2024-2025学年重庆市黔江区高二上学期11月月考数学检测试题

一、单项选择题:本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 直线$x-y+m=0$的倾斜角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{3\pi}{4}$

2. 圆$C_1:(x-2)^2+y^2=4$与圆$C_2:x^2+y^2+2x-8y+8=0$的位置关系为（　　）

A. 相交　　B. 内切　　C. 外切　　D. 外离

3. 已知两条直线：$l_1:(2+t)x+4y=2-t,l_2:3x+(3+t)y=-6,l_1//l_2$，则$t=$（　　）

A. 1或-6　　B. -6　　C. -1　　D. 1

4. 正四面体$ABCD$的棱长为1，点M为CD的中点，点O为AM的中点，则BO的长为（　　）

A. $\frac{\sqrt{11}}{4}$　　B. $\frac{11}{16}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

5. 椭圆C的左、右焦点分别记为F_1、F_2，过左焦点F_1的直线交椭圆C于A、B两点.若弦长$|AB|$的最小值为3，且$\triangle ABF_2$的周长为8，则椭圆C的焦距等于（　　）

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

6. 在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点E，F分别为棱BC、DD_1的中点，则点F到直线AE的距离为（　　）

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{21}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{115}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{105}}{5}$

7. 已知直线$l:x+y+1=0$与圆$C:(x-3)^2+(y-4)^2=1$，点P，Q在直线l上，过点P作圆C的切线，切点分别为A，B，当$|PA|$取最小值时，则$|QA|+|QB|$的最小值为（　　）

A. $\sqrt{31}$　　B. $8\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{31}$　　D. $2\sqrt{33}$

8. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点为$F_1$、$F_2$，直线$y=\sqrt{3}x$与椭圆$C$交于$M$、$N$

，若 $\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_1N}=0$，则椭圆 C 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{3}-1$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. $2-\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知椭圆 $C:\dfrac{y^2}{25}+\dfrac{x^2}{16}=1$，则椭圆 C 的（　　）

A. 焦点在 x 轴上　　B. 长轴长为 10　　C. 短轴长为 4　　D. 离心率为 $\dfrac{3}{5}$

10. 下列命题正确的有（　　）

A. 已知向量 $\vec{a}=(2,-1,3),\vec{b}=(-4,2,t)$ 的夹角为钝角，则实数 t 的取值范围为 $\left(-\infty,\dfrac{10}{3}\right)$

B. 向量 $\vec{a}=(-2,-1,2)$ 在向量 $\vec{b}=(1,2,-1)$ 上的投影向量的模为 $\sqrt{6}$

C. O 为空间任意一点，若 $\overrightarrow{AP}=-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{8}\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC}$，若 A，B，C，P 四点共面，则 $t=\dfrac{1}{8}$

D. 设直线 l 的方程为 $x+y\cos\theta+3=0(\theta\in\mathrm{R})$，则直线 l 的倾斜角 α 的取值范围是 $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right]$

11. 已知点 $P(x,y)$ 在圆 $x^2+y^2-2x+4y+4=0$ 上运动，则（　　）

A. $x-2y$ 的取值范围是 $[5-\sqrt{5},5+\sqrt{5}]$

B. $\dfrac{x}{y}$ 的最小值是 $-\dfrac{3}{4}$

C. $x^2+y^2-4x-2y+1$ 的最大值为 $\sqrt{10}-3$

D. 若直线 $l:6x+8y+5=0$，则满足 $P(x,y)$ 到直线 l 的距离为 $\dfrac{1}{2}$ 的点有 3 个

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 直线 $l_1:2x-y+3=0$ 关于点 $(1,2)$ 对称的直线方程为______.

13. 直线 $l:x-2y+m=0$ 被圆 $(x+1)^2+(y-2)^2=8$ 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$，则 $m=$______________.

14. 已知棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内有一内切球 O，点 P 在球 O 的表面上运动，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的取值范围为______.

四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知直线 $l_1: x-y+1=0, l_2: 2x+y+5=0$.

（1）求过直线 l_1 与 l_2 的交点，且与直线 $l_3: 2x-3y-1=0$ 垂直的直线 l 的方程；

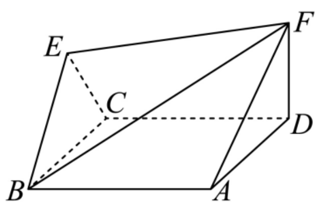
（2）求过点 $(0,0),(2,4)$，且圆心在直线 l_1 上的圆 C 的方程.

16. 已知直线 $l: 2mx+(m+1)y+3m-1=0(m\in\mathbf{R})$，椭圆 $C: \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

（1）求证：对于任意实数 m，直线 l 过定点 P，并求出点 P 坐标；

（2）当 $m=1$ 时，求直线 l 被椭圆 C 截得的弦长.

