版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站www.canpointgz.cn/faq 下载。

联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站www.canpointgz.cn/faq ，点击“常见问题”，或致电010-58818058。

全品学练考

高中数学

选择性必修第一册 RJA

第二章直线和圆的方程

录

CONTENTS

2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系

2.5.1 直线与圆的位置关系

【学习目标】

1. 能用几何方法和代数方法描述直线与圆的三种位置关系.

2. 能根据给定直线、圆的方程，通过研究联立方程组解的情况或通过计算圆心到直线的距离判断直线与圆的位置关系.

3. 知道直线与圆在刻画现实世界和解决实际问题中的作用，会用直线与圆的方程解决一些简单的数学问题和实际问题.

课前预习

◆知识点一直线与圆的位置关系

直线$Ax+By+C=0$与圆$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ $(r>0)$的位置关系及判断

位置关系		相交	相切	相离
公共点个数		2 个	1 个	0个
几何法	计算圆心到直线的距离： $d=\frac{\lvert Aa+Bb+C\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}$	$d<r$	$d=r$	$d>r$
代数法	由$\begin{cases}Ax+By+C=0,\\(x-a)^2+(y-b)^2=r^2\end{cases}$消元得到一元二次方程，计算方程的判别式$\triangle$	$\triangle>0$	$\triangle=0$	$\triangle<0$

课 前 预 习

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)若直线与圆有公共点，则直线与圆相交.(×)

[解析] 直线与圆有公共点，也可能相切.

(2)若直线与圆相交，则直线与圆的方程联立消元后得到的一元二次方程必有解.

(√)

[解析] 若直线与圆相交，则必有公共点，故直线与圆的方程联立消元后得到的一元二次方程必有解.

(3)若圆心到直线的距离大于半径，则直线与圆的方程联立消元后得到的一元二次方程无解.(√)

[解析] 若圆心到直线的距离大于半径，则直线与圆相离，故直线与圆的方程联立消元后得到的一元二次方程无解.

课前预习

◆ 知识点二解决实际问题的一般步骤

(1)阅读理解，认真审题，了解问题的实际情境，把握问题的数学本质.

(2)引进数学符号，具体分析问题中的数量关系，正确建立数学模型，将实际问题转化为数学问题.

(3)利用数学方法将得到的数学问题(数学模型)予以解答，求得结果.

(4)将数学问题的结果转化为实际问题的答案

课 中 探 究

◆ 探究点一 直线与圆的位置关系的判定

例1 若直线$4x-3y+a=0$与圆$x^2+y^2=100$有如下位置关系：①相交，②相切，③相离. 试分别求实数a的值或取值范围.

课中探究

解： 方法一：由方程组 $\begin{cases} x^2+y^2=100, \\ 4x-3y+a=0 \end{cases}$ 消去y， 得

$25x^2+8ax+a^2-900=0$,

则 $\triangle=(8a)^2-4\times25(a^2-900)=-36a^2+90000$.

①当直线与圆相交时，$\triangle>0$, 即 $-36a^2+90000>0$, 解得 $-50<a<50$.

②当直线与圆相切时，$\triangle=0$, 即 $a=50$ 或 $a=-50$.

③当直线与圆相离时，$\triangle<0$, 即 $a<-50$ 或 $a>50$.

方法二：圆 $x^2+y^2=100$ 的圆心坐标为 $(0, 0)$, 半径 $r=10$,

则圆心到直线 $4x-3y+a=0$ 的距离 $d=\frac{|a|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|a|}{5}$

①当直线与圆相交时， $d<r$, 即 $\frac{|a|}{5}<10$, 解得 $-50<a<50$.

②当直线与圆相切时， $d=r$, 即 $\frac{|a|}{5}=10$, 解得 $a=50$ 或 $a=-50$.

③当直线与圆相离时， $d>r$, 即 $\frac{|a|}{5}>10$, 解得 $a<-50$ 或 $a>50$.

课中探究

变式(1)已知动直线l的方程为$(m+1)x+(m-1)y+2m=0$, 圆$O:x^2+y^2=3$, 则直线l与圆O的位置关系是(A)

A.相交 B.相切 C.相离 D.无法确定

[解析]直线l的方程可化为$m(x+y+2)+x-y=0$, 由$\begin{cases}x+y+2=0,\\x-y=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=-1,\\y=-1,\end{cases}$所以直线l过定点$(-1,-1)$. 又$(-1)^2+(-1)^2=2<3$, 所以定点$(-1,-1)$在圆$O:x^2+y^2=3$内，所以直线l与圆O的位置关系是相交. 故选A.

