
第二十五章 概率初步综合题拓展训练

目录与链接

考点一、列举法求概率	2
考点二、概率公式	7
考点三、几何概率	15
考点四、列表法求概率	20
考点五、树状图求概率	26
考点六、抽取放回与不放回问题	38
考点七、游戏公平性	41
考点八、用频率估计概率	45
考点九、统计与概率的综合问题	52

考点一、列举法求概率

1. 将号码分别为 1, 2, 3, ..., 9 的九个小球放入一个袋中, 这些小球仅号码不同, 其余完全相同, 甲从袋中摸出一个球, 号码为 a , 放回后乙再摸出一个球, 号码为 b , 则使不等式 $a - 2b + 10 > 0$ 成立的事件发生的概率为 ()

- A. $\frac{52}{81}$ B. $\frac{59}{81}$ C. $\frac{60}{81}$ D. $\frac{61}{81}$

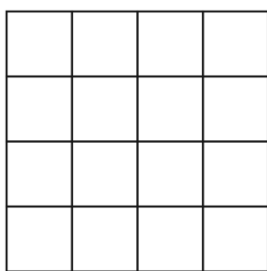
2. 向上抛掷质地均匀的骰子 (如图), 落地时向上的面点数为 a (a 的可能取值为 1, 2, 3, 4, 5 和 6), 则关于 x 的不等式 $\frac{1-ax}{3-x} > 2$ 有不大于 2 的整数解的概率为 ()



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

3. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x-2 \geq 2(x+2) \\ a-2x < -5 \end{cases}$ 的解集为 $x \geq 6$, 且关于 y 的分式方程 $\frac{y+2a}{y-1} + \frac{3y-8}{1-y} = 2$ 的解是正整数, 则所有满足条件的整数 a 是非负整数的概率为_____.

4. 如图为一个 4×4 的正方形格子, 现在给其中的三个小正方形染色, 求被染色的三个小正方形不同行也不同列的概率.



5. 有五张正面分别写有数字 -4, -3, 0, 2, 3 的卡片, 五张卡片除了数字不同外其余全部相同, 现将它们背面朝上, 洗匀后从中随机抽取一张, 记卡片上的数字为 n , 则抽取的 n 既能使关于 x 的方程 $x^2 - 2(n+1)x + n(n-3) = 0$ 有实数根, 又能使以 x 为自变量的二次函数 $y = -x^2 + 2nx + 1$, 当 $x > 2$ 时, y 随 x 的增大而减小的概率为_____.

6. “田忌赛马”的故事闪烁着我国古代先贤的智慧光芒. 该故事的大意是: 齐王有上、中、下三匹马 A_1, B_1, C_1 , 田忌也有上、中、下三匹马 A_2, B_2, C_2 , 且这六匹马在比赛中的胜负可用不等式表示如下:

$A_1 > A_2 > B_1 > B_2 > C_1 > C_2$ (注: $A > B$ 表示 A 马与 B 马比赛, A 马获胜). 一天, 齐王找田忌赛马, 约定: 每匹马都出场比赛一局, 共赛三局, 胜两局者获得整场比赛的胜利. 面对劣势, 田忌事先了解到齐王三局比赛的“出马”顺序为上马、中马、下马, 并采用孙臧的策略: 分别用下马、上马、中马与齐王的上马、中马、下马比赛, 即借助对阵 (C_2A_1, A_2B_1, B_2C_1) 获得了整场比赛的胜利, 创造了以弱胜强的经典案例.

假设齐王事先不打探田忌的“出马”情况, 试回答以下问题:

(1) 如果田忌事先只打探到齐王首局将出“上马”, 他首局应出哪种马才可能获得整场比赛的胜利? 并求其获胜的概率;

(2) 如果田忌事先无法打探到齐王各局的“出马”情况, 他是否必败无疑? 若是, 请说明理由; 若不是, 请列出田忌获得整场比赛胜利的所有对阵情况, 并求其获胜的概率.

