

## 押中考数学第21-22题 (解答题中档题: 锐角三角函数、反比例和一次函数综合)

**专题诠释:** 实数、整式与三视图是中考**必考**题型。在历年的中考中, 主要以选择题的形式出现, 内容较为简单, 因此是中考数学中必须做对的题型。考法上上主要以识记和理解的考察为主, 区分不同的定义和运算规律, 练出手感, 保证全对!

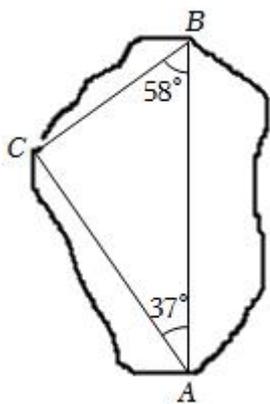
### 目录

|                        |    |
|------------------------|----|
| 知识点一: 锐角三角函数 .....     | 1  |
| 模块一 【真题回顾】 .....       | 1  |
| 模块二 【押题冲关】 .....       | 13 |
| 知识点二: 反比例和一次函数综合 ..... | 25 |
| 模块一 【真题回顾】 .....       | 25 |
| 模块二 【押题冲关】 .....       | 43 |

### 知识点一: 锐角三角函数

#### 模块一 【真题回顾】

1. (2022·江苏淮安·统考中考真题) 如图, 湖边 $A$ 、 $B$ 两点由两段笔直的观景栈道 $AC$ 和 $CB$ 相连. 为了计算 $A$ 、 $B$ 两点之间的距离, 经测量得:  $\angle BAC = 37^\circ$ ,  $\angle ABC = 58^\circ$ ,  $AC = 80$  米, 求 $A$ 、 $B$ 两点之间的距离. (参考数据:  $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ,  $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ,  $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ,  $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ,  $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ,  $\tan 58^\circ \approx 1.60$ )

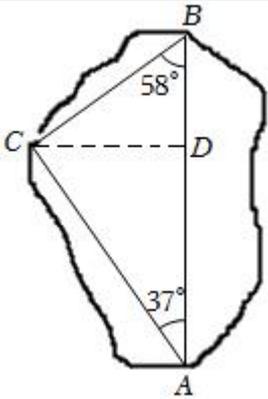


**【答案】**  $A$ 、 $B$ 两点之间的距离约为 94 米

**【分析】** 过点 $C$ 作 $CD \perp AB$ , 垂足为点 $D$ , 分别解  $Rt \triangle ACD$ ,  $Rt \triangle BCD$ , 求得 $AD$ ,  $BD$ 的长, 进而根据 $AB = AD +$

$BD$ 即可求解.

【详解】如图,过点 $C$ 作 $CD \perp AB$ ,垂足为点 $D$ ,



在  $Rt \triangle ACD$  中,

$$\because \angle DAC = 37^\circ, AC = 80 \text{ 米},$$

$$\therefore \sin \angle DAC = \frac{CD}{AC}, \cos \angle DAC = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore CD = AC \cdot \sin 37^\circ \approx 80 \times 0.60 = 48 \text{ (米)},$$

$$AD = AC \cdot \cos 37^\circ \approx 80 \times 0.80 = 64 \text{ (米)},$$

在  $Rt \triangle BCD$  中,

$$\because \angle CBD = 58^\circ, CD = 48 \text{ 米},$$

$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{BD},$$

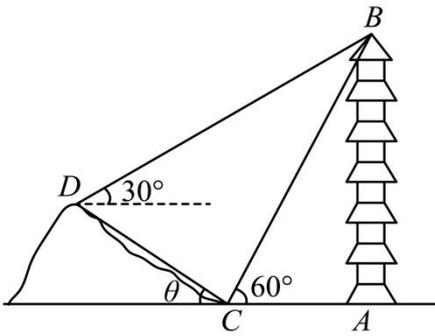
$$\therefore BD = \frac{CD}{\tan 58^\circ} \approx \frac{48}{1.60} = 30 \text{ (米)},$$

$$\therefore AB = AD + BD = 64 + 30 = 94 \text{ (米)}.$$

答:  $A$ 、 $B$  两点之间的距离约为 94 米.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用,构造直角三角形是解题的关键.

2. (2022·内蒙古·中考真题) 在一次综合实践活动中,某小组对一建筑物进行测量.如图,在山坡坡脚  $C$  处测得该建筑物顶端  $B$  的仰角为  $60^\circ$ ,沿山坡向上走 20m 到达  $D$  处,测得建筑物顶端  $B$  的仰角为  $30^\circ$ . 已知山坡坡度  $i = 3:4$ , 即  $\tan \theta = \frac{3}{4}$ , 请你帮助该小组计算建筑物的高度  $AB$ . (结果精确到 0.1m, 参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



**【答案】** 该建筑物 AB 的高度约为 31.9m

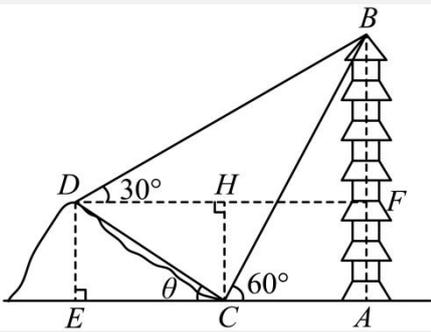
**【分析】** 如图，作  $DE \perp AC$  交  $AC$  于点  $E$ ，作  $DF \perp AB$  交  $AB$  于点  $F$ ，作  $CH \perp DF$  交  $DF$  于点  $H$ ，根据题意分别求出  $BF$  和  $AF$  的长，再根据  $AB = AF + BF$  即可求解。

**【详解】** 作  $DE \perp AC$  交  $AC$  于点  $E$ ，作  $DF \perp AB$  交  $AB$  于点  $F$ ，作  $CH \perp DF$  交  $DF$  于点  $H$

则  $DE = AF$ ， $HF = AC$ ， $DH = CE$

$$\because \tan \theta = \frac{3}{4}$$

$\therefore$  设  $DE = 3x$ ，则  $CE = 4x$



在  $\text{Rt} \triangle CDE$  中， $\angle E = 90^\circ$

$$\therefore DE^2 + CE^2 = CD^2$$

$$\therefore (3x)^2 + (4x)^2 = 20^2$$

$$\therefore x = 4 \text{ (负值舍去)}$$

$$\therefore DE = 12, CE = 16$$

$$\therefore AF = DE = 12, DH = CE = 16$$

设  $BF = y$ ，则  $AB = (y + 12)$

在  $\text{Rt} \triangle BDF$  中， $\angle BDF = 30^\circ$

$$\because \tan \angle BDF = \frac{BF}{DF}$$

$$\therefore DF = \sqrt{3}y$$

在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中， $\angle ACB = 60^\circ$

$$\because \tan \angle ACB = \frac{AB}{AC}$$

$$\therefore AC = \frac{\sqrt{3}}{3}(y + 12)$$

$$\text{即 } HF = AC = \frac{\sqrt{3}}{3}(y + 12)$$

$$\because DF - FH = DH$$

$$\therefore \sqrt{3}y - \frac{\sqrt{3}}{3}(y + 12) = 16$$

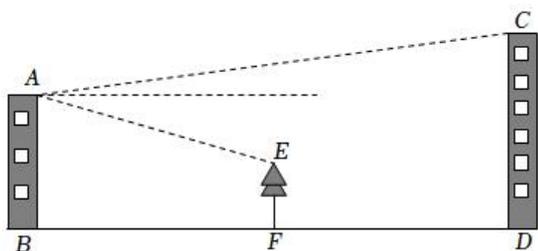
$$\therefore y = (6 + 8\sqrt{3})$$

$$\therefore AB = BF + FA = 6 + 8\sqrt{3} + 12 = 18 + 8\sqrt{3} \approx 31.9(\text{m})$$

答：该建筑物 AB 的高度约为 31.9m.

**【点睛】** 本题考查解直角三角形的应用，熟练掌握坡角坡度，仰角的定义，添加合适的辅助线构造直角三角形是解题的关键.

3. (2022·山东淄博·统考中考真题) 如图，希望中学的教学楼 AB 和综合楼 CD 之间生长着一棵高度为 12.88 米的白杨树 EF，且其底端 B, D, F 在同一直线上，BF=FD=40 米. 在综合实践活动课上，小明打算借助这棵树的高度测算出综合楼的高度，他在教学楼顶 A 处测得点 C 的仰角为 9°，点 E 的俯角为 16°.



| 科学计算器按键顺序     | 计算结果 (已取近似值) |
|---------------|--------------|
| $\sin$ 9 $=$  | 0.156        |
| $\tan$ 9 $=$  | 0.158        |
| $\sin$ 16 $=$ | 0.276        |
| $\tan$ 16 $=$ | 0.287        |

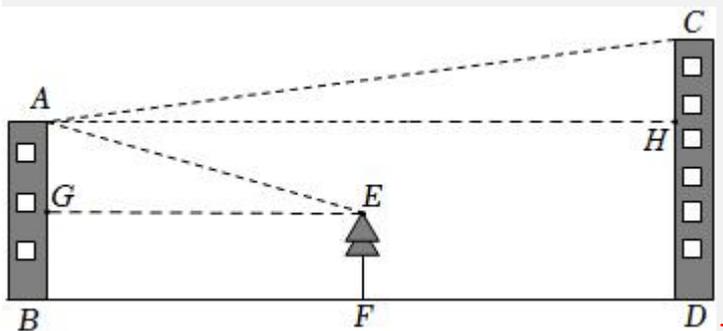
问小明能否运用以上数据，得到综合楼的高度？若能，请求出其高度（结果精确到 0.01 米）；若不能，说明理由。（解答过程中可直接使用表格中的数据哟！）

【答案】能，综合楼的高度约是 37.00 米.