课中探究

(2)已知直线l:y =kx+5 与圆C:(x−1)² +y² =1 相离，则k 的取值范围是 $\left(-\frac{12}{5},+\infty\right)$

[解析]方法一(几何法):由题意，圆心C 到直线l的距离 $d=\frac{|k+5|}{\sqrt{k^2+1}}$. 当d>1 时，直线与圆相离. 由 $d=\frac{|k+5|}{\sqrt{k^2+1}}>1$，可得 $k^2+10k+25>k^2+1$， 解得 $k>-\frac{12}{5}$

因此k 的取值范围是 $\left(-\frac{12}{5},+\infty\right)$

方法二(代数法):由方程组 $\begin{cases} y=kx+5, \\ (x-1)^2+y^2=1 \end{cases}$ 消去 y，得

$(k^2+1)x^2+2(5k-1)x+25=0$ ∵ 直线与圆相离,

∴ $\Delta=4(5k-1)^2-100(k^2+1)<0$， 解得 $k>-\frac{12}{5}$ 因此k 的取值范围是

$\left(-\frac{12}{5},+\infty\right)$

课 中 探 究

[素养小结]

直线与圆的位置关系的判断方法:

(1)几何法:由圆心到直线的距离d 与圆的半径r 的大小关系判断.

(2)代数法:根据直线方程与圆的方程组成的方程组解的个数来判断.

(3)直线系法:若直线恒过定点,则可通过判断定点与圆的位置关系来判断直线与圆的位置关系,但有一定的局限性,必须是过定点的直线系.

课中探究

◆探究点二圆的切线

例2(1)若直线$3x+4y=b$ 与圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切，则b的值是 (D)

A. -2 或12　　B. 2或-12　　C. -2 或-12　　D. 2或12

[解析]由圆的方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=1$, 可得圆心为(1, 1), 半径r=1. 因为直线$3x+4y=b$ 与圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切，所以圆心(1, 1)到直线$3x+4y=b$ 的距离$d=\frac{|3+4-b|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$，解得b=2 或b=12. 故选D.

课中探究

(2) 由直线 $y=x+1$ 上任意一点P 向圆 $(x-3)^2+y^2=1$ 引切线，切点为Q,

则|PQ|的最小值为（ C ）

A.1　　B.$2\sqrt{2}$　　C.$\sqrt{7}$　　D.3

[解析] 由题意得，圆心(3, 0)到直线y=x+1 的距离 $d=\frac{|3-0+1|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$,圆的半径

r=1，故|PQ|的最小值为 $\sqrt{d^2-r^2}=\sqrt{8-1}=\sqrt{7}$.

课中探究

(3)已知点P(1, 4)和圆M:$x^2+(y-2)^2=1$，求圆M过点P的切线方程.

解：$\because 1^2+(4-2)^2>1$，$\therefore$ 点P(1,4)在圆M:$x^2+(y-2)^2=1$外.

方法一(几何法):过点P作圆M的切线，当切线斜率存在时，设切线方程为

$y-4=k(x-1)$，即$kx-y-k+4=0$，

可得$\frac{|-2-k+4|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得$k=\frac{3}{4}$，故切线方程为$3x-4y+13=0$. 当切线的斜率不存在时，切线方程为$x=1$.

$\therefore$ 切线方程为$3x-4y+13=0$或$x=1$.

方法二(代数法):过点P作圆M的切线，当切线斜率存在时，设切线方程为

$y-4=k(x-1)$，

课 中 探 究

由$\begin{cases} y = k(x-1)+4, \\ x^2+(y-2)^2=1 \end{cases}$消去y, 得 $(k^2+1)x^2-2k(k-2)x+k^2-4k+3=0$,

由$\Delta=4k^2(k-2)^2-4(k^2+1)(k^2-4k+3)=0$, 解得$k=\frac{3}{4}$, 故切线方程为

$3x-4y+13=0$

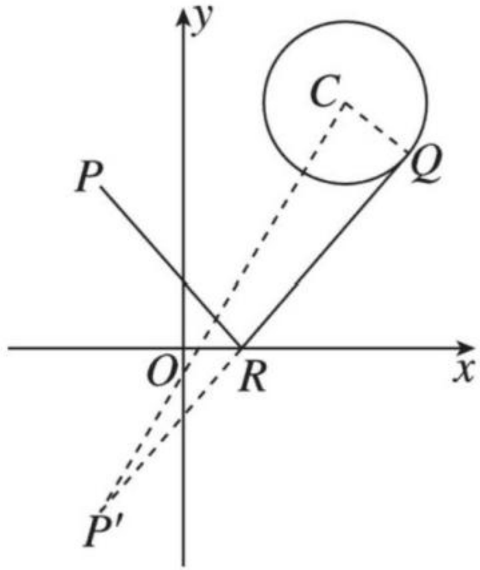
当切线的斜率不存在时，切线方程为$x=1$.

∴切线方程为$3x-4y+13=0$ 或 $x=1$.

