2025 年 1 月“八省联考”考前猜想卷

数　学

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 58 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设全集$U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，集合$A=\{-1,2\}$，$B=\{1,3\}$，则$C_U\left(A\cup B\right)=$（　）

A．$\{1,3\}$　　B．$\{0,3\}$　　C．$\{-2,1\}$　　D．$\{-2,0\}$

2．若复数$z=\dfrac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则$|z|=$（　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

3．在$\triangle ABC$中，D 是 AB 边上的中点，则$\overrightarrow{CB}=$（　）

A．$2\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}$　　B．$\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{CA}$　　C．$2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}$　　D．$\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{CA}$

4．设$\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{3\pi}{4}$，$\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$，则$\cos2\alpha=$（　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5．以边长为 6 的正方形的一边所在直线为旋转轴，将该正方形旋转一周所得几何体的侧面积为（　）

A．18π　　B．36π　　C．54π　　D．72π

6．下列说法正确的是（　）

A．若函数$f\left(x\right)$为奇函数，则$f\left(0\right)=0$

B．函数$f\left(x\right)=\dfrac{1}{x-1}$在$\left(-\infty,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$上是减函数

C．若函数$y=f\left(2x+1\right)$的定义域为$\left[2,3\right]$，则函数$f\left(x\right)$的定义域为$\left[\dfrac{1}{2},1\right]$

D．若函数 $f\left(x\right)$ 为偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是单调递增，则 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,0\right)$ 上是单调递减

7．已知函数 $f(x)=\sin\omega x+2\cos^2\dfrac{\omega x}{2}(\omega>0)$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right)$ 上单调递增，则 ω 的取值范围是（　）

A．$\left(0,4\right]$　　B．$\left(0,\dfrac{2}{3}\right]\cup\left[\dfrac{8}{3},4\right]$　　C．$\left(0,\dfrac{1}{3}\right]\cup\left[\dfrac{5}{2},3\right]$　　D．$\left[\dfrac{5}{2},3\right]$

8．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{1+\sqrt{a_n}}(n\in N^*)$．记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则（　）

A．$\dfrac{1}{2}<S_{100}<3$　　B．$3<S_{100}<4$　　C．$4<S_{100}<\dfrac{9}{2}$　　D．$\dfrac{9}{2}<S_{100}<5$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．体育教育既能培养学生自觉锻炼身体的习惯，又能培养学生开拓进取、不畏艰难的坚强性格.某校学生参加体育测试，其中甲班女生的成绩 X 与乙班女生的成绩 Y 均服从正态分布，且 $X\sim N\left(160,900\right)$，$Y\sim N\left(160,400\right)$，则(　).

A．$E\left(X\right)=160$　　B．$D\left(Y\right)=20$

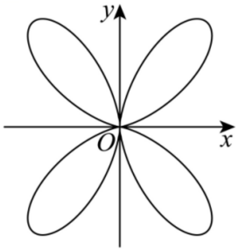
C．$P\left(X<120\right)+P\left(X\le 200\right)=1$　　D．$P\left(X\le 180\right)<P\left(Y\le 180\right)$

10．已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x+2)-\log_2(x+4)$，下列说法正确的是（　）

A．函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left(-4,2\right]$　　B．函数 $f\left(x-1\right)$ 为偶函数

C．函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $\left(-1,2\right]$　　D．函数 $f\left(x\right)$ 的图像关于直线 $x=-1$ 对称

11．数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，例如：四叶草曲线就是其中一种，其方程为 $(x^2+y^2)^3=x^2y^2$，则下列说法正确的是（　）



A．四叶草曲线有四条对称轴

B．设 P 为四叶草曲线上一点，且在第一象限内，过 P 作两坐标轴的垂线，则两垂线与两坐标轴围成的矩形面积的最大值为 $\dfrac{1}{8}$

C．四叶草曲线上的点到原点的最大距离为$\frac{1}{4}$

D．四叶草曲线的面积小于$\frac{\pi}{4}$

第二部分（非选择题 共92分）

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．若直线$y=3x+a$与曲线$y=\ln x+2x$相切，则实数a的值为______.

13．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左焦点为$F$，过$F$的直线$l$交圆$x^2+y^2=a^2$于A，$B$两点，交$C$的右支于点$Q$，若$|FA|=|AB|=|BQ|$，则$C$的离心率为__________.

14．数学家高斯在各个领域中都取得了重大的成就.在研究一类二次型数论问题时，他在他的著作《算术研究》中首次引入了二次剩余的概念.二次剩余理论在噪音工程学、密码学以及大数分解等各个领域都有广泛的应用.已知对于正整数$a,n\left(n\geqslant 2\right)$，若存在一个整数$x$，使得$n$整除$x^2-a$，则称$a$是$n$的一个二次剩余，否则为二次非剩余.从1到20这20个整数中随机抽取一个整数a，记事件$A=$“a与12互质”，$B=$“a是12的二次非剩余”，则$P\left(A\right)=$___________；$P\left(B|A\right)=$___________.