【分析】在  $Rt\triangle AEG$  中，利用正切函数求得  $AG$  的长，在  $Rt\triangle ACH$  中，利用正切函数求得  $CH$  的长，据此求解即可得到综合楼的高度.

【详解】解：小明能运用以上数据，得到综合楼的高度，理由如下：

作  $EG \perp AB$ ，垂足为  $G$ ，作  $AH \perp CD$ ，垂足为  $H$ ，如图：



由题意知， $EG = BF = 40$  米， $EF = BG = 12.88$  米， $\angle HAE = 16^\circ = \angle AEG = 16^\circ$ ， $\angle CAH = 9^\circ$ ，

在  $Rt\triangle AEG$  中，

$$\tan \angle AEG = \frac{AG}{EG},$$

$$\therefore \tan 16^\circ = \frac{AG}{40}, \text{ 即 } 0.287 \approx \frac{AG}{40},$$

$$\therefore AG = 40 \times 0.287 = 11.48 \text{ (米)},$$

$$\therefore AB = AG + BG = 11.48 + 12.88 = 24.36 \text{ (米)},$$

$$\therefore HD = AB = 24.36 \text{ 米},$$

在  $Rt\triangle ACH$  中， $AH = BD = BF + FD = 80$  米，

$$\tan \angle CAH = \frac{CH}{AH},$$

$$\therefore \tan 9^\circ = \frac{CH}{80}, \text{ 即 } 0.158 \approx \frac{CH}{80},$$

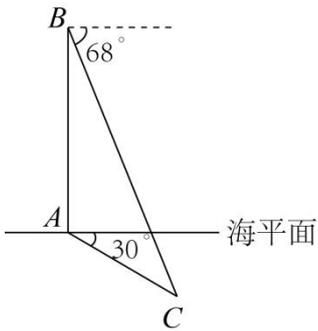
$$\therefore CH = 80 \times 0.158 = 12.64 \text{ (米)},$$

$$\therefore CD = CH + HD = 12.64 + 24.36 = 37.00 \text{ (米)},$$

则综合楼的高度约是 37.00 米.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用-仰角俯角问题，解决本题的关键是掌握仰角和俯角定义.

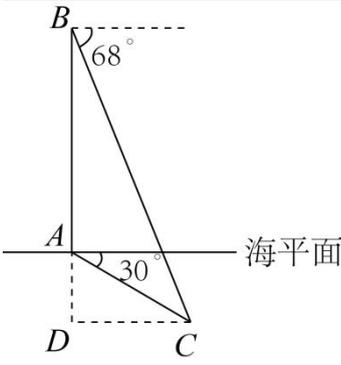
4. (2014·河南·中考真题) 在中俄“海上联合 - 2014”反潜演习中，我军舰  $A$  测得潜艇  $C$  的俯角为  $30^\circ$ ，位于军舰  $A$  正上方 1000 米的反潜直升机  $B$  测得潜艇  $C$  的俯角为  $68^\circ$ ，试根据以上数据求出潜艇  $C$  离开海平面的下潜深度. (结果保留整数，参考数据： $\sin 68^\circ \approx 0.9$ ， $\cos 68^\circ \approx 0.4$ ， $\tan 68^\circ \approx 2.5$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ )



**【答案】** 潜艇 C 离开海平面的下潜深度为 308 米

**【分析】** 过点 C 作  $CD \perp AB$ ，交 BA 的延长线于点 D，则 AD 即为潜艇 C 的下潜深度，分别在 Rt 三角形 ACD 中表示出 CD 和在 Rt 三角形 BCD 中表示出 BD，从而利用二者之间的关系列出方程求解。

**【详解】** 解：过点 C 作  $CD \perp AB$ ，交 BA 的延长线于点 D，则 AD 即为潜艇 C 的下潜深度，



根据题意得： $\angle ACD=30^\circ$ ， $\angle BCD=65^\circ$ ，

设  $AD=x$ ，则  $BD=BA+AD=1000+x$ ，

在 Rt 三角形 ACD 中， $CD = \frac{AD}{\tan \angle ACD} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x$ ，

在 Rt 三角形 BCD 中， $BD=CD \cdot \tan 68^\circ$ ，

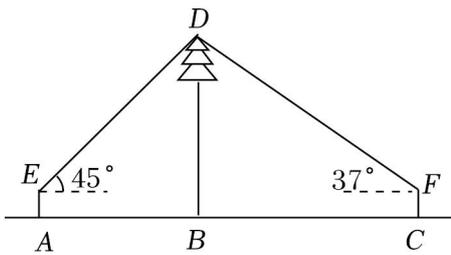
$$\therefore 1000 + x = \sqrt{3}x \cdot \tan 68^\circ,$$

解得： $x = \frac{1000}{\sqrt{3} \cdot \tan 68^\circ - 1} = \frac{1000}{1.7 \times 2.5 - 1} \approx 308$ （米），

$\therefore$  潜艇 C 离开海平面的下潜深度为 308 米。

**【点睛】** 本题考查了解直角三角形的应用，解题的关键是从题目中抽象出直角三角形并选择合适的边角关系求解。

5. (2022·西藏·统考中考真题) 某班同学在一次综合实践课上，测量校园内一棵树的高度。如图，测量仪在 A 处测得树顶 D 的仰角为  $45^\circ$ ，C 处测得树顶 D 的仰角为  $37^\circ$ （点 A，B，C 在一条水平直线上），已知测量仪高度  $AE=CF=1.6$  米， $AC=28$  米，求树 BD 的高度（结果保留小数点后一位。参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）。



【答案】13.6 米

【分析】如图，连接  $EF$ ，交  $BD$  于点  $M$ ，用  $DM$  的长度分别表示  $EM$  和  $FM$  的长度，再根据  $EM$  和  $FM$  的和等于  $AC$  的长度，求出  $DM$  的长，在用  $DM$  和  $BM$  的和求出  $BD$  的长度即可。

【详解】解：连接  $EF$ ，交  $BD$  于点  $M$ ，则  $EF \perp BD$ ， $AE = BM = CF = 1.6$  米，

在  $Rt\triangle DEM$  中， $\angle DEM = 45^\circ$ ，

$$\therefore EM = DM,$$

设  $DM = x$  米，则  $EM = AB = x$  米， $FM = BC = AC - AB = (28 - x)$  米，

在  $Rt\triangle DFM$  中， $\tan 37^\circ = \frac{DM}{FM}$ ，

$$\text{即 } \frac{x}{28-x} \approx 0.75,$$

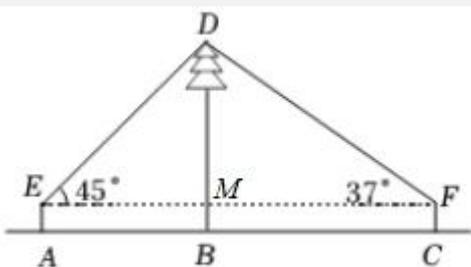
解得  $x = 12$ ，

经检验， $x = 12$  是原方程的根，

即  $DM = 12$  米，

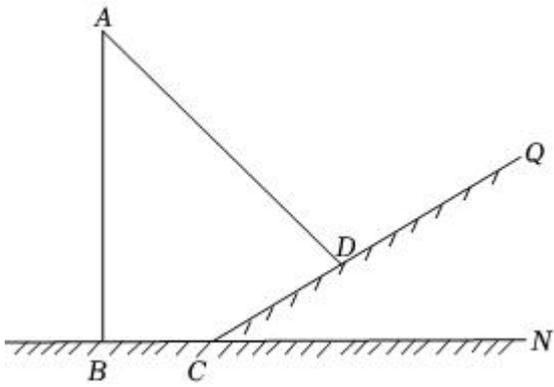
$$\therefore DB = 12 + 1.6 = 13.6 \text{ (米)},$$

答：树  $BD$  的高度为 13.6 米。



【点睛】本题考查解直角三角形的应用—仰角和俯角问题。准确的构造出直角三角形是解题的关键，在解题的过程中可以巧用公共边列方程进行计算。

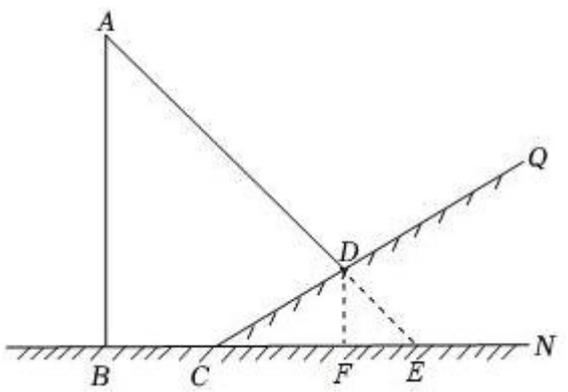
6. (2022·江苏徐州·统考中考真题) 如图，公园内有一个垂直于地面的立柱  $AB$ ，其旁边有一个坡面  $CQ$ ，坡角  $\angle QCN = 30^\circ$ 。在阳光下，小明观察到在地面上的影长为 120cm，在坡面上的影长为 180cm。同一时刻，小明测得直立于地面长 60cm 的木杆的影长为 90cm（其影子完全落在地面上）。求立柱  $AB$  的高度。