课中探究

变式一条光线从点P(−1, 2)射出，经x 轴反射后与圆C: $(x-2)^2+(y-3)^2=1$相切于点Q, 则光线从点P到点Q所经过的路程的长度为（ B ）

A.$\sqrt{34}$　　B.$\sqrt{33}$　　C.$\sqrt{10}$　　D.3



[解析]∵圆C的方程为$(x-2)^2+(y-3)^2=1$,∴ 圆心C的坐标为(2, 3), 半径为1. 如图，设点P(−1, 2)关于x轴的对称点为P'，反射点为R，则P'(−1, −2), P', R, Q 三点共线，*连接P'R, P'C, CQ, 则*

$|P'C|=\sqrt{(2+1)^2+(3+2)^2}=\sqrt{34}$, ∴光线从点P到点Q所经过的路程的长度为

$|P'Q|=\sqrt{|P'C|^2-|CQ|^2}=\sqrt{34-1}=\sqrt{33}$. 故选B.

课 中 探 究

[素养小结]

1.过一点的圆的切线方程的求法

(1)当点在圆上时，圆心与该点的连线与切线垂直，从而求得切线的斜率，用直线的点斜式方程可求得圆的切线方程.

(2)当点在圆外时，过该点的切线有两条，但在用设斜率的方法来解题时可能求出的切线只有一条，这时另一条切线的斜率不存在.

课中探究

2.求切线长的方法

如图2-5-1,设点$M(x_0,y_0)$为圆$C:(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$（$r>0$）外一点，过点M

作圆的切线，切点为P,则$|MP|=\sqrt{|MC|^2-r^2}=\sqrt{(x_0-a)^2+(y_0-b)^2-r^2}$.

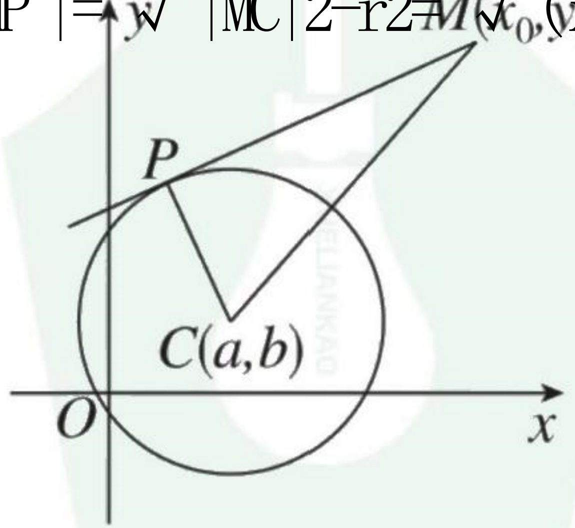


图2-5-1

课中探究

◆探究点三直线与圆的相交弦问题

例3 已知圆0:$x^2+y^2=8$ 内有一点$P_0(-1,2)$, 过点P_0且倾斜角为α的直线与圆O相交于A, B 两点.

(1)当：$\alpha=\frac{3\pi}{4}$时，求弦AB的长；

解：方法一（几何法）:当$\alpha=\frac{3\pi}{4}$时，直线AB 的斜率$k=\tan\frac{3\pi}{4}=-1$, 所以直线AB 的方程为$y-2=-(x+1)$,

即$y=-x+1$, 可得圆心到直线AB的距离$d=\frac{1}{\sqrt{2}}$

又半径$r=2\sqrt{2}$, 所以弦长$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\times\sqrt{8-\frac{1}{2}}=\sqrt{30}$

课中探究

方法二(代数法):当$\alpha=\frac{3\pi}{4}$时,直线AB 的斜率$k=\tan\frac{3\pi}{4}=-1$,所以直线AB

的方程为y-2 =-(x+1),

即$y=-x+1$, 代入$x^2+y^2=8$, 得 $2x^2-2x-7=0$.

设$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,

则$x_1+x_2=1$, $x_1x_2=-\frac{7}{2}$,所以

$|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{(1+k2)[(x_1+x_2)^2-4x_1xz]}=\sqrt{30}$.

课 中 探 究

(2) 当弦AB 的长最短时，求直线AB 的方程.

解： 连接OP_0，当弦AB的长最短时，$OP_0 \perp AB$,

因为$k_{OP_0}=-2$， 所以$k_{AB}=\frac{1}{2}$，所以直线AB 的方程为$y-2=\frac{1}{2}(x+1)$，即

$x-2y+5=0$.

变式(1)直线$3x+4y+5=0$与圆$x^2+y^2=10$相交于A, B两点，则弦AB的长等于(C)

A.3　　B.4　　C.6　　D.1

[解析]因为圆$x^2+y^2=10$的半径$r=\sqrt{10}$，圆心(0, 0)到直线$3x+4y+5=0$的距离$d=\frac{5}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$, 所以$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\times\sqrt{10-1}=6$. 故选C.