2024届河北省邯郸市丛台区高三上数学期末联考模拟试题

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设F_1,F_2分别是双线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的左、右焦点，$O$为坐标原点，以$F_1F_2$为直径的圆与该双曲线的两条渐近线分别交于$A,B$两点（$A,B$位于$y$轴右侧），且四边形$OAF_2B$为菱形，则该双曲线的渐近线方程为（　　）

A．$x\pm y=0$　　B．$\sqrt{3}x\pm y=0$　　C．$x\pm\sqrt{3}y=0$　　D．$3x\pm y=0$

2．已知$(2-mx)(1-\frac{1}{x})^3$的展开式中的常数项为8，则实数$m=$（　　）

A．2　　B．-2　　C．-3　　D．3

3．执行程序框图，则输出的数值为（　　）

A．12　　B．29　　C．70　　D．169

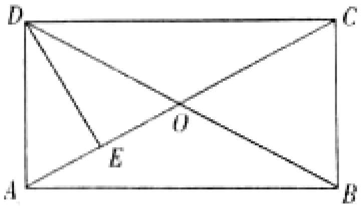
4．在三棱锥$S-ABC$中，$SB=SA=AB=BC=AC=4$，$SC=2\sqrt{6}$，则三棱锥$S-ABC$外接球的表面积是（　　）

A．$\frac{40\pi}{3}$　　B．$\frac{80\pi}{3}$　　C．$\frac{40\pi}{9}$　　D．$\frac{80\pi}{9}$

5．高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号，用其名字命名的“高斯函数”为：设$x\in\mathbf{R}$，用$[x]$表示不超过x的最大整数，则$y=[x]$称为高斯函数，例如：$[-0.5]=-1$，$[1.5]=1$，已知函数$f(x)=4^{x-\frac{1}{2}}-3\cdot 2^x+4$（$0<x<2$），则函数$y=[f(x)]$的值域为（　　）

A．$\left[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$　　B．$\{-1,0,1\}$　　C．$\{-1,0,1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

6．如图所示，矩形$ABCD$的对角线相交于点O，E为AO的中点，若$\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}(\lambda,\mu\in R)$，则$\lambda+\mu$等于（　　）.



A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．-1

7．已知集合$A=\left\{x\middle|x<1\right\}$，$B=\left\{x\middle|e^x<1\right\}$，则（　　）

A．$A\cap B=\left\{x\middle|x<1\right\}$　　B．$A\cup B=\left\{x\middle|x<e\right\}$

C．$A\cup B=\left\{x\middle|x<1\right\}$　　D．$A\cap B=\left\{x\middle|0<x<1\right\}$

8．已知 a，$b\in R$，$3+ai=b-(2a-1)i$，则（　　）

A．$b=3a$　　B．$b=6a$　　C．$b=9a$　　D．$b=12a$

9．已知集合$M=\{x\mid x^2=1\}$．N为自然数集，则下列表示不正确的是（　　）

A．$1\in M$　　B．$M=\{-1,1\}$　　C．$\varnothing\subseteq M$　　D．$M\subseteq N$

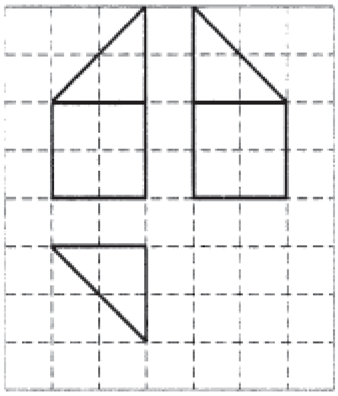
10．已知抛物线$C:y^2=8x$的焦点为F，A,B是抛物线上两个不同的点，若$|AF|+|BF|=8$，则线段AB的中点到y轴的距离为（　　）

A．5　　B．3　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．2

11．已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x & (x\le 0)\\ \ln x & (x>0)\end{cases}$，且关于$x$的方程$f(x)+x-a=0$有且只有一个实数根，则实数$a$的取值范围（　　）.