**【答案】**  $(170+60\sqrt{3})\text{cm}$

**【分析】** 延长 AD 交 BN 于点 E，过点 D 作  $DF \perp BN$  于点 F，根据直角三角形的性质求出 DF，根据余弦的定义求出 CF，根据题意求出 EF，再根据题意列出比例式，计算即可。

**【详解】** 解：延长 AD 交 BN 于点 E，过点 D 作  $DF \perp BN$  于点 F，



在  $\text{Rt}\triangle CDF$  中， $\angle CFD=90^\circ$ ， $\angle DCF=30^\circ$ ，

则  $DF=\frac{1}{2}CD=90$  (cm)， $CF=CD \cdot \cos \angle DCF=180 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=90\sqrt{3}$  (cm)，

由题意得： $\frac{DF}{EF}=\frac{60}{90}$ ，即  $\frac{90}{EF}=\frac{60}{90}$ ，

解得： $EF=135$ ，

$\therefore BE=BC+CF+EF=120+90\sqrt{3}+135=(255+90\sqrt{3})\text{cm}$ ，

则  $\frac{AB}{255+90\sqrt{3}}=\frac{60}{90}$ ，

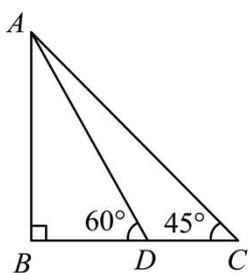
解得： $AB=170+60\sqrt{3}$ ，

答：立柱 AB 的高度为  $(170+60\sqrt{3})\text{cm}$ 。

**【点睛】** 此题考查了解直角三角形的应用-坡度坡角问题、平行投影的应用，解题的关键是数形结合，正确作出辅助线，利用锐角三角函数和成比例线段计算。

7. (2022·山东东营·统考中考真题) 胜利黄河大桥犹如一架巨大的竖琴，凌驾于滔滔黄河之上，使黄河南北

“天堑变通途”.已知主塔 $AB$ 垂直于桥面 $BC$ 于点 $B$ ,其中两条斜拉索 $AD$ 、 $AC$ 与桥面 $BC$ 的夹角分别为 $60^\circ$ 和 $45^\circ$ ,两固定点 $D$ 、 $C$ 之间的距离约为 $33\text{m}$ ,求主塔 $AB$ 的高度(结果保留整数,参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$ )



**【答案】**主塔 $AB$ 的高度约为 $78\text{m}$ .

**【分析】**在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,利用正切的定义求出 $AB = \sqrt{3}BD$ ,然后根据 $\angle C = 45^\circ$ 得出 $AB = BC$ ,列方程求出 $BD$ ,即可解决问题.

**【详解】**解:  $\because AB \perp BC$ ,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,  $AB = BD \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}BD$ ,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,  $\angle C = 45^\circ$ ,

$$\therefore AB = BC,$$

$$\therefore \sqrt{3}BD = BD + 33,$$

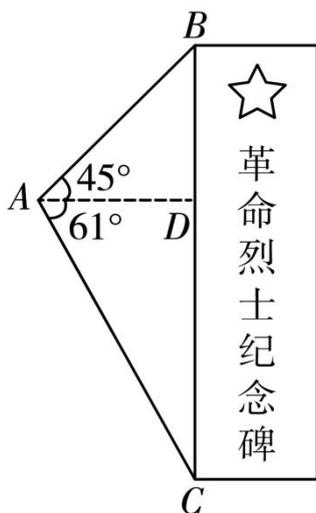
$$\therefore BD = \frac{33}{\sqrt{3}-1} = \frac{33 \times (\sqrt{3}+1)}{2} \text{m},$$

$$\therefore AB = BC = BD + 33 = \frac{33 \times (\sqrt{3}+1)}{2} + 33 \approx 78 \text{m},$$

答: 主塔 $AB$ 的高度约为 $78\text{m}$ .

**【点睛】**本题考查了解直角三角形的应用,熟练掌握正切的定义是解题的关键.

8. (2022·湖北襄阳·统考中考真题) 位于岷山的革命烈士纪念馆是襄阳市的标志性建筑,是为纪念“襄樊战役”中牺牲的革命烈士及第一、第二次国内革命战争时期为襄阳的解放事业献身的革命烈士的而兴建的,某校数学兴趣小组利用无人机测量纪念馆的高度.无人机在点 $A$ 处测得纪念馆顶部点 $B$ 的仰角为 $45^\circ$ ,纪念馆底部点 $C$ 的俯角为 $61^\circ$ ,无人机与纪念馆的水平距离 $AD$ 为 $10\text{m}$ ,求纪念馆的高度.(结果保留整数.参考数据:  $\sin 61^\circ \approx 0.87, \cos 61^\circ \approx 0.48, \tan 61^\circ \approx 1.80$ )



**【答案】**烈士塔的高度约为 28m.

**【分析】**在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle BAD=45^\circ$ ,  $AD=10\text{m}$ , 则  $BD=AD=10\text{m}$ , 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\tan\angle DAC=\tan 61^\circ=\frac{CD}{AD}=\frac{CD}{10}\approx 1.80$ , 解得  $CD\approx 18\text{m}$ , 由  $BC=BD+CD$  可得出答案.

**【详解】**解: 由题意得,  $\angle BAD=45^\circ$ ,  $\angle DAC=61^\circ$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle BAD=45^\circ$ ,  $AD=10\text{m}$ ,

$$\therefore BD=AD=10\text{m},$$

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\angle DAC=61^\circ$ ,

$$\tan 61^\circ=\frac{CD}{AD}=\frac{CD}{10}\approx 1.80,$$

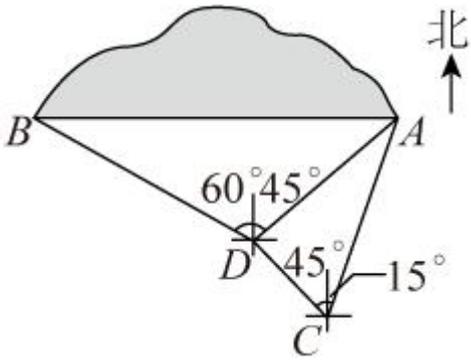
解得  $CD\approx 18$ ,

$$\therefore BC=BD+CD=10+18=28\text{ (m)}.$$

$\therefore$  纪念碑的高度约为 28m.

**【点睛】** 本题考查解直角三角形的应用-仰角俯角问题, 熟练掌握锐角三角函数的定义是解答本题的关键.

9. (2022·四川资阳·中考真题) 小明学了《解直角三角形》内容后, 对一条东西走向的隧道  $AB$  进行实地测量. 如图所示, 他在地面上点  $C$  处测得隧道一端点  $A$  在他的北偏东  $15^\circ$  方向上, 他沿西北方向前进  $100\sqrt{3}$  米后到达点  $D$ , 此时测得点  $A$  在他的东北方向上, 端点  $B$  在他的北偏西  $60^\circ$  方向上, (点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  在同一平面内)



(1)求点  $D$  与点  $A$  的距离;

(2)求隧道  $AB$  的长度. (结果保留根号)

**【答案】**(1)点  $D$  与点  $A$  的距离为 300 米

(2)隧道  $AB$  的长为  $(150\sqrt{2} + 150\sqrt{6})$  米

**【分析】**(1) 根据方位角图, 易知  $\angle ACD = 60^\circ$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ , 解  $\text{Rt} \triangle ADC$  即可求解;

(2) 过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ . 分别解  $\text{Rt} \triangle ADE$ ,  $\text{Rt} \triangle BDE$  求出  $AE$  和  $BE$ , 即可求出隧道  $AB$  的长

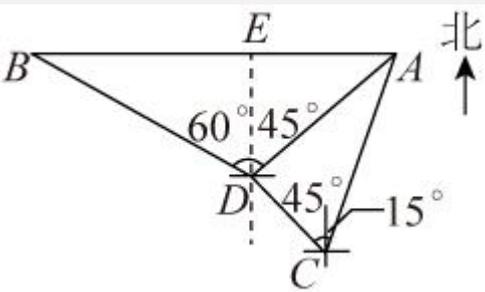
**【详解】**(1) 由题意可知:  $\angle ACD = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$ ,  $\angle ADC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$

在  $\text{Rt} \triangle ADC$  中,

$$\therefore AD = DC \times \tan \angle ACD = 100\sqrt{3} \times \tan 60^\circ = 100\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 300 \text{ (米)}$$

答: 点  $D$  与点  $A$  的距离为 300 米.

(2) 过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ .



$\because AB$  是东西走向

$$\therefore \angle ADE = 45^\circ, \angle BDE = 60^\circ$$

在  $\text{Rt} \triangle ADE$  中,

$$\therefore DE = AE = AD \times \sin \angle ADE = 300 \times \sin 45^\circ = 300 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 150\sqrt{2}$$

在  $\text{Rt} \triangle BDE$  中,

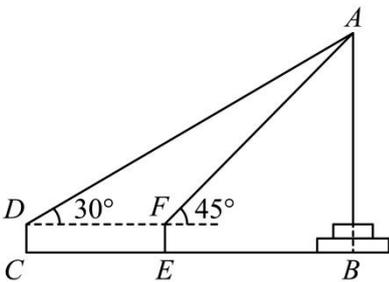
$$\therefore BE = DE \times \tan \angle BDE = 150\sqrt{2} \times \tan 60^\circ = 150\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 150\sqrt{6}$$

$$\therefore AB = AE + BE = 150\sqrt{2} + 150\sqrt{6} \text{ (米)}$$

答：隧道 AB 的长为  $(150\sqrt{2} + 150\sqrt{6})$  米

【点睛】 本题考查的是解直角三角形的应用-方向角问题，掌握方向角的概念、熟记特殊角的三角函数值是解题的关键.

