

## 2024 届河北省邯郸市丛台区高三上数学期末联考模拟试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$  的左、右焦点， $O$  为坐标原点，以  $F_1F_2$  为直径的圆与该双曲线的两条渐近线分别交于  $A, B$  两点 ( $A, B$  位于  $y$  轴右侧)，且四边形  $OAF_2B$  为菱形，则该双曲线的渐近线方程为 ( )

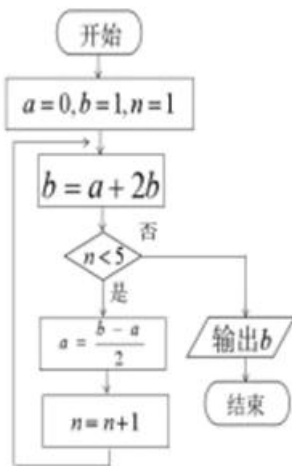
线分别交于  $A, B$  两点 ( $A, B$  位于  $y$  轴右侧)，且四边形  $OAF_2B$  为菱形，则该双曲线的渐近线方程为 ( )

- A.  $x \pm y = 0$       B.  $\sqrt{3}x \pm y = 0$       C.  $x \pm \sqrt{3}y = 0$       D.  $3x \pm y = 0$

2. 已知  $(2 - mx)(1 - \frac{1}{x})^3$  的展开式中的常数项为 8，则实数  $m =$  ( )

- A. 2      B. -2      C. -3      D. 3

3. 执行程序框图，则输出的数值为 ( )



- A. 12      B. 29      C. 70      D. 169

4. 在三棱锥  $S - ABC$  中， $SB = SA = AB = BC = AC = 4$ ， $SC = 2\sqrt{6}$ ，则三棱锥  $S - ABC$  外接球的表面积是 ( )

- A.  $\frac{40\pi}{3}$       B.  $\frac{80\pi}{3}$       C.  $\frac{40\pi}{9}$       D.  $\frac{80\pi}{9}$

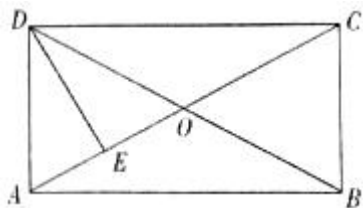
5. 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号，用其名字命名的“高斯函数”为：设  $x \in \mathbf{R}$ ，

用  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数，则  $y = [x]$  称为高斯函数，例如： $[-0.5] = -1$ ， $[1.5] = 1$ ，已知函数

$f(x) = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 4$  ( $0 < x < 2$ )，则函数  $y = [f(x)]$  的值域为 ( )

- A.  $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$       B.  $\{-1, 0, 1\}$       C.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       D.  $\{0, 1, 2\}$

6. 如图所示, 矩形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ ,  $E$  为  $AO$  的中点, 若  $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD} (\lambda, \mu \in R)$ , 则  $\lambda + \mu$  等于 ( ).



- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C. 1      D. -1

7. 已知集合  $A = \{x | x < 1\}$ ,  $B = \{x | e^x < 1\}$ , 则 ( )

- A.  $A \cap B = \{x | x < 1\}$       B.  $A \cup B = \{x | x < e\}$   
 C.  $A \cup B = \{x | x < 1\}$       D.  $A \cap B = \{x | 0 < x < 1\}$

8. 已知  $a, b \in R$ ,  $3 + ai = b - (2a - 1)i$ , 则 ( )

- A.  $b = 3a$       B.  $b = 6a$       C.  $b = 9a$       D.  $b = 12a$

9. 已知集合  $M = \{x | x^2 = 1\}$ .  $N$  为自然数集, 则下列表示不正确的是 ( )

- A.  $1 \in M$       B.  $M = \{-1, 1\}$       C.  $\emptyset \subseteq M$       D.  $M \subseteq N$

10. 已知抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点为  $F$ ,  $A, B$  是抛物线上两个不同的点, 若  $|AF| + |BF| = 8$ , 则线段  $AB$  的中点到  $y$  轴的距离为 ( )

