AD = BC$ ，可得：

$AD = \sqrt{2}x$ ，进而可得到答案.

【详解】∵ E 是矩形 $ABCD$ 的一个“直角点”，

∴ $\angle AEB = 90^\circ$ ，

∴ $\angle AED + \angle BEC = 90^\circ$ ，

∵ $\angle EAD + \angle AED = 90^\circ$ ，

∴ $\angle BEC = \angle EAD$ ，

∵ $\angle D = \angle C$ ，

$$\therefore \triangle BEC \sim \triangle EAD,$$

$$\therefore \frac{BC}{ED} = \frac{CE}{DA},$$

$$\therefore CD = 3EC,$$

设 $EC = x$, 则 $AB = CD = 3x$, $ED = 2x$,

$$\therefore \frac{BC}{2x} = \frac{x}{DA},$$

$$\therefore AD = BC,$$

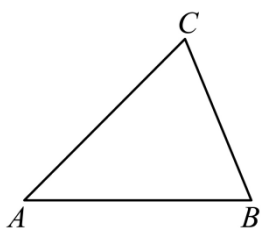
$$\therefore AD^2 = 2x \cdot x = 2x^2, \text{ 即: } AD = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore AD : AB = \sqrt{2}x : 3x = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

故答案是: $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

【点睛】本题主要考查相似三角形的判定和性质定理, 设 $EC = x$, 用代数式表示线段长, 是解题的关键.

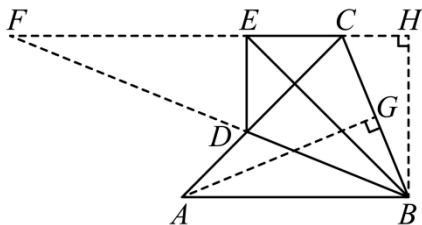
18. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5, BC = 2\sqrt{5}$, 点 D 为边 AC 上一点, (点 D 与点 A 、 C 不重合). 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BD 翻折, 使点 A 落在点 E 处, 联结 CE , 如果 $CE \parallel AB$, 那么 $AD : CD$ 的值为_____.



【答案】 5:6

【分析】作辅助线, 构建平行线和直角三角形, 先根据勾股定理计算 AG 的长, 证明 $\triangle BCH \sim \triangle ABG$, 列比例式可得 $BH = 4$, $CH = 2$, 再根据勾股定理计算 EH 的长, 从而得 CE 的长, 最后根据平行线分线段成比例定理得出答案.

【详解】解: 如图, 过 A 作 $AG \perp BC$ 于 G , 过 B 作 $BH \perp CE$, 交 EC 的延长线于 H , 延长 BD 和 CE 交于点 F ,



$$\therefore AB = AC = 5, BC = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore BG = CG = \sqrt{5},$$

$$\therefore AG = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/176153241001010212>