A．$[0,+\infty)$　　B．$(1,+\infty)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[-\infty,1)$

12．如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（　　）



A．32　　B．$\frac{32}{3}$　　C．16　　D．$\frac{16}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是正方形 BB_1C_1C 的中心，M 为 C_1D_1 的中点，过 A_1M 的平面 α 与直线 DE 垂直，则平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面面积为______.

14．设函数 $f(x)=\begin{cases}e^x+2019, x\le 0\\ 2020, x>0\end{cases}$，则满足 $f\left(x^2-4\right)>f(-3x)$ 的 x 的取值范围为________.

15．已知椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 的下顶点为 A，若直线 $x=ty+4$ 与椭圆交于不同的两点 M、N，则当 $t=$_____时，ΔAMN 外心的横坐标最大.

16．$(1-2x)(1+x)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知 ΔABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知向量 $\vec{m}=(\cos B, 2\cos^2\frac{C}{2}-1)$，$\vec{n}=(c, b-2a)$ 且 $\vec{m}\cdot\vec{n}=0$.

（1）求角 C 的大小；

（2）若 ΔABC 的面积为 $2\sqrt{3}$，$a+b=6$，求 c.

18．（12 分）移动支付（支付宝及微信支付）已经渐渐成为人们购物消费的一种支付方式，为调查市民使用移动支付的年龄结构，随机对 100 位市民做问卷调查得到 2×2 列联表如下：

	35 岁以下（含 35 岁）	35 岁以上	合计
使用移动支付	40		50
不使用移动支付		40	
合计			100

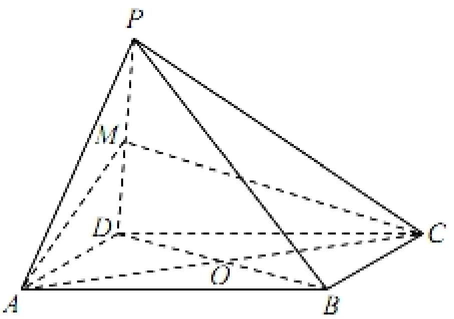
（1）将上 2×2 列联表补充完整，并请说明在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下，认为支付方式与年龄是否有关？

（2）在使用移动支付的人群中采用分层抽样的方式抽取 10 人做进一步的问卷调查，从这 10 人随机中选出 3 人颁发参与奖励，设年龄都低于 35 岁（含 35 岁）的人数为 X，求 X 的分布列及期望.

$P(K^2 \geq k)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

（参考公式：$k^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$（其中 $n=a+b+c+d$））

19.（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，对角线 AC,BD 交于点 O,M 为棱 PD 的中点，$MA=MC$．求证：



（1）$PB//$平面 AMC；

（2）平面 $PBD\perp$平面 AMC．

20.（12 分）某中学为研究学生的身体素质与体育锻炼时间的关系，对该校200名高三学生平均每天体育锻炼时间进行调查，如表：（平均每天锻炼的时间单位：分钟）

平均每天锻炼的时间/分钟	$[0,10)$	$[10,20)$	$[20,30)$	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$
总人数	20	36	44	50	40	10

将学生日均体育锻炼时间在 $[40,60)$ 的学生评价为“锻炼达标”.

（1）请根据上述表格中的统计数据填写下面 2×2 列联表：

	锻炼不达标	锻炼达标	合计
男			
女		20	110
合计			

并通过计算判断，是否能在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为“锻炼达标”与性别有关？

（2）在“锻炼达标”的学生中，按男女用分层抽样方法抽出10人，进行体育锻炼体会交流．

（i）求这10人中，男生、女生各有多少人？

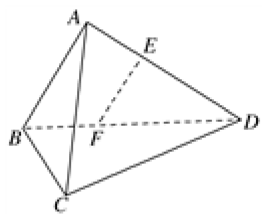
（ii）从参加体会交流的10人中，随机选出2人发言，记这2人中女生的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望．

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

临界值表：

$P\left(K^2\ge k_0\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010
0 k_0	2.706	3.841	5.024	6.635

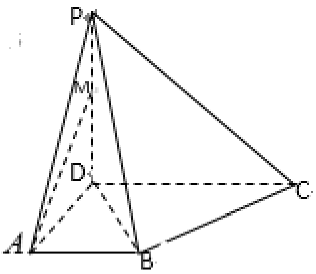
21．（12 分）如图，在三棱锥 *A*-*BCD* 中，*AB*⊥*AD*，*BC*⊥*BD*，平面 *ABD*⊥平面 *BCD*，点 *E*，*F*(*E* 与 *A*，*D* 不重合)分别在棱 *AD*，*BD* 上，且 *EF*⊥*AD*.