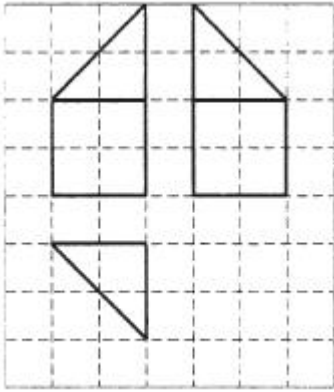
- A. 5      B. 3      C.  $\frac{3}{2}$       D. 2

11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x & (x \leq 0) \\ \ln x & (x > 0) \end{cases}$ , 且关于  $x$  的方程  $f(x) + x - a = 0$  有且只有一个实数根, 则实数  $a$  的取值范围

( ).

- A.  $[0, +\infty)$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $(0, +\infty)$       D.  $[-\infty, 1)$

12. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的体积为 ( )



- A. 32                      B.  $\frac{32}{3}$                       C. 16                      D.  $\frac{16}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在棱长为 2 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $E$  是正方形  $BB_1C_1C$  的中心， $M$  为  $C_1D_1$  的中点，过  $A_1M$  的平面  $\alpha$  与直线  $DE$  垂直，则平面  $\alpha$  截正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  所得的截面面积为\_\_\_\_\_.

14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^x + 2019, & x \leq 0 \\ 2020, & x > 0 \end{cases}$ ，则满足  $f(x^2 - 4) > f(-3x)$  的  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

15. 已知椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  的下顶点为  $A$ ，若直线  $x = ty + 4$  与椭圆交于不同的两点  $M$ 、 $N$ ，则当  $t = \underline{\hspace{2cm}}$  时， $\triangle AMN$  外心的横坐标最大.

16.  $(1 - 2x)(1 + x)^6$  的展开式中  $x^2$  的系数为\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知  $\triangle ABC$  中，角  $A$ ， $B$ ， $C$  的对边分别为  $a$ ， $b$ ， $c$ ，已知向量  $\vec{m} = (\cos B, 2\cos^2 \frac{C}{2} - 1)$ ， $\vec{n} = (c, b - 2a)$  且  $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$ .

- (1) 求角  $C$  的大小；  
 (2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $2\sqrt{3}$ ， $a + b = 6$ ，求  $c$ .

18. (12 分) 移动支付（支付宝及微信支付）已经渐渐成为人们购物消费的一种支付方式，为调查市民使用移动支付的年龄结构，随机对 100 位市民做问卷调查得到  $2 \times 2$  列联表如下：

	35 岁以下 (含 35 岁)	35 岁以上	合计
使用移动支付	40		50
不使用移动支付		40	
合计			100

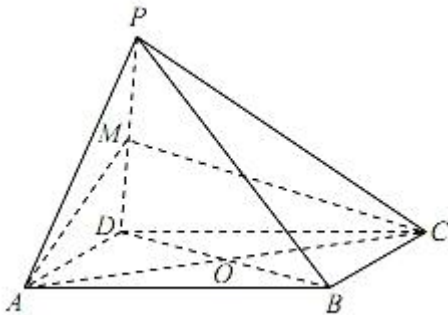
- (1) 将上  $2 \times 2$  列联表补充完整，并请说明在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下，认为支付方式与年龄是否有关？  
 (2) 在使用移动支付的人群中采用分层抽样的方式抽取 10 人做进一步的问卷调查，从这 10 人随机中选出 3 人颁发参

与奖励，设年龄都低于 35 岁（含 35 岁）的人数为  $X$ ，求  $X$  的分布列及期望.

$P(K^2 \geq k)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k$	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(参考公式:  $k^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$  (其中  $n = a+b+c+d$ ))

19. (12分) 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是菱形, 对角线  $AC, BD$  交于点  $O, M$  为棱  $PD$  的中点,  $MA = MC$ . 求证:



- (1)  $PB \parallel$  平面  $AMC$ ;
- (2) 平面  $PBD \perp$  平面  $AMC$ .

20. (12分) 某中学为研究学生的身体素质与体育锻炼时间的关系, 对该校 200 名高三学生平均每天体育锻炼时间进行调查, 如表: (平均每天锻炼的时间单位: 分钟)

平均每天锻炼的时间/分钟	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)	[50,60)
总人数	20	36	44	50	40	10

将学生日均体育锻炼时间在  $[40,60)$  的学生评价为“锻炼达标”.