考点二、概率公式

7. 从同一副扑克牌中挑出 5 张红桃、6 张黑桃、7 张方块, 将这 18 张扑克牌洗匀后背面朝上, 再从中抽出 15 张牌, 抽出的这 15 张牌中恰好有 4 张红桃的概率是 ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{3}{10}$

8. 现有三个正方体形的公正骰子, 每个骰子的六个面上分别标有点数 1, 2, 3, 4, 5, 6. 投掷这三个骰子, 则其中两个骰子的点数之和恰好等于余下的一个骰子的点数的概率是 ()

A. $\frac{7}{36}$ B. $\frac{13}{72}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{5}{24}$

9. 小亮有黑、白各 10 张卡片, 分别写有数字 0~9. 把它们像扑克牌那样洗过后, 数字朝下, 排成四行, 排列规则如下:

①从左至右按从小到大的顺序排列:

②黑、白卡片数字相同时, 黑卡片放在左边.

小亮每行翻开了两张卡片, 如图所示:

第一行:



第二行:



第三行:

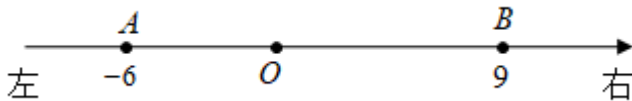


第四行:



其余卡片上数字小亮让小明根据排列规则进行推算, 小明发现有的卡片上数字可以唯一确定, 例如第四行最后一张白色卡片上数字只能是_____有的卡片上的数字并不能唯一确定, 小明对不能唯一确定的卡片上数字进行猜测, 则小明一次猜对所有数字的概率是_____.

10. 如图, 程序员在数轴上设计了 A 、 B 两个质点, 它们分别位于 -6 和 9 的位置, 现两点按照下述规则进行移动: 每次移动的规则 x 分别掷两次正方体骰子, 观察向上面的点数:



- ①若两次向上面的点数均为偶数, 则 A 点向右移动 1 个单位, B 点向左移 2 个单位;
- ②若两次向上面的点数均为奇数, 则 A 点向左移动 2 个单位, B 点向左移动 5 个单位;
- ③若两次向上面的点数为一奇一偶, 则 A 点向右移动 5 个单位, B 点向右移 2 个单位.

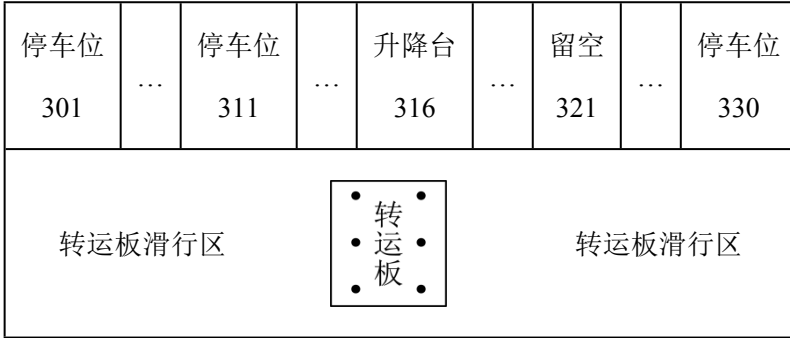
(1)经过第一次移动, 求 B 点移动到 4 的概率;

(2)从如图所示的位置开始, 在完成的 12 次移动中, 发现正方体骰子向上面的点数均为偶数或奇数, 设正方体骰子向上面的点数均为偶数的次数为 a , 若 A 点最终的位置对应的数为 b , 请用含 a 的代数式表示 b , 并求当 A 点落在原点时, 求此时 B 点表示的数;

(3)从如图所示的位置开始, 经过 x 次移动后, 若 $AB=3$, 求 x 的值.

11. 某公交公司有一栋 4 层的立体停车场, 第一层供车辆进出使用, 第二至四层停车. 每层的层高为 6m, 横向排列 30 个车位, 每个车位宽为 3m, 各车位有相应号码, 如: 201 表示二层第 1 个车位. 第二至四层每层各有一个升降台, 分别在 211, 316, 421, 为便于升降台垂直升降, 升降台正下方各层对应的车位都留空. 每个升降台前方有可在轨道上滑行的转运板 (以第三层为例, 如图所示). 该系统取车的工作流程如下 (以取停在 311 的车子为例);

- ① 转运板接收指令，从升降台 316 前空载滑行至 311 前；
- ② 转运板进 311，托起车，载车出 311；
- ③ 转运板载车滑行至 316 前；
- ④ 转运板进 316，放车，空载出 316，停在 316 前；
- ⑤ 升降台垂直送车至一层，系统完成取车。