17. 如图，正方形 $ABCD$ 与正三角形 BCE 的边长均为2，平面 $BCE\perp$ 平面 $ABCD, FD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $FD=\sqrt{3}$.



（1）求证：$EF//$ 平面 $ABCD$；

（2）求平面 ABF 与平面 EBF 夹角的余弦值.

18. 如图1，在边长为4的菱形 $ABCD$ 中，$\angle DAB=60^\circ$，点 M，N 分别是边 BC，CD 的中点，$AC\cap BD=O_1, AC\cap MN=G$.沿 MN 将 $\triangle CMN$ 翻折到 $\triangle PMN$ 的位置，连接 PA，PB，PD，得到如图2所示的五棱锥 $P-ABMND$.

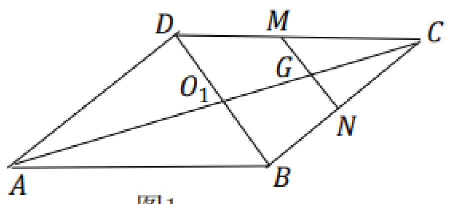


图1

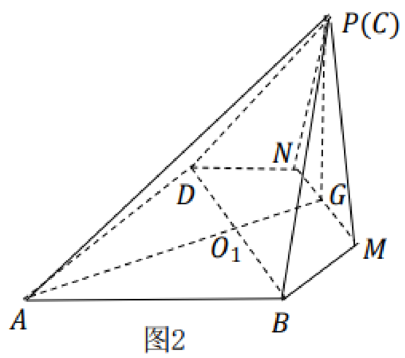


图2

（1）在翻转过程中是否总有平面 $PBD\perp$ 平面 PAG？证明你的结论；

（2）设点 E 为线段 PA 的中点，点 Q 在线段 BE 上，且 $\overrightarrow{BQ}=\lambda\overrightarrow{BE}(0<\lambda<1)$，当四棱锥 $P-MNDB$ 的体积最大时，是否存在满足条件的实数 λ，使直线 MQ 与平面 PAB 所成角的正弦值的最大值.若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由.

19. 古希腊数学家阿波罗尼斯的著作《圆锥曲线论》中给出圆的另一种定义：平面内，到两个定点的距离之比值为常数 $\lambda(\lambda>0,\lambda\neq1)$ 的点的轨迹是圆，我们称之为阿波罗尼斯圆.已知点 P 到 $A(0,-2)$ 的距离是点 P 到 $B(0,1)$ 的距离的 2 倍.

（1）求点 P 的轨迹 Ω 的方程；

（2）过点 B 作直线 l_1，交轨迹 Ω 于 P，Q 两点，P，Q 不在 y 轴上.

（i）过点 B 作与直线 l_1 垂直的直线 l_2，交轨迹 Ω 于 E，F 两点，记四边形 $EPFQ$ 的面积为 S，求 S 的最大值；

（ii）设轨迹 Ω 与 y 轴正半轴的交点为 C，直线 OP，CQ 相交于点 N，试证明点 N 在定直线上，求出该直线方程

2024-2025学年重庆市黔江区高二上学期11月月考数学检测试题

一、单项选择题: 本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 直线$x-y+m=0$的倾斜角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{3\pi}{4}$

【正确答案】B

【分析】将直线的一般式改成斜截式，根据倾斜角和斜率的关系，即可求出结果

【详解】根据题意可知直线$x-y+m=0$可可变形为$y=x+m$

故直线$x-y+m=0$的斜率为1，

设直线$x-y+m=0$倾斜角为θ，

由$\tan\theta=1$可得$\theta=\frac{\pi}{4}$.

故选：B

2. 圆$C_1:(\mathrm{x}-2)^2+y^2=4$与圆$C_2:x^2+y^2+2x-8y+8=0$的位置关系为（　　）

A. 相交　　B. 内切　　C. 外切　　D. 外离

【正确答案】C

【分析】求出圆心距与两圆半径的和、差比较可得.

【详解】由题意圆C_2标准方程为$(x+1)^2+(y-4)^2=9$，

所以$C_1(2,0),C_2(-1,4)$，半径分别为2，3，

$\left|C_1C_2\right|=\sqrt{(-1-2)^2+(4-0)^2}=5=2+3$，因此两圆外切，

故选：C.

3. 已知两条直线：$l_1:(2+t)x+4y=2-t,l_2:3x+(3+t)y=-6,l_1//l_2$，则$t=$（　　）

A. 1或-6　　B. -6　　C. -1　　D. 1

【正确答案】D

【分析】根据两直线平行充要条件即可判断，

【详解】由题意知$l_1//l_2$，则$\begin{cases}\dfrac{2+t}{4}=\dfrac{3}{3+t}\\ \dfrac{2-t}{4}\neq\dfrac{-6}{3+t}\end{cases}$，解之可得$t=1$或$t=-6$（舍）.