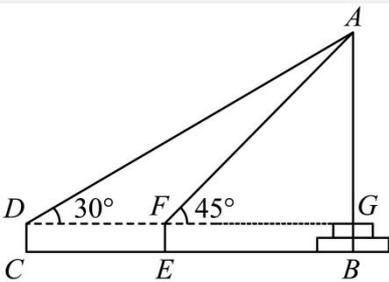
10. (2022·辽宁朝阳·统考中考真题) 某数学兴趣小组准备测量校园内旗杆顶端到地面的高度(旗杆底端有台阶). 该小组在 C 处安置测角仪 CD, 测得旗杆顶端 A 的仰角为  $30^\circ$ , 前进 8m 到达 E 处, 安置测角仪 EF, 测得旗杆顶端 A 的仰角为  $45^\circ$  (点 B, E, C 在同一直线上), 测角仪支架高  $CD=EF=1.2\text{m}$ , 求旗杆顶端 A 到地面的距离即 AB 的长度. (结果精确到 1m. 参考数据:  $\sqrt{3}\approx 1.7$ )



【答案】 旗杆顶端 A 到地面的距离即 AB 的长度约为 12m

【分析】 延长 DF 交 AB 于点 G, 根据题意可得:  $DF=CE=8\text{m}$ ,  $DC=EF=BG=1.2\text{m}$ ,  $\angle AGF=90^\circ$ , 然后设  $AG=x\text{m}$ , 在  $\text{Rt}\triangle AFG$  中, 利用锐角三角函数的定义求出 FG 的长, 从而求出 DG 的长, 再在  $\text{Rt}\triangle ADG$  中, 利用锐角三角函数的定义列出关于 x 的方程, 进行计算即可详解.

【详解】 解: 延长 DF 交 AB 于点 G,



由题意得:

$$DF=CE=8\text{m}, DC=EF=BG=1.2\text{m}, \angle AGF=90^\circ,$$

设  $AG=x\text{m}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle AFG$  中,  $\angle AFG=45^\circ$ ,

$$\therefore FG = \frac{AG}{\tan 45^\circ} = x \text{ (m)},$$

$$\therefore DG = DF + FG = (x+8) \text{ m},$$

在  $\text{Rt}\triangle ADG$  中,  $\angle ADG=30^\circ$ ,

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AG}{DG} = \frac{x}{x+8} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3} + 4,$$

经检验:  $x = 4\sqrt{3} + 4$  是原方程的根,

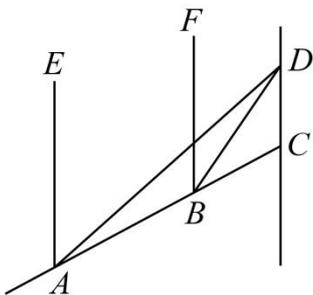
$$\therefore AB = AG + BG \approx 12 \text{ (m)},$$

$\therefore$  旗杆顶端  $A$  到地面的距离即  $AB$  的长度约为  $12\text{m}$ .

**【点睛】** 本题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

## 模块二 【押题冲关】

1. (2023·山东济宁·统考二模) 酒驾猛于虎, 但很多人不以为意, 为了加强人们对酒驾危害的认识, 交警部门加大了对酒驾的检查力度, 某市交警在 2023 年 2 月 28 日这天对本市各大主要交通路口进行车辆检查, 如图,  $AC$  是该市解放路的一段,  $AE, BF, CD$  都是南北方向的街道, 与解放路  $AC$  的交叉路口分别是  $A, B, C$ . 已知出警点  $D$  位于点  $A$  的北偏东  $45^\circ$  方向、点  $B$  的北偏东  $30^\circ$  方向上,  $BD = 2\text{km}$ ,  $\angle DBC = 30^\circ$ .



解放路

(1) 求  $A, B$  的距离;

(2) 第一组交警负责路口  $A$ , 求该组从出警点  $D$  到路口  $A$  的路程 (行驶路线为  $D - C - B - A$ ). (结果保留根号)

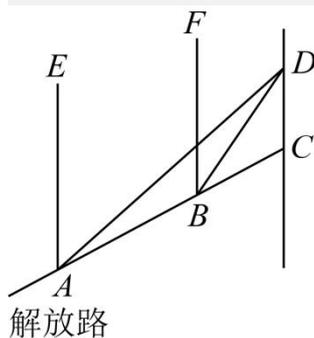
**【答案】** (1)  $2\text{km}$

$$(2)\left(\frac{4\sqrt{3}}{3} + 2\right) \text{ km}$$

【分析】(1) 根据平行线的性质可以证明： $\angle DAB = \angle ADB$ ，根据等角对等边即可证明  $AB = BD$  从而求解；

(2) 过  $B$  作  $BO \perp DC$ ，交直线  $DC$  于点  $O$ ，在  $\text{Rt}\triangle DBO$  中，利用三角函数即可求得  $DO$  的长，再在  $\text{Rt}\triangle CBO$  中通过解直角三角形即可求得  $CD$  的长，即可求解。

【详解】(1) 如图，



由题意得， $\angle EAD = 45^\circ$ ， $\angle FBD = 30^\circ$ ， $\angle DBC = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle FBC = \angle FBD + \angle DBC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ.$$

$$\because AE \parallel BF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FBC = \angle EAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 15^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle DBC = \angle DAB + \angle ADB, \angle DBC = 30^\circ,$$

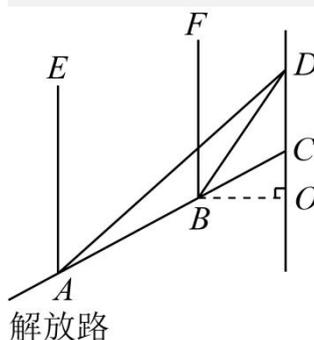
$$\therefore \angle ADB = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle ADB,$$

$$\therefore AB = BD = 2 \text{ km}$$

即  $A$ ， $B$  之间的距离为  $2 \text{ km}$ ；

(2) 过  $B$  作  $BO \perp DC$ ，交直线  $DC$  于点  $O$ ，



$$\because BF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FBD = \angle BDC = 30^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle DBO$  中,  $\because \angle BOD = 90^\circ$ ,  $BD = 2$ ,

$$\therefore DO = 2 \times \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, BO = 2 \times \sin 30^\circ = 1.$$

在  $\text{Rt}\triangle CBO$  中,  $\because \angle BOC = 90^\circ$ ,  $\angle CBO = 30^\circ$ ,

$$\therefore CO = BO \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore CD = DO - CO = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} (\text{km}).$$

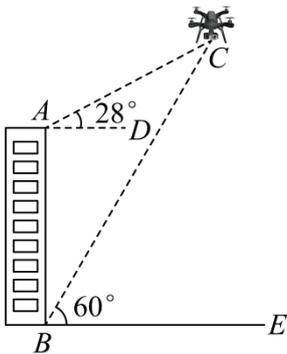
$$\because \angle BDC = \angle DBC = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = BC = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore$  该组从出警点  $D$  到路口  $A$  的路程即  $D - C - B - A$  的行驶距离为  $(\frac{4\sqrt{3}}{3} + 2)$  km.

**【点睛】** 本题主要考查了解直角三角形-方向角问题, 解一般三角形, 求三角形的边或高的问题一般可以转化为解直角三角形的问题, 解决的方法就是作高线.

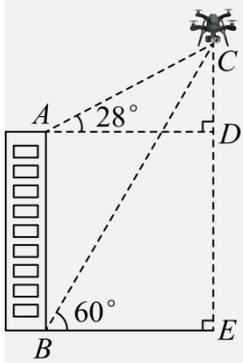
2. (2023·湖北襄阳·统考模拟预测) 小军与小明放学后看见楼前的小广场上有一架无人机正在定点拍摄小区全景, 此时如图所示, 小军在一楼  $B$  处测得无人机  $C$  的仰角  $\angle CBE = 60^\circ$ , 在楼顶  $A$  处的小明测得无人机  $C$  的仰角  $\angle CAD = 28^\circ$ , 他们所在的楼高约为 120 米, 求此时无人机  $C$  离地面  $BE$  的高度. (参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.73$ ,  $\sin 28^\circ \approx 0.47$ ,  $\cos 28^\circ \approx 0.88$ ,  $\tan 28^\circ \approx 0.53$ )



**【答案】** 173 米

**【分析】** 过点  $C$  作  $CE \perp BE$ , 得到  $AD = BE$ , 设  $AD = BE = x$ , 分别解  $\text{Rt}\triangle BEC$  和  $\text{Rt}\triangle ACD$ , 求出  $CE, CD$ , 利用  $DE = CE - CD$ , 列出方程求出  $x$  的值, 进而得出结果即可.