- (1) 请根据上述表格中的统计数据填写下面  $2 \times 2$  列联表:

	锻炼不达标	锻炼达标	合计
男			
女		20	110
合计			

并通过计算判断, 是否能在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为“锻炼达标”与性别有关?

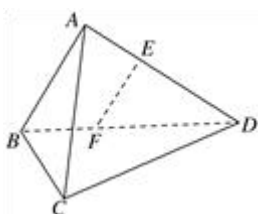
- (2) 在“锻炼达标”的学生中, 按男女用分层抽样方法抽出 10 人, 进行体育锻炼体会交流.
  - (i) 求这 10 人中, 男生、女生各有多少人?
  - (ii) 从参加体会交流的 10 人中, 随机选出 2 人发言, 记这 2 人中女生的人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望.

参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中  $n = a+b+c+d$ 。

临界值表：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010
$0 k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635

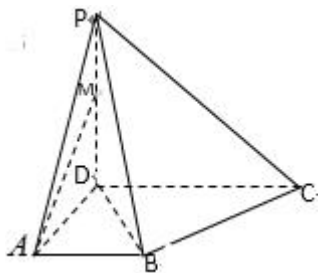
21. (12分) 如图，在三棱锥  $A-BCD$  中， $AB \perp AD$ ， $BC \perp BD$ ，平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ ，点  $E, F$  ( $E$  与  $A, D$  不重合) 分别在棱  $AD, BD$  上，且  $EF \perp AD$ 。



求证：(1)  $EF \parallel$  平面  $ABC$ ；

(2)  $AD \perp AC$ 。

22. (10分) 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $PD \perp$  底面  $ABCD$ ，底面  $ABCD$  是直角梯形， $M$  为侧棱  $PD$  上一点，已知  $BD = 2, BC = 2\sqrt{3}, CD = 4, DP = 4, DM = 3$ 。



(I) 证明：平面  $PBC \perp$  平面  $PBD$ ；

(II) 求二面角  $A-BM-C$  的余弦值。

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

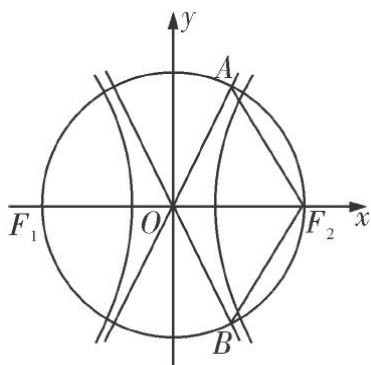
【解析】

由于四边形  $OAF_2B$  为菱形，且  $|OF_2| = |OA|$ ，所以  $\triangle AOF_2$  为等边三角形，从而可得渐近线的倾斜角，求出其斜率.

【详解】

如图，因为四边形  $OAF_2B$  为菱形， $|OF_2| = |OA| = |OB|$ ，所以  $\triangle AOF_2$  为等边三角形， $\angle AOF_2 = 60^\circ$ ，两渐近线的斜率分别为  $\sqrt{3}$  和  $-\sqrt{3}$ .

故选：B



【点睛】

此题考查的是求双曲线的渐近线方程，利用了数形结合的思想，属于基础题.

2、A

【解析】

先求  $(1 - \frac{1}{x})^3$  的展开式，再分类分析  $(2 - mx)$  中用哪一项与  $(1 - \frac{1}{x})^3$  相乘，将所有结果为常数的相加，即为  $(2 - mx)(1 - \frac{1}{x})^3$  展开式的常数项，从而求出  $m$  的值.

【详解】

$(1 - \frac{1}{x})^3$  展开式的通项为  $T_{r+1} = C_3^r \cdot 1^{3-r} \cdot (-\frac{1}{x})^r = C_3^r \cdot (-1)^r \cdot x^{-r}$ ,

当  $(2 - mx)$  取 2 时，常数项为  $2 \times C_3^0 = 2$ ,

当  $(2 - mx)$  取  $-mx$  时，常数项为  $-m \times C_3^1 \times (-1)^1 = 3m$

由题知  $2 + 3m = 8$ ，则  $m = 2$ .