故选：D

4. 正四面体$ABCD$的棱长为1，点M为CD的中点，点O为AM的中点，则BO的长为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{4}$　　B. $\dfrac{11}{16}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

【正确答案】A

【分析】设$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$，将$\overrightarrow{BO}$用基底$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$表达出来，再求向量模即可求解.

【详解】设$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$，

因为正四面体$ABCD$的棱长为1，由题意可知$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\angle BAC=\dfrac{1}{2}$

$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\dfrac{1}{2}$，因为点$M$为$CD$的中点，点$O$为$AM$的中点，

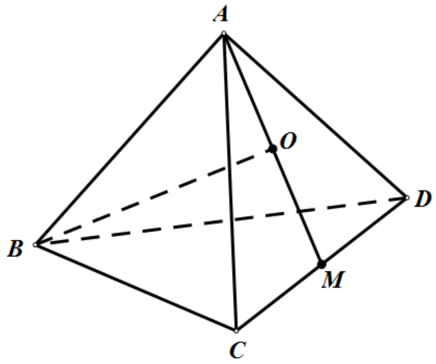
所以$\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{4}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$，

$\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AB}=-\vec{a}+\dfrac{1}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{4}\vec{c}$，

因为$\overrightarrow{BO}=-\vec{a}+\dfrac{1}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{4}\vec{c}$，

所以$|\overrightarrow{BO}|=\sqrt{\left(-\vec{a}+\dfrac{1}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{4}\vec{c}\right)^2}=\sqrt{|\vec{a}|^2+\dfrac{|\vec{b}|^2}{16}+\dfrac{|\vec{c}|^2}{16}-\dfrac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}-\dfrac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{c}+\dfrac{1}{8}\vec{b}\cdot\vec{c}}=\dfrac{\sqrt{11}}{4}$.

故选：A



5. 椭圆C的左、右焦点分别记为F_1、F_2，过左焦点F_1的直线交椭圆C于A、B两点.若弦长$|AB|$的最小值为3，且$\triangle ABF_2$的周长为8，则椭圆C的焦距等于（　　）

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

【正确答案】B

【分析】过焦点的弦长最小时，弦所在直线与x轴（长轴）垂直，此时弦长为$\frac{2b^2}{a}$，焦点$\triangle ABF_2$（弦AB边另一个焦点）的周长为$4a$，由此求得a,b,c，得结论.

【详解】由题意可知$\frac{b^2}{a}=\frac{3}{2},4a=8,\therefore a=2,b^2=3,\therefore c=1$，焦距等于2

故选：B.

6. 在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点E，F分别为棱BC、DD_1的中点，则点F到直线AE的距离为（　　）

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{21}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{115}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{105}}{5}$

【正确答案】D

【分析】以D为原点，DA,DC,DD_1分别为x，y，z轴建立如图所示的空间直角坐标系，用空间向量法求点线距.

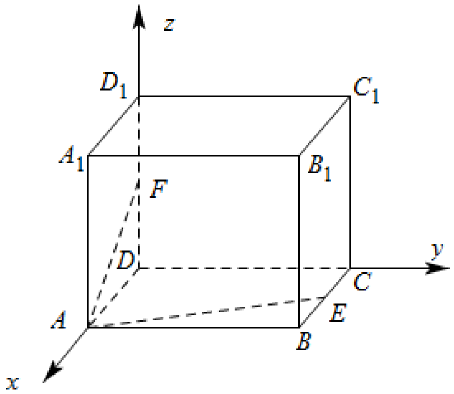
【详解】以D为原点，DA,DC,DD_1分别为x，y，z轴建立空间直角坐标系，如图，

则$A(2,0,0),E(1,2,0)$，$F(0,0,1)$，

$\overrightarrow{AE}=(-1,2,0)$，则 $\overrightarrow{AE}$ 方向的单位向量 $\vec{u}=\left(\frac{-1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}},0\right),\overrightarrow{AF}=(-2,0,1)$，

那么 $\overrightarrow{AF}\cdot\vec{u}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，所以 F 到直线 AE 的距离 $d=\sqrt{\overrightarrow{AF}^2-(\overrightarrow{AF}\cdot\vec{u})^2}=\sqrt{5-\frac{4}{5}}=\frac{\sqrt{105}}{5}$，

故选：D.