如图停车场第三层平面示意图，升降台升与降的速度相同，转运板空载时的滑行速度为 1m/s，载车时的滑行速度是升降台升降速度的 2 倍。

(1)若第四层升降台送车下降的同时，转运板接收指令从 421 前往 401 取车，升降台回到第四层 40s 后转运板恰好载着 401 的车滑行至升降台前，求转运板载车时的滑行速度；

（说明：送至一层的车驶离升降台的时间、转运板进出车位所用的时间均忽略不计）

(2)在（1）的条件下，若该系统显示目前第三层没有车辆停放，现该系统将某辆车随机停放在第三层的停车位上，取该车时，升降台已在 316 待命，求系统按上述工作流程在 1 分钟内完成取该车的概率。

12. 交强险是车主必须为机动车购买的险种，若普通 6 座以下私家车投保交强险第一年的费用（基准保费）统一为 a 元，在下一年续保时，实行的是费率浮动机制，保费与上一年度车辆发生道路交通事故的情况相联系，发生交通事故的次数越多，费率也就越高，具体浮动情况如表：

交强险浮动因素和浮动费率比率表		
	浮动因素	浮动比率
A_1	上一个年度未发生有责任道路交通事故	下浮 10%
A_2	上两个年度未发生有责任道路交通事故	下浮 20%
A_3	上三个及以上年度未发生有责任道路交通事故	下浮 30%
A_4	上一个年度发生一次有责任不涉及死亡的道路交通事故	0%

A_5	上一个年度发生两次及两次以上有责任道路交通事故	上浮10%
A_6	上一个年度发生有责任道路交通死亡事故	上浮30%

某机构为了研究某一品牌普通 6 座以下私家车的投保情况，随机抽取了 60 辆车龄已满三年的该品牌同型号私家车的下一年续保时的情况，统计得到了下面的表格：

类型	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
数量	10	5	5	20	15	5

以这 60 辆该品牌车的投保类型的频率代替一辆车投保类型的概率，完成下列问题：

(1)按照我国《机动车交通事故责任强制保险条例》汽车交强险价格的规定 $a = 950$. 求某同学家的一辆该品牌车在第四年续保时的平均费用；（费用值保留到个位数字）

(2)某二手车销售商专门销售这一品牌的二手车，且将下一年的交强险保费高于基本保费的车辆记为事故车. 假设购进一辆事故车亏损 5000 元，一辆非事故车盈利 10000 元；

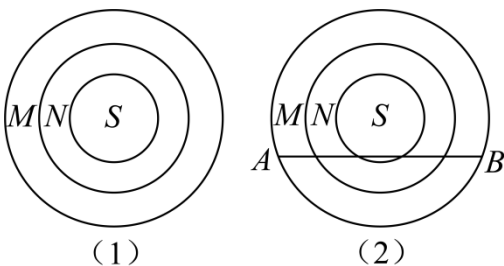
①若该销售商购进两辆（车龄已满三年）该品牌二手车，第一辆经鉴定为非事故车，求第二辆车是事故车的概率；

②若该销售商一次购进 100 辆（车龄已满三年）该品牌二手车，求他获得利润的平均数.

考点三、几何概率

13. 如图 (1)，一只圆形平盘被同心圆划成 M, N, S 三个区域，随机向平盘中撒一把豆子，计算落在 M, N, S 三个区域的豆子数的比. 多次重复这个试验，发现落入三个区域的豆子数的比显示出一定的稳定性，总在三个区域的面积之比附近摆动. 如图 (2) 将一根筷子放在该盘中 AB 位置，发现三个圆弧刚好将 AB 五等分. 我们把豆子落入三个区域的概率分别记作 $P(M), P(N), P(S)$ ，已知 $P(S) = \frac{1}{5}$ ，则 $P(M)$ 等于

()



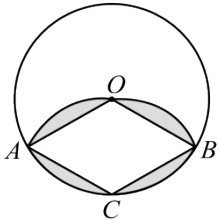
A. $\frac{8}{15}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{4}{15}$

D. $\frac{1}{5}$

14. 如图, A, B, C 为 $\odot O$ 上的三个点, C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点, 连接 OA, OB, AC, BC , 以 C 为圆心, AC 长为半径的弧恰好经过点 O , 若要在圆内任取一点, 则该点落在阴影部分的概率是_____.



