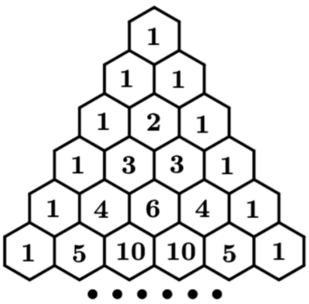
2024年新高考数学名校地市选填压轴题好题汇编（十八）

一、单选题

1.（2024·福建省德化第一中学三模）我国南宋数学家杨辉1261年所著的《详解九章算法》一书里出现了如图所示的表，即杨辉三角，这是数学史上的一个宏大成就.在“杨辉三角”中，第 n 行的全部数字之和为 2^{n-1}，若去除全部为1的项，依次构成数列2，3，3，4，6，4，5，10，10，5，……，则此数列的前56项和为（　　）



A．2060　　B．2038　　C．4084　　D．4108

【答案】C

【解析】

【分析】

将所求数列之和，转化为杨辉三角每一行对应数之和，再结合杨辉三角每一行的和为 2^{n-1}，即可求得结果.

【详解】

去除全部为1的项后，剩下的每一行的个数为 $1,2,3,\cdots$，

对应个数构成一个首项为1公差为1的等差数列，

则前 m 行数字个数之和为 $T_m=\dfrac{m(m+1)}{2}$，当 $m=10$ 时，$T_{10}=55$，

故该数列前56项和表示：杨辉三角中前12行数字之和，减去全部23个1，

再加上杨辉三角中第13行其次个数字12即可，

故所求数列的前56项和为：$\dfrac{1-2^{12}}{1-2}-23+12=4084$.

故选：C.

2.（2024·福建省德化第一中学三模）已知点 A，B，C 在圆 $x^2+y^2=1$ 上运动，且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，若点 P 的坐标为（2，0），则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|$ 的最大值为（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

【答案】B

【解析】

【分析】

由题可知 AC 为直径，从而 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=2\overrightarrow{PO}$，可设 $B(\cos\theta,\sin\theta)$，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|$ 就是关于 θ 的三角函数式，利用 $-1\le\cos\theta\le1$ 可求最大值.

【详解】

由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ 可知 AC 为直径，

$\therefore$ $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=2\overrightarrow{PO}=(-4,0)$，

设 $B(\cos\theta,\sin\theta)$，则 $\overrightarrow{PB}=(\cos\theta-2,\sin\theta)$，

$\therefore$ $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|=\left|2\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{PB}\right|=\sqrt{(-6+\cos\theta)^2+\sin^2\theta}=\sqrt{37-12\cos\theta}$，

当 $\theta=2k\pi+\pi,k\in Z$ 时，$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|$ 的最大值为 7.

故选：B.

3.（2024•福建•三模）关于函数 $f(x)=A\sin(2x+\varphi)$，有下列四个命题：

甲：$f(x)$ 在 $\left(5\pi,\dfrac{27\pi}{5}\right)$ 单调递增；

乙：$-\dfrac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 的一个微小值点；

丙：$\dfrac{\pi}{3}$ 是 $f(x)$ 的一个极大值点；

丁：函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位后所得图象关于 y 轴对称.

其中只有一个是假命题，则该命题是（　　）

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

【答案】A

【解析】

【分析】

依据 $f(x)$ 的最小正周期推断乙、丙都是真命题，进而推断丁为真命题，从而得出甲为假命题.

【详解】

由于 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，半周期为 $\dfrac{\pi}{2}$,

$\dfrac{\pi}{3}-\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{2}$，所以乙、丙为真命题，（否则两个都是假命题，不符合题意.）

由丙可知，$f\left(x\right)$关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称，所以函数$y=f(x)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位后所得图象关于y轴对称，丁正确.

故甲为假命题.

另外，由丙可知，$f\left(x\right)$关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称，$f\left(x\right)$的最小正周期为π，

所以$f\left(x\right)$关于直线$x=\frac{\pi}{3}+5\pi=\frac{16\pi}{3}$对称，$\frac{16\pi}{3}\in\left(5\pi,\frac{27\pi}{5}\right)$，所以$f(x)$在区间$\left(5\pi,\frac{27\pi}{5}\right)$不单调，甲为假命题.

故选：A

4.（2024·福建·三模）已知$f(x)$是定义在R上的函数，且函数$y=f(x+1)-1$是奇函数，当$x<\frac{1}{2}$时，$f(x)=\ln(1-2x)$，则曲线$y=f(x)$在$x=2$处的切线方程是（　　）

A．$y=x-4$　　B．$y=x$　　C．$y=-2x+2$　　D．$y=-2x+6$

【答案】D

【解析】

【分析】

求出$f(x)$在$\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$上的解析式后可求切线方程.

【详解】

令$g\left(x\right)=f(x+1)-1$，因为$g\left(x\right)$为奇函数，故$g\left(-x\right)=-g\left(x\right)$，

故$f(-x+1)-1=-f\left(x+1\right)+1$即$f(-x+1)+f\left(x+1\right)=2$.