7. 已知直线 $l:x+y+1=0$ 与圆 $C:(x-3)^2+(y-4)^2=1$，点 P，Q 在直线 l 上，过点 P 作圆 C 的切线，切点分别为 A，B，当 $|PA|$ 取最小值时，则 $|QA|+|QB|$ 的最小值为（　　）

A. $\sqrt{31}$　　B. $8\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{31}$　　D. $2\sqrt{33}$

【正确答案】C

【分析】由切线长公式知当 $CP\perp l$ 时，$|PA|$ 最小，结合点到直线距离公式求得 $|PA|=|PB|$ 的最小值，然后作 A 关于直线 l 的对称点 A'，可知当 Q 点为直线 $A'B$ 与 l 的交点时，$|QA|+|QB|$ 最小，由对称知此时 Q 与 P 重合，从而易得最小值.

【详解】$|PA|=\sqrt{|CP|^2-|CA|^2}=\sqrt{|CP|^2-1}$，所以当 $CP\perp l$ 时，$|PA|$ 最小，

由点到直线的距离公式可得此时 $|CP|=\frac{|3+4+1|}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$,

$\therefore |PA|=|PB|=\sqrt{|PC|^2-1}=\sqrt{31}$，

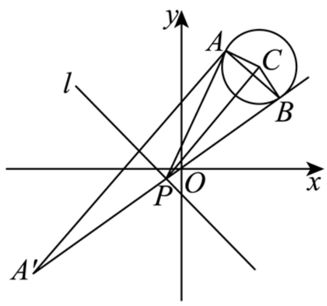
过 A 作直线 l 的对称点 A'，再连接 $A'B$，$A'B$ 与直线 l 的交点即为所找的 Q 点，

由于 PB,PA 关于直线 PC 对称，$PC\perp l$，PA' 与 PA 关于直线 l 对称，

因此 PA' 与 PB 就是同一条直线，即 Q 点就是 P 点，

所以 $|QA|+|QB|$ 的最小值等于 $|A'B|=2|PB|=2\sqrt{31}$，

故选：C．



8．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦点为 F_1、F_2，直线 $y=\sqrt{3}x$ 与椭圆 C 交于 M、N，若 $\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_1N}=0$，则椭圆 C 的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}-1$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$2-\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

【正确答案】A

【分析】由椭圆对称性知，原点 O 为 MN 的中点，进而可求得 $OM=OF_1=OF_2=c$，由直线斜率可求得 $\angle OMF_1=\angle MF_1F_2=30^{\circ}$，根据椭圆定义即可求出椭圆的离心率.

【详解】由椭圆对称性知，原点 O 为 MN 的中点，

因为 $\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_1N}=0$，所以 $\angle MF_1N=90^{\circ}$，

所以 $OM=OF_1=OF_2=c$，则 $MF_1\perp MF_2$，

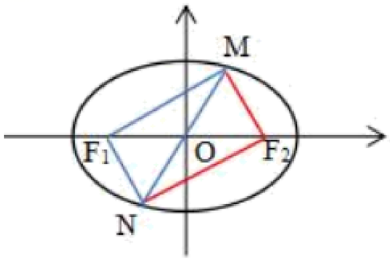
又直线 MN 的倾斜角为 60°，$\angle OMF_2=60^{\circ}$，

所以 $\angle OMF_1=\angle MF_1F_2=30^{\circ}$

则 $|MF_2|=c,|MF_1|=\sqrt{3}c$，又 $|MF_1|+|MF_2|=2a$，

所以 $c+\sqrt{3}c=2a$，所以 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$.

故选：A



二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知椭圆$C:\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{16}=1$，则椭圆$C$的（　　）

A. 焦点在x轴上　　B. 长轴长为10　　C. 短轴长为4　　D. 离心率为$\frac{3}{5}$

【正确答案】BD

【分析】求出椭圆C的a、b、c的值，结合椭圆的几何性质逐项判断即可.

【详解】在椭圆$C:\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{16}=1$中，$a=5$，$b=4$，$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-16}=3$，

对于 A 选项，椭圆C的焦点在y轴上，A 错;

对于 B 选项，椭圆C的长轴长为10，B 对;

对于 C 选项，椭圆C的短轴长为8，C 错;

对于 D 选项，椭圆C的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$，D 对.

故选：BD.

10. 下列命题正确的有（　　）

A. 已知向量$\vec{a}=(2,-1,3),\vec{b}=(-4,2,t)$的夹角为钝角，则实数$t$的取值范围为$\left(-\infty,\frac{10}{3}\right)$

B. 向量$\vec{a}=(-2,-1,2)$在向量$\vec{b}=(1,2,-1)$上的投影向量的模为$\sqrt{6}$

C. O为空间任意一点，若$\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{8}\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC}$，若$A$，$B$，$C$，$P$四点共面，则$t=\frac{1}{8}$

D. 设直线l的方程为$x+y\cos\theta+3=0(\theta\in\mathrm{R})$，则直线$l$的倾斜角$\alpha$的取值范围是$\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$