求证：(1)*EF*∥平面 *ABC*；

(2)*AD*⊥*AC*.

22．（10 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$底面$ABCD$，底面$ABCD$是直角梯形，M为侧棱PD上一点，已知$BD=2,BC=2\sqrt{3},CD=4,DP=4,DM=3$.



（Ⅰ）证明:平面$PBC\perp$平面PBD；

（Ⅱ）求二面角$A-BM-C$的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

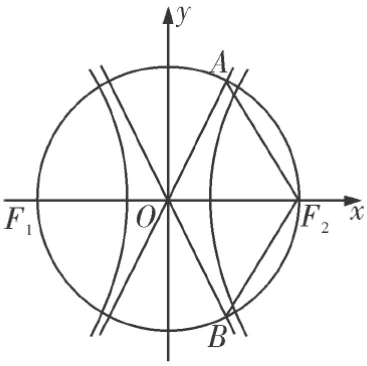
【解析】

由于四边形OAF_2B为菱形，且$\left|OF_2\right|=\left|OA\right|$，所以$\Delta AOF_2$为等边三角形，从而可得渐近线的倾斜角，求出其斜率.

【详解】

如图，因为四边形OAF_2B为菱形，$\left|OF_2\right|=\left|OA\right|=\left|OB\right|$，所以$\triangle AOF_2$为等边三角形，$\angle AOF_2=60^\circ$，两渐近线的斜率分别为$\sqrt{3}$和$-\sqrt{3}$.

故选：B



【点睛】

此题考查的是求双曲线的渐近线方程，利用了数形结合的思想，属于基础题.

2、A

【解析】

先求$(1-\frac{1}{x})^3$的展开式，再分类分析$(2-mx)$中用哪一项与$(1-\frac{1}{x})^3$相乘，将所有结果为常数的相加，即为$(2-mx)(1-\frac{1}{x})^3$展开式的常数项，从而求出m的值.

【详解】

$(1-\frac{1}{x})^3$展开式的通项为$T_{r+1}=C_3^r\cdot 1^{3-r}(-\frac{1}{x})^r=C_3^r\cdot(-1)^r x^{-r}$，

当$(2-mx)$取2时，常数项为$2\times C_3^0=2$，

当$(2-mx)$取$-mx$时，常数项为$-m\times C_3^1\times(-1)^1=3m$

由题知$2+3m=8$，则$m=2$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了两个二项式乘积的展开式中的系数问题，其中对$(2-mx)$所取的项要进行分类讨论，属于基础题.

3、C

【解析】

由题知：该程序框图是利用循环结构计算并输出变量b的值，计算程序框图的运行结果即可得到答案.

【详解】

$a=0$，$b=1$，$n=1$，$b=0+2=2$，$n<5$，满足条件，

$a=\dfrac{2-0}{2}=1$，$n=2$，$b=1+4=5$，$n<5$，满足条件，

$a=\dfrac{5-1}{2}=2$，$n=3$，$b=2+10=12$，$n<5$，满足条件，

$a=\dfrac{12-2}{2}=5$，$n=4$，$b=5+24=29$，$n<5$，满足条件，

$a=\dfrac{29-5}{2}=12$，$n=5$，$b=12+58=70$，$n=5$，不满足条件，

输出$b=70$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查程序框图中的循环结构，属于简单题.

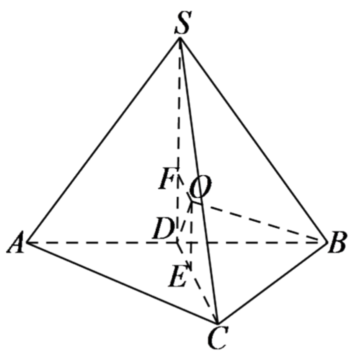
4、B

【解析】

取AB的中点D，连接SD、CD，推导出$\angle SDC=90^\circ$，设设球心为O，ΔABC和ΔSAB的中心分别为E、F，可得出$OE\perp$平面ABC，$OF\perp$平面SAB，利用勾股定理计算出球O的半径，再利用球体的表面积公式可得出结果.