故选：A.

【点睛】

本题考查了两个二项式乘积的展开式中的系数问题，其中对  $(2 - mx)$  所取的项要进行分类讨论，属于基础题.

3、C

**【解析】**

由题知：该程序框图是利用循环结构计算并输出变量  $b$  的值，计算程序框图的运行结果即可得到答案.

**【详解】**

$a = 0, b = 1, n = 1, b = 0 + 2 = 2, n < 5$ , 满足条件,

$a = \frac{2-0}{2} = 1, n = 2, b = 1 + 4 = 5, n < 5$ , 满足条件,

$a = \frac{5-1}{2} = 2, n = 3, b = 2 + 10 = 12, n < 5$ , 满足条件,

$a = \frac{12-2}{2} = 5, n = 4, b = 5 + 24 = 29, n < 5$ , 满足条件,

$a = \frac{29-5}{2} = 12, n = 5, b = 12 + 58 = 70, n = 5$ , 不满足条件,

输出  $b = 70$ .

故选: C

**【点睛】**

本题主要考查程序框图中的循环结构, 属于简单题.

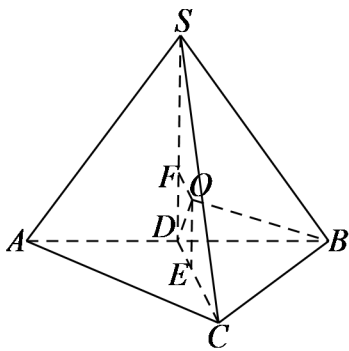
4、B

**【解析】**

取  $AB$  的中点  $D$ , 连接  $SD$ 、 $CD$ , 推导出  $\angle SDC = 90^\circ$ , 设球心为  $O$ ,  $\triangle ABC$  和  $\triangle SAB$  的中心分别为  $E$ 、 $F$ , 可得出  $OE \perp$  平面  $ABC$ ,  $OF \perp$  平面  $SAB$ , 利用勾股定理计算出球  $O$  的半径, 再利用球体的表面积公式可得出结果.

**【详解】**

取  $AB$  的中点  $D$ , 连接  $SD$ 、 $CD$ ,



由  $\triangle SAB$  和  $\triangle ABC$  都是正三角形, 得  $SD \perp AB$ ,  $CD \perp AB$ , 则  $SD = CD = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ , 则

$SD^2 + CD^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{6})^2 = SC^2$ , 由勾股定理的逆定理, 得  $\angle SDC = 90^\circ$ .

设球心为  $O$ ,  $\triangle ABC$  和  $\triangle SAB$  的中心分别为  $E$ 、 $F$ .

由球的性质可知： $OE \perp$  平面  $ABC$ ， $OF \perp$  平面  $SAB$ ，

$$\text{又 } OE = DF = OE = OF = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ 由勾股定理得 } OD = \sqrt{OE^2 + DE^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{所以外接球半径为 } R = \sqrt{OD^2 + BD^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{60}}{3}.$$

$$\text{所以外接球的表面积为 } S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{\sqrt{60}}{3}\right)^2 = \frac{80\pi}{3}.$$

故选：B.

**【点睛】**

本题考查三棱锥外接球表面积的计算，解题时要分析几何体的结构，找出球心的位置，并以此计算出球的半径长，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

5、B

**【解析】**

利用换元法化简  $f(x)$  解析式为二次函数的形式，根据二次函数的性质求得  $f(x)$  的取值范围，由此求得  $y = [f(x)]$  的值域.

**【详解】**

因为  $f(x) = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 4$  ( $0 < x < 2$ )，所以  $y = \frac{4^x}{4^{\frac{1}{2}}} - 3 \cdot 2^x + 4 = \frac{1}{2}(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 4$ ，令  $2^x = t$  ( $1 < t < 4$ )，则

$f(t) = \frac{1}{2}t^2 - 3t + 4$  ( $1 < t < 4$ )，函数的对称轴方程为  $t = 3$ ，所以  $f(t)_{\min} = f(3) = -\frac{1}{2}$ ， $f(t)_{\max} = f(1) = \frac{3}{2}$ ，所以

$f(x) \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，所以  $y = [f(x)]$  的值域为  $\{-1, 0, 1\}$ .