15. 如图, 四个全等的直角三角形围成一个大正方形, 中间是个小正方形, 这个图形是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 人们称它为“赵爽弦图”, 现分别连接大、小正方形的四组顶点得到图2的“风车”图案(阴影部分). 若图1中的四个直角三角形的较长直角边为9, 较短直角边为5, 现随机向图2大正方形内掷一枚小针, 则针尖落在阴影区域的概率为_____.

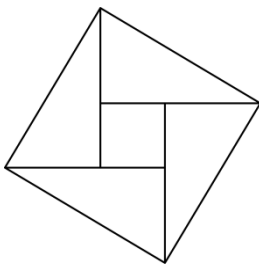


图1

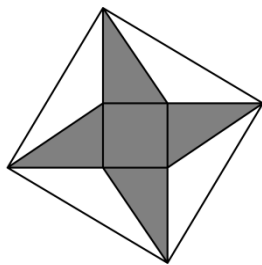
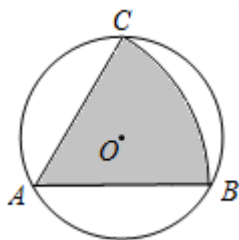
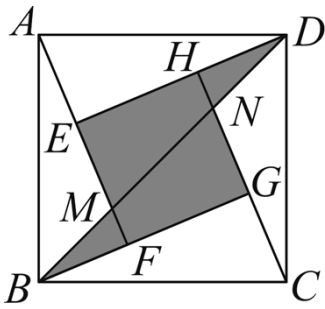


图2

16. 如图, 点 A 在 $\odot O$ 上, $\angle BAC = 60^\circ$, 以 A 为圆心, AB 为半径的扇形 ABC 内接于 $\odot O$. 某人向 $\odot O$ 区域内任意投掷一枚飞镖, 则飞镖恰好落在扇形 ABC 内的概率为_____.



17. 如图, 四个全等的直角三角形拼成赵爽弦图”, 得到正方形 $ABCD$ 与正方形 $EFGH$. 连结 BD 交 AF, CH 于点 M, N . 若 DE 平分 $\angle ADB$, 现随机向该图形内掷一枚小针, 则针尖落在阴影区域的概率为_____.



考点四、列表法求概率

18. 在一个不透明的箱子里装有 2 个红球，2 个白球和 1 个黄球，这些小球除颜色不同外其他都相同。从箱子中一次性摸出 2 个球，颜色相同的概率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$

19. 现有 4 张化学仪器的示意图卡片，正面图案如图所示，它们除此之外完全相同，把这 4 张卡片，背面朝上洗匀，从中随机抽取两张，则抽取的两张卡片正面图案都是轴对称图形的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

20. 在一个不透明的袋子中装有 3 张完全相同的卡片，分别写有数字 1, 2, 3. 从中随机抽取两张，组成的两位数是 3 的倍数的概率为_____.

∴组成的两位数是 3 的倍数的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

21. 春节期间，有四部影片《热辣滚烫》《第二十条》《飞驰人生 2》《志愿军 2》热映，甲乙两名同学分别从这四部影片中随机选择一部观看，则他们选择的影片相同的概率为_____.

22. 暑假期间，小林准备带家人在盐城游玩，通过上网查阅资料得知，盐城热门的景点有大洋湾、珠溪古镇和中华海棠园，随机选择一个或两个景点游玩.

(1)小林从中任意选择 1 个景点游玩，恰好是珠溪古镇的概率为_;

(2)小林从中任意选择 2 个景点游玩，请用列表或画树状图的方法，求出选择大洋湾和中华海棠园这两个景点的概率.

23. 在两个不透明的袋子甲、乙中各装有相同的三个小球，小球分别标有数字 -3, 0, 2, 现从甲中任意摸出一个小球，将上面的数字记为 a ; 再从乙中任意摸出一个小球，将上面的数字记为 b .

(1)用列表或画树状图的方法表示出所有可能出现的结果;

(2)求点 (a,b) 在第四象限的概率.

24. 在同升湖实验学校九年级的班级三人制篮球赛过程中, 经过几轮激烈的角逐, 最后由 2 班、5 班、6 班、9 班进入了年级四强进行最后的名次争夺赛. 现在葛老师规定先用抽签的方式决定将这 4 个班级分成 2 个小组, 再由两个小组的胜出者争夺一二名, 小组落败者争夺三四名.

(1) 直接写出 9 班和 5 班抽签到一个小组的概率;

(2) 若 4 个班级的实力完全相当, 任何两个班级对决的胜率都是 50%, 求在年级四强的名次争夺赛中 9 班不与 5 班对决的概率.