**【详解】** 解: 过点  $C$  作  $CE \perp BE$ ,



$\because AD \perp CE, BE \perp CE, AB \perp BE,$

$\therefore$  四边形  $ABED$  是矩形,

$\therefore AD = BE, AB = DE.$

设  $AD = BE = x,$

在  $Rt\triangle BEC$  中,  $\angle CBE = 60^\circ,$

$$\therefore \tan \angle CBE = \frac{CE}{BE} = \tan 60^\circ,$$

$$\because \tan 60^\circ = \sqrt{3},$$

$$\therefore CE = \sqrt{3}x,$$

在  $Rt\triangle ACD$  中,  $\angle CAD = 28^\circ,$

$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \tan 28^\circ,$$

$$\because \tan 28^\circ = 0.53,$$

$$\therefore CD = 0.53x,$$

$$\because DE = CE - CD = \sqrt{3}x - 0.53x,$$

又  $AB = DE = 120,$

$$\therefore \sqrt{3}x - 0.53x = 120,$$

$$\because \sqrt{3} \approx 1.73,$$

$$\therefore 1.2x = 120,$$

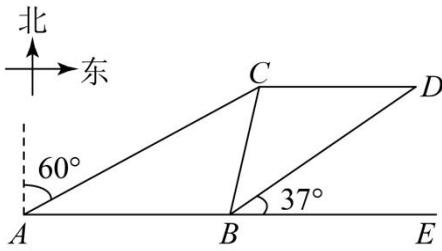
解得  $x = 100;$

$$\therefore CE = 173 \text{ (米)}.$$

**【点睛】** 本题考查解直角三角形的应用, 解题的关键是构造直角三角形.

3. (2023·重庆南岸·统考一模) 如图, 我边防雷达站  $A$  处的工作人员测得在北偏东  $60^\circ$  方向的点  $C$  处有一艘可疑船只, 该船正在以每小时 10 海里的速度向正东方向航行, 点  $A$  到点  $C$  的距离为  $10\sqrt{3}$  海里, 此时, 我

方一艘军舰在距离点  $A$  的正东方向 12 海里的点  $B$  处.



(1) 求点  $B$  到点  $C$  之间的距离 (结果保留根号);

(2) 当发现可疑船只后, 我方军舰立即沿着与正东方向成  $37^\circ$  夹角的  $BD$  方向前往拦截, 军舰航行的速度为每小时 20 海里, 请通过计算说明我方军舰能否在可疑船只的正前方的点  $D$  处成功拦截? (参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.7$ ,  $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ ,  $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$ ,  $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$ )

**【答案】** (1)  $2\sqrt{21}$  海里

(2) 我方军舰能在可疑船只的正前方的点  $D$  处成功拦截

**【分析】** (1) 过  $B$  作  $BH \perp AC$  于  $H$ , 利用含  $30$  度角的直角三角形的性质和勾股定理求解即可;

(2) 过  $C$  作  $CM \perp BE$  于  $M$ , 过  $D$  作  $DN \perp BE$  于  $N$ , 则  $CM = \frac{1}{2}AC = 5\sqrt{3}$ , 四边形  $CMND$  是矩形, 可得到  $DN = CM = 5\sqrt{3}$ , 分别在  $Rt\triangle CBM$  中解直角三角形分别求得  $BD = \frac{25\sqrt{3}}{3}$  海里,  $CD = MN = \frac{20\sqrt{3}}{3} - 3 \approx 8.33$  海里, 进而分别求得我方军舰和可疑船只到达  $D$  的时间, 比较可得出结论.

**【详解】** (1) 解: 过  $B$  作  $BH \perp AC$  于  $H$ ,

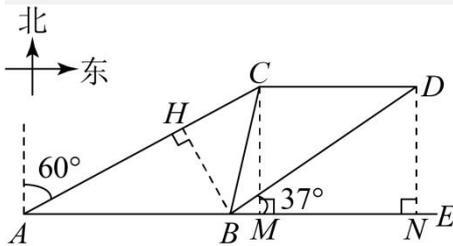
由题意,  $AB = 12$  海里,  $AC = 10\sqrt{3}$  海里,  $\angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ,

$$\therefore BH = \frac{1}{2}AB = 6 \text{ 海里}, \text{ 则 } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 6\sqrt{3} \text{ 海里},$$

$$\therefore CH = AC - AH = 4\sqrt{3} \text{ 海里},$$

$$\therefore BC = \sqrt{BH^2 + CH^2} = 2\sqrt{21} \text{ 海里},$$

即点  $B$  到点  $C$  之间的距离为  $2\sqrt{21}$  海里;



(2) 解: 如图, 过  $C$  作  $CM \perp BE$  于  $M$ , 过  $D$  作  $DN \perp BE$  于  $N$ , 则  $CM = \frac{1}{2}AC = 5\sqrt{3}$  海里, 四边形  $CMND$

是矩形，

$$\therefore DN = CM = 5\sqrt{3} \text{ 海里},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BDN \text{ 中, } \sin\angle DBN = \sin 37^\circ = \frac{DN}{BD} = \frac{5\sqrt{3}}{BD} \approx \frac{3}{5}, \quad \tan 37^\circ = \frac{DN}{BN} = \frac{5\sqrt{3}}{BN} \approx \frac{3}{4},$$

$$\text{解得 } BD = \frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ 海里, } \quad BN = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ 海里},$$

$$\therefore \text{我方军舰到达 D 的时间为 } \frac{25\sqrt{3}}{3} \div 20 \approx 0.71 \text{ 小时};$$

$$\text{在 Rt}\triangle CBM \text{ 中, } BM = \sqrt{BC^2 - CM^2} = 3 \text{ 海里},$$

$$\text{则 } CD = MN = \frac{20\sqrt{3}}{3} - 3 \approx 8.33 \text{ 海里},$$

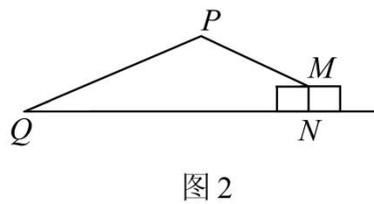
$$\therefore \text{可疑船只到达 D 点的时间为 } 8.3 \div 10 = 0.83 \text{ 小时},$$

$$\therefore 0.71 < 0.83,$$

$\therefore$ 我方军舰能在可疑船只的正前方的点 D 处成功拦截.

**【点睛】** 本题考查解直角三角形的应用，涉及锐角三角函数、含  $30^\circ$  度角的直角三角形的性质、矩形的判定与性质、勾股定理，理解题意，添加合适的辅助线是解答的关键.

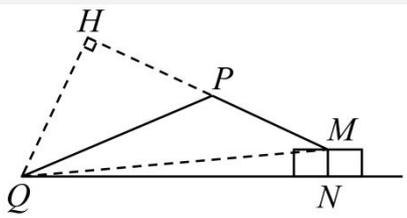
4. (2023·安徽阜阳·统考二模) 图 1 是某型号挖掘机，该挖掘机是由基座、主臂和伸展臂构成的，图 2 是其侧面结构示意图 ( $MN$  是基座的高， $MP$  是主臂， $PQ$  是伸展臂). 已知主臂  $MP$  长为 6 米，伸展臂  $PQ$  长为  $4\sqrt{2}$  米，当伸展臂伸展角  $\angle MPQ = 135^\circ$  时，求挖掘机能挖得到的距离  $MQ$  的长. (结果保留根号)



**【答案】**  $2\sqrt{29}$

**【分析】** 作  $QH \perp MP$  于 H 点，根据直角三角形的性质求出 QH 和 PH 的长，然后在  $\text{Rt}\triangle QHM$  中根据勾股定理求 QM 长，即可解决问题.

**【详解】** 解：如图，作  $QH \perp MP$  于 H 点，



$$\therefore \angle QPH = 45^\circ,$$

$$\therefore QH = PH = PQ \sin 45^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (米)},$$

$$\therefore MH = MP + PH = 6 + 4 = 10 \text{ (米)},$$

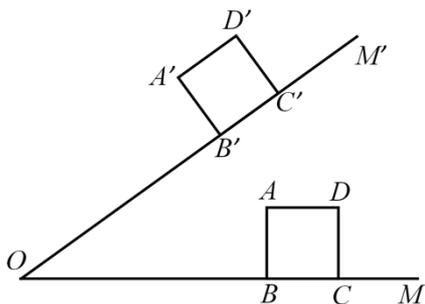
在  $\text{Rt}\triangle QHM$  中,

$$\therefore QM = \sqrt{QH^2 + MH^2} = \sqrt{4^2 + 10^2} = 2\sqrt{29} \text{ (米)},$$

即挖掘机能挖得到的距离  $MQ$  的长为  $2\sqrt{29}$ .

**【点睛】** 本题考查了解直角三角形的应用，解题的关键是构造直角三角形.

5. (2023·浙江绍兴·统考一模) 某次科学实验中，小王将某个棱长为 10cm 正方体木块固定于水平木板  $OM$  上， $OB = 50\text{cm}$ ，将木板  $OM$  绕一端点  $O$  旋转  $40^\circ$  至  $OM'$  (即  $\angle MOM' = 40^\circ$ ) (如图为该操作的截面示意图).



(1) 求点  $C$  到  $C'$  竖直方向上升高度 (即过点  $C$ ,  $C'$  水平线之间的距离);

(2) 求点  $D$  到  $D'$  竖直方向上升高度 (即过点  $D$ ,  $D'$  水平线之间的距离).