故选：B

**【点睛】**

本小题考查函数的定义域与值域等基础知识，考查学生分析问题，解决问题的能力，运算求解能力，转化与化归思想，换元思想，分类讨论和应用意识.

6、A

**【解析】**

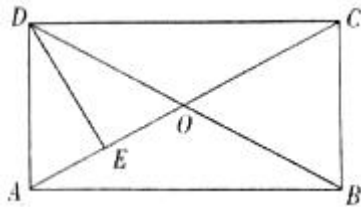
由平面向量基本定理，化简得  $\overline{DE} = \frac{1}{4}\overline{AB} - \frac{3}{4}\overline{AD}$ ，所以  $\lambda = \frac{1}{4}$ ， $\mu = -\frac{3}{4}$ ，即可求解，得到答案.

**【详解】**



由平面向量基本定理，化简  $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$   
 $= \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ ，所以  $\lambda = \frac{1}{4}$ ， $\mu = -\frac{3}{4}$ ，即  $\lambda + \mu = -\frac{1}{2}$ ，

故选 A.



**【点睛】**

本题主要考查了平面向量基本定理的应用，其中解答熟记平面向量的基本定理，化简得到  $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$  是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，数基础题.

7、C

**【解析】**

求出集合  $B$ ，计算出  $A \cap B$  和  $A \cup B$ ，即可得出结论.

**【详解】**

$$\because A = \{x | x < 1\}, B = \{x | e^x < 1\} = \{x | x < 0\}, \therefore A \cap B = \{x | x < 0\}, A \cup B = \{x | x < 1\}.$$

故选：C.

**【点睛】**

本题考查交集和并集的计算，考查计算能力，属于基础题.

8、C

**【解析】**

两复数相等，实部与虚部对应相等.

**【详解】**

$$\text{由 } 3 + ai = b - (2a - 1)i,$$

$$\text{得 } \begin{cases} 3 = b \\ a = 1 - 2a \end{cases}, \text{ 即 } a = \frac{1}{3}, b = 1.$$

$$\therefore b = 9a.$$

故选：C.

**【点睛】**

本题考查复数的概念，属于基础题.

9、D

【解析】

集合  $M = \{x | x^2 = 1\} = \{-1, 1\}$ .  $N$  为自然数集, 由此能求出结果.

【详解】

解: 集合  $M = \{x | x^2 = 1\} = \{-1, 1\}$ .  $N$  为自然数集,

在 A 中,  $1 \in M$ , 正确;

在 B 中,  $M = \{-1, 1\}$ , 正确;

在 C 中,  $\emptyset \subseteq M$ , 正确;

在 D 中,  $M$  不是  $N$  的子集, 故 D 错误.

故选: D.

【点睛】

本题考查命题真假的判断、元素与集合的关系、集合与集合的关系等基础知识, 考查运算求解能力, 是基础题.

10、D

【解析】

由抛物线方程可得焦点坐标及准线方程, 由抛物线的定义可知  $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$ , 继而可求出  $x_1 + x_2 = 4$ , 从而可求出  $AB$  的中点的横坐标, 即为中点到  $y$  轴的距离.

【详解】

解: 由抛物线方程可知,  $2p = 8$ , 即  $p = 4$ ,  $\therefore F(2, 0)$ . 设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

则  $|AF| = x_1 + 2, |BF| = x_2 + 2$ , 即  $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$ , 所以  $x_1 + x_2 = 4$ .

所以线段  $AB$  的中点到  $y$  轴的距离为  $\frac{x_1 + x_2}{2} = 2$ .

故选: D.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义, 考查了抛物线的方程. 本题的关键是由抛物线的定义求得  $A, B$  两点横坐标的和.

11、B

【解析】

根据条件可知方程  $f(x) + x - a = 0$  有且只有一个实根等价于函数  $y = f(x)$  的图象与直线  $y = -x + a$  只有一个交点, 作出图象, 数形结合即可.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/177044041041006133>