

广东省茂名市高州市 2024 届高三下学期适应性考试数学试题

副标题

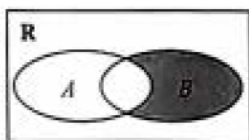
考试时间: **分钟 满分: **分

注意事项:

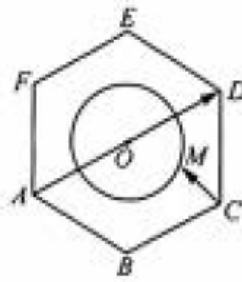
- 1、填写答题卡的内容用 2B 铅笔填写
- 2、提前 xx 分钟收取答题卡

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的. (共 8 题)

1. 已知集合 $A = \{x | |x-2| \geq 1\}$, $B = \{x | 2 \leq x < 4\}$, 则图中阴影部分表示的集合是()



- A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ C. $\{x | 1 \leq x < 4\}$ D. $\{x | 2 < x \leq 4\}$
2. 若复数 $(1-3i)z = 3-i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| - z$ 在复平面内对应的点位于()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_8 = 4(a_2 + a_k)$, 则 $k = ()$
- A. 4 B. 6 C. 7 D. 9
4. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 则下面结论正确的是()
- A. 若 $ab = 4$, 则 $a + b \leq 4$ B. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$
- C. 若 $a + 2b = 2$, 则 $2^a + 4^b$ 有最小值 4 D. 若 $a > b > m > 0$, 则 $\frac{b}{a} > \frac{b+m}{a+m}$
5. 双曲线 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{a+1} = 1$ 的离心率 e 的可能取值为()
- A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 3
6. 如图, 已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 4, 对称中心为 O , 以 O 为圆心作半径为 2 的圆, 点 M 为圆 O 上任意一点, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CM}$ 的取值范围为()



- A. $[-24,16]$ B. $[0,32]$ C. $[-32,0]$ D. $[-12\sqrt{3},0]$

7. 自“ChatGPT”横空出世，全球科技企业掀起一场研发 AI 大模型的热潮，随着 AI 算力等硬件底座逐步搭建完善，AI 大规模应用成为可能，尤其在图创意、虚拟数字人以及工业软件领域已出现较为成熟的落地应用。Sigmoid 函数和 Tanh 函数是研究人工智能被广泛使用的 2 种用作神经网络的激活函数，Tanh 函数的解析式为 $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ ，经过某次测试得

知 $\tanh x_0 = \frac{3}{5}$ ，则当把变量减半时， $\tanh \frac{x_0}{2} = ()$

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. 1 D. $\frac{1}{3}$ 或 3

8. 若正四面体 $P-ABC$ 的棱长为 $2\sqrt{3}$ ， M 为棱 PA 上的动点，则当三棱锥 $M-ABC$ 的外接球的体积最小时，三棱锥 $M-ABC$ 的体积为()

- A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。（共 3 题）

9. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$)，对任意实数 x 都有 $f(x) \leq \left| f\left(\frac{\pi}{8}\right) \right|$ ，则下列结论正确的是()

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π B. $\varphi = \frac{\pi}{4}$
 C. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称 D. $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上有一个零点

10. 某社区有甲、乙两队社区服务小组，其中甲队有 3 位男士、2 位女士，乙队有 2 位男士、3 位女士。现从甲队中随机抽取一人派往乙队，分别以事件 A_1 和 A_2

线
 订
 装
 内
 外
 请
 不
 要
 在
 装
 订
 线
 内
 答
 题

保密★启用前

表示从甲队中随机抽取一人抽到的是男士和女士；以事件 B 表示从乙队（甲队已经抽取一人派往乙队）中随机抽取一人抽到的是男士，则()

- A. $P(A_1A_2)=0$
- B. $P(B|A_1)=\frac{1}{2}$
- C. $P(B)=\frac{13}{30}$
- D. $P(A_2|B)=\frac{9}{16}$

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x+y)-f(x-y)=f\left(x+\frac{3}{2}\right)f\left(y+\frac{3}{2}\right)$, $f(0)\neq 0$, 则()

- A. $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$
- B. 函数 $f(x)$ 是奇函数
- C. $f(0)=-2$
- D. $f(x)$ 的一个周期为 3

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。（共 3 题）

12. 二项式 $\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$ 的展开式中的常数项为_____.

13. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是正方形, $AB=4$, $AA_1=4\sqrt{2}$, 点 B_1 在底面 $ABCD$ 的射影为 BC 中点 H , 则直线 AD_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为_____.

14. 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长 ($a < b$), 且 a, b 为函数 $f(x)=ax^2-bx+c$ 的两个零点, 若 $M > a+b-c$ 恒成立, 则 M 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤。（共 5 题）

15. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 分别为边 a, b, c 所对的角, 且满足 $a+\frac{c}{2}+bcos(A+B)=0$.