(参考数据:  $\sin 40^\circ \approx 0.64, \cos 40^\circ \approx 0.77, \tan 40^\circ \approx 0.84$ , (1) (2) 题中结果精确到个位)

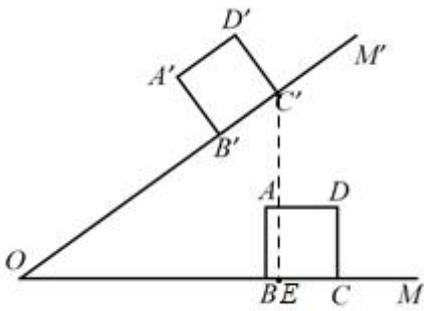
**【答案】** (1) 38cm

(2) 36cm

**【分析】** (1) 过点  $C'$  作  $C'E \perp OM$ , 在  $\text{Rt}\triangle C'OE$  中, 利用锐角三角函数求出  $C'E$  的长度即可.

(2) 过点  $D'$  作  $D'F \perp C'E$ , 交  $EC'$  的延长线于点  $F$ , 设  $C'E$  交  $AD$  于点  $H$ , 分别求出  $C'F, C'H$  的长, 即可得出结果.

**【详解】** (1) 解: 过点  $C'$  作  $C'E \perp OM$  于点  $E$ ,



∵ 正方体木块的棱长为 10cm， $OB = 50\text{cm}$ ，

∴  $OC = OB + BC = 60\text{cm}$ ，

∵ 旋转，

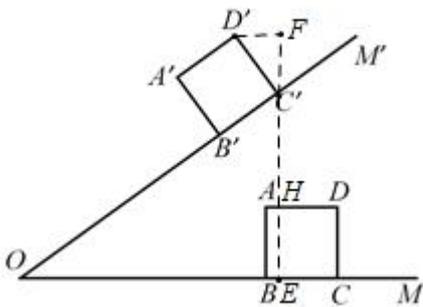
∴  $OC' = OC = 60\text{cm}$ ，

∴ 在  $\text{Rt}\triangle C'OE$  中， $C'E = OC' \cdot \sin 40^\circ = 60 \times 0.64 \approx 38\text{cm}$ ；

∴ 点 C 到  $C'$  竖直方向上升高度为 38cm；

(2) 过点  $D'$  作  $D'F \perp C'E$ ，交  $EC'$  的延长线于点 F，设  $C'E$  交  $AD$  于点 H

则：四边形 AHEB 矩形， $HE = AB = 10\text{cm}$ ，



∵ 旋转，

∴  $C'D' = 10\text{cm}$ ， $\angle D'C'B' = 90^\circ$ ，

∴  $\angle D'C'F = 90^\circ - \angle OC'E = \angle C'OC = 40^\circ$ ，

在  $\text{Rt}\triangle D'FC'$  中， $C'F = C'D' \cdot \cos 40^\circ \approx 10 \times 0.77 = 7.7\text{cm}$ ，

∴  $FH = C'F + (C'E - HE) \approx 7.7 + 38 - 10 \approx 36\text{cm}$ ；

∴ 点 D 到  $D'$  竖直方向上升高度为 36cm.

**【点睛】** 本题考查解直角三角形的应用．解题的关键是添加辅助线，构造直角三角形．

6. (2023·河南新乡·统考二模) 图 1 是一款摆臂遮阳篷的实物图，图 2 是其侧面示意图．如图 2，点 A，O

为墙壁上的固定点， $AO = 1.5\text{m}$ ，摆臂  $OB$  可绕点  $O$  旋转，旋转过程中遮阳篷  $AB$  可自由伸缩，篷面始终保持平整，当摆臂  $OB$  与墙壁垂直时，身高为  $1.65\text{m}$  的同学 ( $MN = 1.65\text{m}$ ) 站在遮阳篷下距离墙角  $1.2\text{m}$  ( $EN = 1.2\text{m}$ ) 处，刚好不被阳光照射到，测得此时  $AB$  与摆臂  $OB$  的夹角  $\angle ABO = 45^\circ$ ，光线与水平地面  $EF$  的夹角  $\angle BNF = 71^\circ$ ，求  $AE$  的高度。(结果精确到  $0.1\text{m}$ 。参考数据： $\sin 71^\circ \approx 0.95$ ， $\cos 71^\circ \approx 0.33$ ， $\tan 71^\circ \approx 2.90$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ )



图1

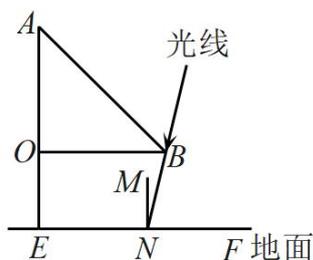
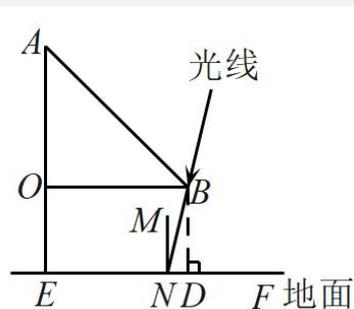


图2

**【答案】**  $AE$  的高度约为  $2.4\text{m}$

**【分析】** 过点  $B$  作  $BD \perp EF$  于点  $D$ ，解直角三角形求出  $BD$ ，即可解答.

**【详解】** 解：过点  $B$  作  $BD \perp EF$  于点  $D$ ，如图所示.



$$\because AE \perp OB, \angle ABO = 45^\circ,$$

$$\therefore BO = AO = 1.5\text{m}.$$

由题意，可知四边形  $OBDE$  为矩形，则  $OE = BD$ ， $DE = BO = 1.5\text{m}$ .

$$\therefore DN = DE - EN = 1.5 - 1.2 = 0.3\text{m},$$

在  $\text{Rt}\triangle BDN$  中， $\because \angle BND = 71^\circ$ ，

$$\therefore BD = DN \cdot \tan \angle BND \approx 0.3 \times 2.90 = 0.87\text{m},$$

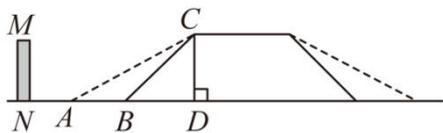
$$\therefore AE = AO + OE = AO + BD = 1.5 + 0.87 \approx 2.4\text{m},$$

答： $AE$  的高度约为  $2.4\text{m}$ .

**【点睛】** 本题考查了解直角三角形的实际应用，正确画出辅助线是解题的关键.

7. (2023·四川成都·统考二模) 如图是一座人行天桥的示意图，已知天桥的高度  $CD = 6$  米，坡面  $BC$  的倾斜

角 $\angle CBD = 45^\circ$ ，距 $B$ 点8米处有一建筑物 $NM$ ，为了方便行人推自行车过天桥，市政府决定降低坡面 $BC$ 的坡度，把倾斜角由 $45^\circ$ 减至 $30^\circ$ ，即使得新坡面 $AC$ 的倾斜角为 $\angle CAD = 30^\circ$ 。若新坡面底端 $A$ 处与建筑物 $NM$ 之间需要留下至少3米宽的人行道，那么该建筑物是否需要拆除？请说明理由。（结果精确到0.1米；参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.14$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



**【答案】**该建筑物不需要拆除，理由见解析

**【分析】**先解 $Rt\triangle DBC$ 求出 $BD = 6$ ，再解 $Rt\triangle ADC$ 求出 $AD = 6\sqrt{3}$ ，进而求出 $AB = (6\sqrt{3} - 6)$ 米，再由 $BN = 8$ 米，求出 $AN = (14 - 6\sqrt{3})$ 米，在比较 $AN$ 的长与3的大小即可得到答案。

**【详解】**解：该建筑物不需要拆除，理由如下：

在 $Rt\triangle DBC$ 中， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $\angle CBD = 45^\circ$ ， $CD = 6$ 米，

$$\therefore BD = \frac{CD}{\tan \angle CBD} = 6 \text{ 米；}$$

在 $Rt\triangle ADC$ 中， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ， $CD = 6$ 米，

$$\therefore AD = \frac{CD}{\tan \angle CAD} = 6\sqrt{3} \text{ 米；}$$

$$\therefore AB = AD - BD = (6\sqrt{3} - 6) \text{ 米，}$$

$$\because BN = 8 \text{ 米，}$$

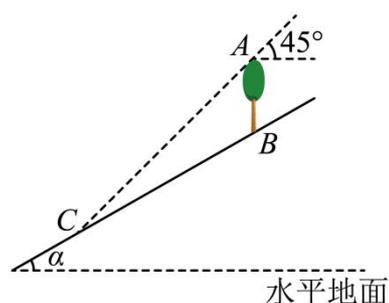
$$\therefore AN = BN - AB = 8 - (6\sqrt{3} - 6) = (14 - 6\sqrt{3}) \text{ 米，}$$

$$\because 14 - 6\sqrt{3} \approx 3.6 > 3,$$

$\therefore$ 该建筑物不需要拆除。

**【点睛】**本题主要考查了解直角三角形的实际应用，正确求出 $AN$ 的长是解题的关键。

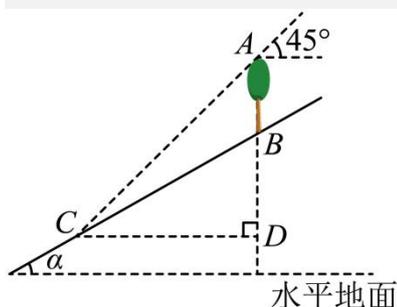
8. (2023·江苏宿迁·统考二模) 如图，在坡角 $\alpha$ 为 $30^\circ$ 的斜坡上有一棵垂直于水平地面的大树 $AB$ ，当太阳光线与水平线成 $45^\circ$ 角沿斜坡照下时，在斜坡上的树影 $BC$ 长为18米，求大树 $AB$ 的高。（结果精确到0.1米， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