即$f(x)=2-f\left(2-x\right)$，

当$x\in\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$时，$2-x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，

故$f(2-x)=\ln\left[1-2(2-x)\right]=\ln\left(2x-3\right)$，

故$x\in\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$时，$f(x)=2-\ln\left(2x-3\right)$，

此时$f'(x)=-\frac{2}{2x-3}$，故$f'(2)=-2$，而$f(2)=2$

故切线方程为：$y=-2x+6$，

故选：D.

5.（2024·江苏南通·模拟预料）已知直线$y=x-2$与抛物线$y^2=4x$交于A,B两点，P为AB的中点，O

为坐标原点，则 $|OP|^2-|PA|^2=$（　　）

A．2　　B．-2　　C．4　　D．-4

【答案】D

【解析】

【分析】

直线方程与抛物线方程联立方程组求得交点 A,B 坐标，再求得中点 P 坐标，计算出 $|OP|$，$|PA|$ 即可得．

【详解】

由 $\begin{cases}y=x-2\\y^2=4x\end{cases}$ 得 $x^2-8x+4=0$，$x_1=4+2\sqrt{3}$，$x_2=4-2\sqrt{2}$，

则 $y_1=2+2\sqrt{3}$，$y_2=2-2\sqrt{3}$，

所以 $A(4+2\sqrt{3},2+2\sqrt{3})$，$B(4-2\sqrt{3},2-2\sqrt{3})$，

$|AB|=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$，

P 为 AB 的中点，则 $|PA|=\frac{1}{2}|AB|=2\sqrt{6}$，

$P(4,2)$，$|OP|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，

所以 $|OP|^2-|PA|^2=(2\sqrt{5})^2-(2\sqrt{6})^2=-4$．

故选：D．

6．（2024·江苏南通·模拟预料）已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+\frac{1}{2}x,x\le 0\\-\left|2x-1\right|+1,x>0\end{cases}$，若关于 x 的方程 $f^2\left(x\right)-\left(k+1\right)xf\left(x\right)+kx^2=0$ 有且只有三个不同的实数解，则正实数 k 的取值范围为（　　）

A．$\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　B．$\left[\frac{1}{2},1\right)\cup\left(1,2\right)$　　C．$\left(0,1\right)\cup\left(1,2\right)$　　D．$\left(2,+\infty\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】

化简函数解析式，分析可知关于 x 的方程 $f\left(x\right)=x$、$f\left(x\right)=kx$ 共有 3 个不同的实数解，利用代数法可知方程 $f\left(x\right)=x$ 有两个根，分析可得出关于实数 k 的不等式组，由此可解得实数 k 的取值范围．

【详解】

因为 $f(x)=\begin{cases}x^2+\frac{1}{2}x,x\le 0\\2x,0<x\le\frac{1}{2}\\2-2x,x>\frac{1}{2}\end{cases}$ ，

由 $f^2(x)-(k+1)xf(x)+kx^2=0$ 可得 $\left[f(x)-x\right]\cdot\left[f(x)-kx\right]=0$ ，

所以，关于 x 的方程 $f(x)=x$ 、 $f(x)=kx$ 共有 3 个不同的实数解.

①先探讨方程 $f(x)=x$ 的解的个数.

当 $x\le 0$ 时，由 $f(x)=x^2+\frac{1}{2}x=x$ ，可得 $x=0$ ，

当 $0<x\le\frac{1}{2}$ 时，由 $f(x)=2x=x$ ，可得 $x\in\varnothing$ ，

当 $x>\frac{1}{2}$ 时，由 $f(x)=2-2x=x$ ，可得 $x=\frac{2}{3}$ ，

所以，方程 $f(x)=x$ 只有两解 $x=0$ 和 $x=\frac{2}{3}$ ；

②下面探讨方程 $f(x)=kx$ 的解的个数.

当 $x\le 0$ 时，由 $f(x)=x^2+\frac{1}{2}x=kx$ 可得 $x\left(x+\frac{1}{2}-k\right)=0$ ，可得 $x=0$ 或 $x=k-\frac{1}{2}$ ，

当 $0<x\le\frac{1}{2}$ 时，由 $f(x)=2x=kx$ ，可得 $k=2$ ，此时方程 $f(x)=kx$ 有多数个解，不合乎题意，

当 $x>\frac{1}{2}$ 时，由 $f(x)=2-2x=kx$ 可得 $x=\frac{2}{k+2}$ ，

因为 $k>0$ ，由题意可得 $\begin{cases}k-\frac{1}{2}<0\\\frac{2}{k+2}\le\frac{1}{2}\\k>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k-\frac{1}{2}<0\\\frac{2}{k+2}=\frac{2}{3}\\k>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k-\frac{1}{2}\ge 0\\\frac{2}{k+2}>\frac{1}{2}\\\frac{2}{k+2}\ne\frac{2}{3}\end{cases}$ ，

解得 $\frac{1}{2}\le k<1$ 或 $1<k<2$.

因此，实数 k 的取值范围是 $\left[\frac{1}{2},1\right)\cup(1,2)$.

故选：B.

7．（2024·江苏南通·模拟预料）连续向上抛一枚硬币五次，设事务“没有连续两次正面对上”的概率为 P_1 ，设事务“没有连续三次正面对上”的概率为 P_2 ，则下列结论正确的是（　　　　）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/178031061131006105