- (1) 求 $\angle B$ 的大小;
- (2) $\angle A$ 的角平分线 AD 交 BC 边于 D , 向量 \overline{BA} 在 \overline{BD} 上的投影向量为 $-2\overline{BD}$, $|BD|=1$, 求 $|AC|$.

16. 已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

- (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程;
- (2) 当 $x \geq 1$ 时, $xf(x) \leq a(x^2-1)$, 求 a 的取值范围.

保密★启用前

(2) 已知 A 具有性质 M_{20} , 求证: $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} \geq \frac{n-1}{20}$;

(3) 已知 A 具有性质 M_{20} , 求集合 A 中元素个数的最大值, 并说明理由.

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

保密★启用前

【答案区】

1. 【答案】B

【解析】【解答】解：∵ $A = \{x | |x-2| \geq 1\} = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 3\}$ ，

$$\therefore \complement_{\mathbb{R}} A = \{x | 1 < x < 3\} ,$$

图中阴影部分表示的集合是 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B$ ，

$$\therefore (\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = \{x | 2 \leq x < 3\} .$$

故答案为：B.

【分析】化简集合 A ， 根据集合的运算求解.

2. 【答案】D

【解析】【解答】解：由题得 $z = \frac{3-i}{1-3i} = \frac{(3-i)(1+3i)}{10} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ ，

$$\therefore |z| = 1 , \quad |z| - z = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}i .$$

故答案为：D.

【分析】求出 $|z|$ ， 化简复数 $|z| - z$ ， 利用复数的几何意义可得出结论.

3. 【答案】C

【解析】【解答】解：设公差为 $d (d \neq 0)$ ，

$$\therefore S_8 = \frac{(a_1 + a_8) \times 8}{2} = 4(a_1 + a_8) = 4(a_2 + a_7) ,$$

$$\therefore a_1 + a_8 = a_2 + a_7 , \quad \therefore a_k = a_1 + 6d = a_7 , \quad \therefore k = 7 .$$

故答案为：C.

【分析】根据等差数列的前 n 项和公式结合等差数列的性质即可得解.

4. 【答案】C

【解析】【解答】解：因为 $a > 0$ ， $b > 0$ ，

对于选项 A：若 $ab = 4$ ， 则 $a + b \geq 2\sqrt{ab} = 4$ ， 当且仅当 $a = b = 2$ 时取等号，A 错误

对于选项 B：当 $c = 0$ 时，式子不成立，B 错误；

对于选项 C：若 $a + 2b = 2$ ， 则 $2^a + 4^b \geq 2\sqrt{2^a \cdot 2^{2b}} = 2\sqrt{2^{a+2b}} = 4$ ，

当且仅当 $a = 2b = 1$ 时取等号，C 正确；

保密★启用前

【分析】根据给定的图形，利用数量积的运算律及定义求解即得.

7. 【答案】A

【解析】【解答】解：∵ tanhx = (e^x_0 - e^-x_0) / (e^x_0 + e^-x_0) = 3/5 ,

∴ e^2x_0 = 4 , e^x_0 = 2 , e^-x_0 = 1/2 (舍) .

∴ tanh(x_0/2) = (e^(x_0/2) - e^(-x_0/2)) / (e^(x_0/2) + e^(-x_0/2)) = (e^x_0 - 1) / (e^x_0 + 1) ,

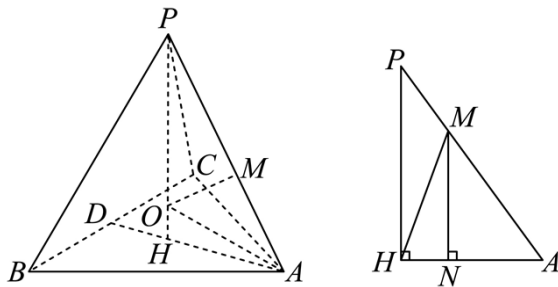
∴ tanh(x_0/2) = 1/3 .

故答案为：A.

【分析】根据题意，由 tanhx_0 = 3/5 得到 e^x_0 = 2 求解.

8. 【答案】A

【解析】【解答】解：如图所示：



在正四面体 P-ABC 中，假设 PH ⊥ 底面 ABC ， 则点 H 为 ΔABC 外心.

在 PH 上取一点 O ， 满足 OA = OM ， 则 O 为三棱锥 M-ABC 的外接球球心.

∴ 当 OA 取得最小值时， OM 最小，三棱锥 M-ABC 的外接球体积最小，此时点 O 与点 H 重合.

作 MN ⊥ AH ， 垂足为 N ， ∴ MN // PH ，

∴ MN 为三棱锥 M-ABC 的高.

由正四面体 P-ABC 的棱长为 2√3 ， 易知 AH = 2 = MH ，

所以 PH = √(PA^2 - AH^2) = 2√2 ， PA = 2√3 ， AH = 2 .

由 PH/AH = MN/AN = √2 ， 设 AN = x ， 则 MN = √2x ， HN = 2 - x .