【答案】6.6 米

【分析】过 C 点作 CD 垂直于 AB 的延长线于点 D，垂足为 D。由题意得，CD 平行于水平地面，在  $Rt\triangle BCD$  中，求得  $BD = 9$ ，在  $Rt\triangle ACD$  中， $\angle ACD = 45^\circ$ ，可得  $CD = AD$ ，即  $9\sqrt{3} = 9 + AB$ ，即可求解。

【详解】解：过 C 点作 CD 垂直于 AB 的延长线于点 D，垂足为 D。由题意得，CD 平行于水平地面



$$\therefore \angle BCD = \alpha = 30^\circ, \angle ACD = 45^\circ.$$

在  $Rt\triangle BCD$  中， $BD = BC \cdot \sin 30^\circ = 18 \sin 30^\circ = 9$ ，

$$CD = BC \cdot \cos 30^\circ = 18 \cos 30^\circ = 9\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

在  $Rt\triangle ACD$  中， $\angle ACD = 45^\circ$

$$\therefore CD = AD,$$

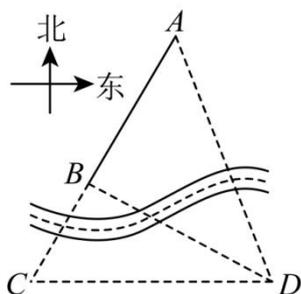
$$\text{即 } 9\sqrt{3} = 9 + AB,$$

$$\therefore AB = 9\sqrt{3} - 9 \approx 6.6,$$

答：大树 AB 的高约为 6.6 米。

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，构造直角三角形是解题的关键。

9. (2023·四川成都·统考二模) 如图，为了测量河对岸 A, B 两点间的距离，数学综合实践小组在河岸南侧选定观测点 C，测得 A, B 均在 C 的东偏北  $60^\circ$  方向上，沿正东方向行走 60 米至观测点 D，测得 B 在 D 的西偏北  $30^\circ$  方向上，A 在 D 的西偏北  $69^\circ$  方向上。求 A, B 两点间的距离是多少米（精确到个位）？（参考数据： $\sin 39^\circ \approx 0.63$ ,  $\cos 39^\circ \approx 0.78$ ,  $\tan 39^\circ \approx 0.81$ ,  $\sin 51^\circ \approx 0.78$ ,  $\cos 51^\circ \approx 0.63$ ,  $\tan 51^\circ \approx 1.23$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



【答案】A, B 两点间的距离约为 42 米。

【分析】先求出 $\angle C = 60^\circ$ ， $\angle 1 = 30^\circ$ ，进而得到 $\angle 2 = \angle 3 = 90^\circ$ ，解  $\text{Rt}\triangle CDB$  求出  $BD = 30\sqrt{3}$ 米，然后再解  $\text{Rt}\triangle ABD$  求出  $AB$  的长即可。

【详解】解： $\because A, B$  均在  $C$  的东偏北  $60^\circ$  方向上， $B$  在  $D$  的西偏北  $30^\circ$  方向上

$$\therefore \angle C = 60^\circ, \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ = \angle 3,$$

在  $\text{Rt}\triangle CDB$  中， $\sin \angle C = \frac{BD}{CD}$ ,

$$\therefore BD = CD \cdot \sin \angle C = 60 \times \sin 60^\circ = 30\sqrt{3} \text{ (米)}$$

法①： $\because A$  在  $D$  的西偏北  $69^\circ$  方向上， $B$  在  $D$  的西偏北  $30^\circ$  方向上

$$\therefore \angle 4 = 69^\circ - 30^\circ = 39^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $\tan \angle 4 = \frac{AB}{BD}$ ,

$$\therefore AB = BD \times \tan 39^\circ \approx 30 \times 1.73 \times 0.81 = 42.039 \approx 42 \text{ (米)};$$

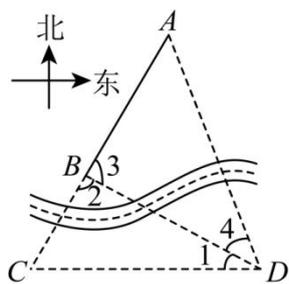
法②： $\because A$  在  $D$  的西偏北  $69^\circ$  方向上

$$\therefore \angle CDA = 69^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 60^\circ - 69^\circ = 51^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $\tan \angle A = \frac{BD}{AB}$ ,

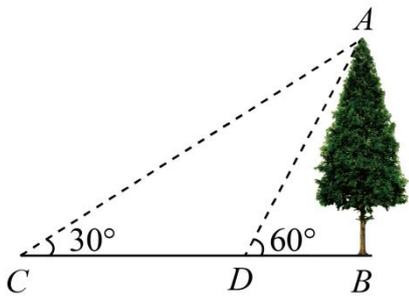
$$\therefore AB = \frac{BD}{\tan \angle A} \approx \frac{30 \times 1.73}{1.23} = 42.19 \approx 42 \text{ (米)},$$



答： $A, B$  两点间的距离约为 42 米。

【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，正确求出  $BD$  的长是解题的关键。

10. (2023·安徽滁州·统考二模) 某学校数学活动小组决定利用所学的解直角三角形知识测量校园内一棵树  $AB$  的高度. 如图, 他们在地面上  $C$  处测得树顶  $A$  的仰角为  $30^\circ$ , 再往树的方向前进 20m 至  $D$  处, 测得仰角为  $60^\circ$ , 点  $C, D, B$  在同一直线上, 求树高  $AB$ . (身高忽略不计, 结果保留根号)



**【答案】** 该树高  $AB$  为  $10\sqrt{3}\text{m}$

**【分析】** 根据三角形外角的性质可得  $\angle CAD = 30^\circ$ ，即  $AD = CD = 20\text{m}$ ，再利用锐角三角函数进行求解即可.

**【详解】** 解：  $\because \angle ACB = 30^\circ$ ，  $\angle ADB = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = CD = 20\text{m},$$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中，  $\because \sin 60^\circ = \frac{AB}{AD}$ ，

$$\therefore AB = AD \cdot \sin 60^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\text{m},$$

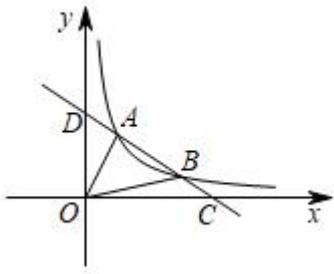
$\therefore$  该树高  $AB$  为  $10\sqrt{3}\text{m}$ .

**【点睛】** 本题考查三角形外角的性质、解直角三角形的实际应用，根据三角形外角的性质求得  $AD = CD = 20\text{m}$  是解题的关键.

## 知识点二：反比例和一次函数综合

### 模块一 【真题回顾】

1. (2022·山东淄博·统考中考真题) 如图，直线  $y=kx+b$  与双曲线  $y=\frac{m}{x}$  相交于  $A(1, 2)$ ， $B$  两点，与  $x$  轴相交于点  $C(4, 0)$ .



- (1) 分别求直线  $AC$  和双曲线对应的函数表达式；
- (2) 连接  $OA$ ,  $OB$ , 求  $\triangle AOB$  的面积；
- (3) 直接写出当  $x > 0$  时, 关于  $x$  的不等式  $kx + b > \frac{m}{x}$  的解集.

**【答案】** (1)  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ ,  $y = \frac{2}{x}$ ;

(2)  $\triangle AOB$  的面积为  $\frac{8}{3}$ ;

(3)  $1 < x < 3$

**【分析】** (1) 将点  $A(1, 2)$  代入  $y = \frac{m}{x}$ , 求得  $m = 2$ , 再利用待定系数法求得直线的表达式即可;

(2) 解方程组求得点  $B$  的坐标, 根据  $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC}$ , 利用三角形面积公式即可求解;

(3) 观察图象, 写出直线的图象在反比例函数图象的上方的自变量的取值范围即可.

**【详解】** (1) 解: 将点  $A(1, 2)$  代入  $y = \frac{m}{x}$ , 得  $m = 2$ ,

$\therefore$  双曲线的表达式为:  $y = \frac{2}{x}$ ,

把  $A(1, 2)$  和  $C(4, 0)$  代入  $y = kx + b$  得:

$$y = \begin{cases} k + b = 2 \\ 4k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases},$$

$\therefore$  直线的表达式为:  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ ;

(2) 解: 联立  $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \end{cases}$ ,

解得  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ , 或  $\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$ ,

$\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(1, 2)$ ,

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(3, \frac{2}{3})$ ,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}OC \cdot |y_A| - \frac{1}{2}OC \cdot |y_B|$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{2}{3}$$

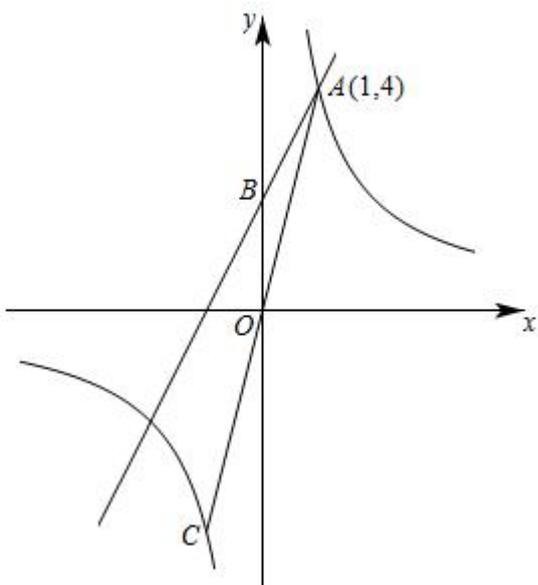
$$= \frac{8}{3},$$

$\therefore \triangle AOB$  的面积为  $\frac{8}{3}$ ;

(3) 解: 观察图象可知: 不等式  $kx+b > \frac{m}{x}$  的解集是  $1 < x < 3$ .