考点五、树状图求概率

25. 同一元素中质子数相同, 中子数不同的各种原子互为同位素, 如 $^{12}_6C$ 与 $^{13}_6C$ 、 $^{16}_8O$ 与 $^{17}_8O$. 在一次制取 CO 的实验中, $^{12}_6C$ 与 $^{13}_6C$ 的原子个数比为 2: 1, $^{16}_8O$ 与 $^{17}_8O$ 的原子个数比为 1: 1, 若实验恰好完全反应生成 CO , 则反应生成 $^{12}_{11}C^{16}_8O$ 的概率 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

26. 如图 1, 实验室中存放有 A, B 两组溶液 (均为无色), A 组溶液中的两种酸性溶液分别为稀盐酸 (HCl) 和稀硫酸 (H_2SO_4), B 组溶液中的两种碱性溶液分别为氢氧化钠溶液 (NaOH) 和氢氧化钙溶液 ($Ca(OH)_2$).



(1)彤彤从 A 组溶液中随机选择一瓶溶液, 则选中稀盐酸 (HCl) 的概率为_____.

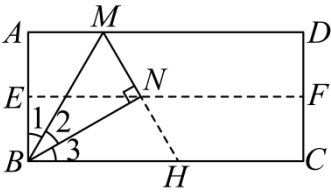
(2)下面是小杰求“从两组中各随机选一瓶溶液滴入同一试管中能够反应生成氯化钙溶液 ($CaCl_2$)”的概率的部分过程, 帮他补全如图 2 所示的树状图并完成求解. (提示: 稀盐酸与氢氧化钙溶液反应可生成氯化钙溶液)

27. 张老师在带领同学们进行折 30° 角的探究活动中, 按步骤进行了折纸:

①对折矩形 $ABCD$, 使 AD 与 BC 重合, 得到折痕 EF , 并把纸展平.

②再一次折叠纸片, 使点 A 落在 EF 上, 并使折痕经过点 B, 得到折痕 BM , 同时得到线段 BN .

③可得到 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 30^\circ$. 老师请同学们讨论说明理由.



三个同学在一起讨论得到各自的方法. 小彤说: 连接 AN , 可证 $\triangle ABN$ 为等边三角形, 从而得证; 小如说: 利用平行线分线段成比例性质, 可证 $MN = NH$, 再结合三角形全等的知识可证; 小远说: 利用 $\triangle EBN$ 的边角关系可证.

(1)在考试过程中, 小明和小峰这三种方法他们都会, 都随机选取了这三种方法中的一种, 请用列表或画树状图的方法求他俩选择了同一种方法的概率.

(2)请你选择其中一个同学的方法或者用其他方法说明 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 30^\circ$ 理由.

28. 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 中, 规定: (1) 符号 $[a, b, c]$ 称为该抛物线的“抛物线系数”; (2) 如果一条抛物线与 x 轴有两个交点, 那么以抛物线的顶点和这两个交点为顶点的三角形称为这条抛物线的“抛物线三角形”.

完成下列问题:

(1) 若一条抛物线的系数是 $[-1, 0, m]$, 则此抛物线的函数表达式为_, 当 m 满足_时, 此抛物线没有“抛物线三角形”;

(2) 若抛物线 $y = x^2 + bx$ 的“抛物线三角形”是等腰直角三角形, 求出抛物线系数为 $[1, -5, 3b]$ 的“抛物线三角形”的面积;

(3) 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 系数 a, b, c 均为绝对值不大于1的整数, 求该抛物线的“抛物线三角形”是等腰直角三角形的概率.

29. 在中国, 不仅是购物, 而且从共享单车到医院挂号再到公共缴费, 男性、女性日常生活中几乎全部领域都支持手机支付. 出门不带现金的人数正在迅速增加. 中国人民大学和法国调查公司益普索合作, 调查了腾讯服务的 6000 名用户(男性 4000 人, 女性 2000 人), 从中随机抽取了 60 名(女性 20 人), 统计他们出门随身携带现金(单位: 元), 规定: 随身携带的现金在 100 元以下(不含 100 元)的为“手机支付族”, 其他为“非手机支付族”

(1) ①: 根据已知条件, 将下列横线表格部分补充完整 (其中 $b=30, c=8$)

	手机支付	非手机支付	合计
--	------	-------	----

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/185100002231012004>