【详解】

取AB的中点D，连接SD、CD，



由ΔSAB和ΔABC都是正三角形，得$SD\perp AB$，$CD\perp AB$，则$SD=CD=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，则

$SD^2+CD^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2=\left(2\sqrt{6}\right)^2=SC^2$，由勾股定理的逆定理，得$\angle SDC=90^\circ$.

设球心为O，ΔABC和ΔSAB的中心分别为E、F.

由球的性质可知：$OE\perp$平面ABC，$OF\perp$平面SAB，

又$OE=DF=OE=OF=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，由勾股定理得$OD=\sqrt{OE^2+DE^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

所以外接球半径为$R=\sqrt{OD^2+BD^2}=\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2+2^2}=\frac{\sqrt{60}}{3}$.

所以外接球的表面积为$S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{\sqrt{60}}{3}\right)^2=\frac{80\pi}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查三棱锥外接球表面积的计算，解题时要分析几何体的结构，找出球心的位置，并以此计算出球的半径长，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

5、B

【解析】

利用换元法化简$f\left(x\right)$解析式为二次函数的形式，根据二次函数的性质求得$f\left(x\right)$的取值范围，由此求得$y=\left[f(x)\right]$的值域.

【详解】

因为$f(x)=4^{x-\frac{1}{2}}-3\cdot2^x+4$（$0<x<2$），所以$y=\frac{4^x}{4^{\frac{1}{2}}}-3\cdot2^x+4=\frac{1}{2}\left(2^x\right)^2-3\cdot2^x+4$，令$2^x=t$（$1<t<4$），则$f(t)=\frac{1}{2}t^2-3t+4$（$1<t<4$），函数的对称轴方程为$t=3$，所以$f(t)_{\min}=f(3)=-\frac{1}{2}$，$f(t)_{\max}=f(1)=\frac{3}{2}$，所以$f(x)\in\left[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$，所以$y=\left[f(x)\right]$的值域为$\left\{-1,0,1\right\}$.

故选：B

【点睛】

本小题考查函数的定义域与值域等基础知识，考查学生分析问题，解决问题的能力，运算求解能力，转化与化归思想，换元思想，分类讨论和应用意识.

6、A

【解析】

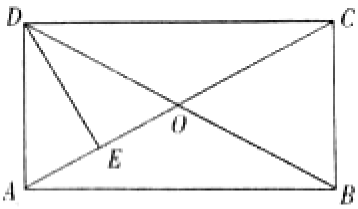
由平面向量基本定理，化简得$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，所以$\lambda=\frac{1}{4}$，$\mu=-\frac{3}{4}$，即可求解，得到答案.

【详解】

由平面向量基本定理，化简 $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$

$=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，所以 $\lambda=\frac{1}{4}$， $\mu=-\frac{3}{4}$，即 $\lambda+\mu=-\frac{1}{2}$，

故选 A.



【点睛】

本题主要考查了平面向量基本定理的应用，其中解答熟记平面向量的基本定理，化简得到 $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ 是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，数基础题.

7、C

【解析】

求出集合 B，计算出 $A\cap B$ 和 $A\cup B$，即可得出结论.

【详解】

$\because A=\left\{x\middle|x<1\right\}$， $B=\left\{x\middle|e^x<1\right\}=\left\{x\middle|x<0\right\}$， $\therefore A\cap B=\left\{x\middle|x<0\right\}$， $A\cup B=\left\{x\middle|x<1\right\}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查交集和并集的计算，考查计算能力，属于基础题.

8、C

【解析】

两复数相等，实部与虚部对应相等.

【详解】

由 $3+ai=b-(2a-1)i$，

得 $\begin{cases}3=b\\a=1-2a\end{cases}$， 即 $a=\frac{1}{3}$， $b=1$.

$\therefore b=9a$.

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的概念，属于基础题.