**【点睛】** 本题考查反比例函数与一次函数图象的交点问题, 解题的关键是熟练掌握待定系数法确定函数解析式, 学会利用方程组求两个函数的交点坐标, 学会利用分割法求三角形面积.

2. (2022·江苏镇江·统考中考真题) 如图, 一次函数  $y = 2x + b$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图像交于点  $A(1, 4)$ , 与  $y$  轴交于点  $B$ .



(1)  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 连接并延长  $AO$ , 与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图像交于点  $C$ , 点  $D$  在  $y$  轴上, 若以  $O$ 、 $C$ 、 $D$  为顶点的三角形与  $\triangle AOB$  相似, 求点  $D$  的坐标.

**【答案】** (1) 4, 2

(2) 点  $D$  的坐标为  $(0, -2)$ 、 $(0, -\frac{17}{2})$

**【分析】** 对于 (1), 将点  $A$  的坐标代入两个关系式, 即可得出答案;

对于 (2), 先求出  $AO$ ,  $BO$ ,  $CO$ , 再确定点  $D$  的位置, 然后分两种情况  $\triangle COD \sim \triangle AOB$  和  $\triangle COD \sim \triangle BOA$ ,

再根据相似三角形的对应边成比例求出答案即可.

【详解】(1) 将点 A (1, 4) 代入一次函数  $y=2x+b$ , 得

$$4 = 2 + b,$$

解得  $b = 2$ ,

一次函数的关系式为  $y = 2x + 2$ ;

将点 A (1, 4) 代入反比例函数  $y = \frac{k}{x}$ , 得

$$4 = k,$$

反比例函数的关系式为  $y = \frac{4}{x}$ .

故答案为: 4, 2;

(2) 点 A 与点 C 关于原点对称, 可知点 C 的坐标是 (-1, -4).

当  $x=0$  时,  $y=2$ ,

$\therefore$  点 B (0, 2),

$\therefore OB=2$ .

根据勾股定理可知  $AO = CO = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ .

当点 D 落在 y 轴的正半轴上, 则  $\angle COD > \angle ABO$ ,

$\therefore \triangle COD$  与  $\triangle ABO$  不可能相似.

当点 D 落在 y 轴的负半轴上,

若  $\triangle COD \sim \triangle AOB$ ,

$$\text{则 } \frac{CO}{AO} = \frac{DO}{BO} = \frac{CD}{AB}.$$

$\because CO = AO$ ,

$\therefore BO = DO = 2$ ,

$\therefore D(0, -2)$ ;

若  $\triangle COD \sim \triangle BOA$ , 则  $\frac{OD}{OA} = \frac{OC}{OB}$ .

$\because OA = CO = \sqrt{17}$ ,  $BO = 2$ ,

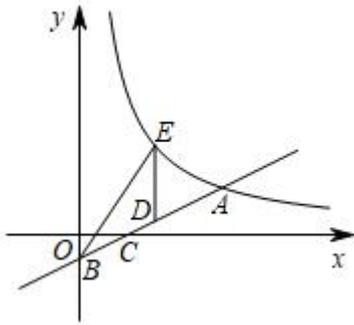
$\therefore DO = \frac{17}{2}$ ,

$\therefore D\left(0, -\frac{17}{2}\right)$ .

综上所述: 点 D 的坐标为  $(0, -2)$ 、 $\left(0, -\frac{17}{2}\right)$ .

**【点睛】**这是一道关于一次函数和反比例函数的综合问题，考查了待定系数法求关系式，相似三角形的性质和判定等。

3. (2022·宁夏·中考真题) 如图，一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象与  $x$  轴、 $y$  轴分别相交于  $C$ 、 $B$  两点，与反比例函数  $y = \frac{m}{x} (m \neq 0, x > 0)$  的图象相交于点  $A$ ， $OB = 1$ ， $\tan \angle OBC = 2$ ， $BC : CA = 1 : 2$ 。



(1) 求反比例函数的表达式；

(2) 点  $D$  是线段  $AB$  上任意一点，过点  $D$  作  $y$  轴平行线，交反比例函数的图象于点  $E$ ，连接  $BE$ 。当  $\triangle BDE$  面积最大时，求点  $D$  的坐标。

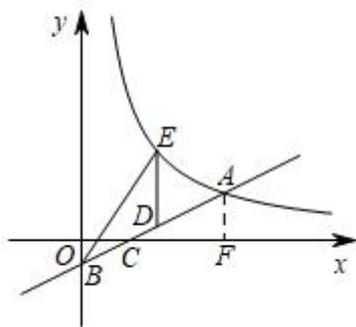
**【答案】** (1)  $y = \frac{12}{x} (x > 0)$

(2) 点  $D$  的坐标为  $(1, -\frac{1}{2})$

**【分析】** (1) 过点  $A$  作  $AF \perp x$  轴于点  $F$ ，先证  $\triangle ACF \sim \triangle BCO$ ，根据对应边成比例得  $\frac{BC}{AC} = \frac{OB}{AF} = \frac{OC}{CF} = \frac{1}{2}$ ，结合已知条件推出  $OC = 2OB = 2$ ， $AF = 2$ ， $CF = 4$ ， $OF = OC + CF = 2 + 4 = 6$ ，可得  $A(6, 2)$ ，代入反比例函数解析式求出  $m$  值即可；

(2) 先利用待定系数法求出直线  $AB$  的解析式为  $y = \frac{1}{2}x - 1$ ，设点  $D$  的横坐标为  $t$ ，则  $D(t, \frac{1}{2}t - 1)$ ， $E(t, \frac{12}{t})$ ，用含  $t$  的代数式表示出  $ED$ ，进而利用三角形面积公式得到关于  $t$  的一元二次函数，化成顶点式，即可求出最值。

**【详解】** (1) 解：如图，过点  $A$  作  $AF \perp x$  轴于点  $F$ ，



$$\therefore \angle AFC = \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ACF = \angle BCO,$$

$$\therefore \triangle ACF \sim \triangle BCO,$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{OB}{AF} = \frac{OC}{CF} = \frac{1}{2},$$

$$\because OB = 1, \tan \angle OBC = 2,$$

$$\therefore OC = 2OB = 2,$$

$$\therefore AF = 2, CF = 4,$$

$$\therefore OF = OC + CF = 2 + 4 = 6,$$

$$\therefore A(6, 2).$$

$\because$  点 A 在反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $m \neq 0, x > 0$ ) 的图象上,

$$\therefore m = 2 \times 6 = 12.$$

$\therefore$  反比例函数的表达式为:  $y = \frac{12}{x}$  ( $x > 0$ ).

(2) 解: 由题意可知  $B(0, -1)$ ,

设直线 AB 的解析式为  $y = kx + b$ ,

将  $A(6, 2)$ ,  $B(0, -1)$  代入  $y = kx + b$ ,

$$\text{得} \begin{cases} 2 = 6k + b \\ -1 = b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases},$$

$\therefore$  直线 AB 的解析式为:  $y = \frac{1}{2}x - 1$ .

设点 D 的横坐标为 t, 则  $D(t, \frac{1}{2}t - 1)$ ,  $E(t, \frac{12}{t})$ ,

$$\therefore ED = \frac{12}{t} - \frac{1}{2}t + 1,$$

∴ $\triangle BDE$  的面积为:

$$\frac{1}{2}(t-0)\left(\frac{12}{t}-\frac{1}{2}t+1\right)$$

$$=-\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t+6$$

$$=-\frac{1}{4}(t-1)^2+\frac{25}{4}.$$

$$\therefore-\frac{1}{4}<0,$$

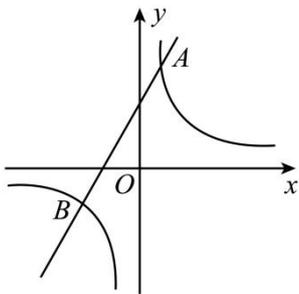
∴ $t=1$  时,  $\triangle BDE$  面积取最大值, 最大值为 $\frac{25}{4}$ ,

将  $x=1$  代入  $y=\frac{1}{2}x-1$ , 得  $y=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

∴点  $D$  的坐标为 $(1, -\frac{1}{2})$ .

**【点睛】** 本题属于一次函数、反比例函数以及二次函数的综合题, 考查待定系数法求一次函数、反比例函数解析式, 相似三角形的判定与性质, 锐角三角函数解直角三角形, 以及二次函数的最值等, 解第一问的关键是求出点  $A$  的坐标, 解第二问的关键是求出 $\triangle BDE$  面积的函数表达式.

4. (2022·四川资阳·中考真题) 如图, 一次函数 $y_1=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{6}{x}$ 的图象交于点 $A(1, m)$ 和点 $B(n, -2)$ .



(1)求一次函数的表达式;

(2)结合图象, 写出当 $x > 0$  时, 满足 $y_1 > y_2$  的  $x$  的取值范围;

(3)将一次函数的图像平移, 使其经过坐标原点. 直接写出一个反比例函数表达式, 使它的图像与平移后的一次函数图像无交点.

**【答案】** (1)一次函数的表达式为  $y = 2x + 4$

(2) $x > 1$

(3) $y = -\frac{1}{x}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/185322032002011312>