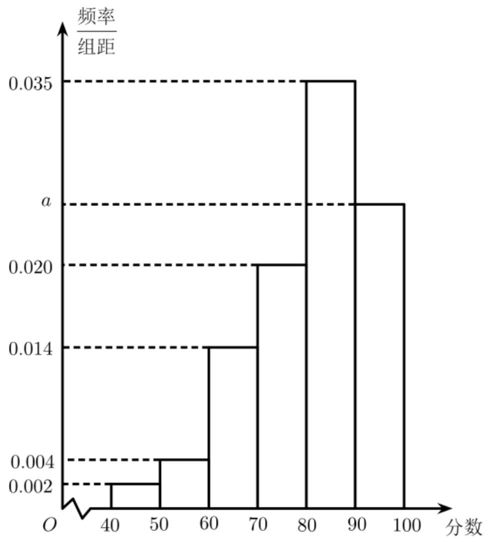
四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步聚。

15．（13分）记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，点D在边AC上，且满足$DB:DA:DC=2:3:4$，$\triangle ABC$的面积$S=\frac{BD\cdot b\cdot \sin B}{2}$

(1)证明：$2b^2=7ac$

(2)求$\cos\angle ABC$.

16．（15分）新冠肺炎疫情期间，某市为了了解本地居民对当地防疫工作的满意度，从市居民中随机抽取若干居民进行评分（满分为100分），根据调查数据制成如下频率分布直方图，已知评分在$\left[70,90\right]$的居民有2200人.



(1)求频率分布直方图中 a 的值及所调查的总人数；

(2)从频率分布直方图中，估计本次评测分数的众数和平均数（精确到 0.1）；

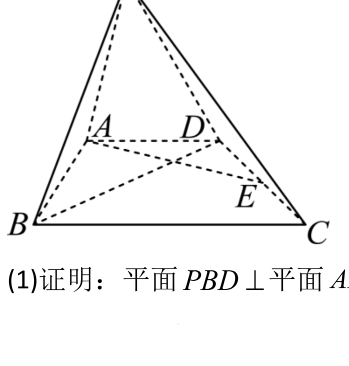
(3)设该市居民为 50 万人，估计全市居民对当地防疫工作评分在 85 分以上的人数.

17．（15 分）椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的右焦点为 F、右顶点为 A，上顶点为 B，且满足 $\dfrac{|BF|}{|AB|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆的离心率 e；

(2)直线 l 与椭圆有唯一公共点 M，与 y 轴相交于 N（N 异于 M）. 记 O 为坐标原点，若 $|OM|=|ON|$，且 $\triangle OMN$ 的面积为 $\sqrt{3}$，求椭圆的标准方程.

18．（17 分）已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是直角梯形，$AD//BC$，$AB\perp BC$，$BC=2AD=2$，$AB=\sqrt{3}$，E 为 CD 的中点，$PB\perp AE$.



(1)证明：平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$；

(2)若 $PB=PD$，PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$，试问在侧面 PCD 内是否存在一点 N，使得 $BN\perp$ 平面 PCD？若存在，求出点 N 到直线 PD 的距离；若不存在，请说明理由.

19．（17 分）用数学的眼光看世界就能发现很多数学之"美".现代建筑讲究线条感，曲线之美让人称奇，衡量曲线弯曲程度的重要指标是曲率，曲线的曲率定义如下：若 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，$f''(x)$ 是 $f'(x)$ 的导函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x,f(x))$ 处的曲率 $K=\frac{|f''(x)|}{\left(1+\left[f'(x)\right]^2\right)^{\frac{3}{2}}}$.

(1)求曲线 $f(x)=\ln x+x$ 在 $(1,1)$ 处的曲率 K_1 的平方；

(2)求正弦曲线 $h(x)=\sin x\,(x\in\mathbf{R})$ 曲率的平方 K^2 的最大值.

(3)正弦曲线 $h(x)=\sin x\,(x\in\mathbf{R})$，若 $g(x)=\mathrm{e}^x-2x-h'(x)$，判断 $g(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上零点的个数，并写出证明过程.

2025 年 1 月"八省联考"考前猜想卷

数　学

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 58 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设全集 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，集合 $A=\{-1,2\}$，$B=\{1,3\}$，则 $C_U\left(A\cup B\right)=$（　）

A．$\{1,3\}$　　B．$\{0,3\}$　　C．$\{-2,1\}$　　D．$\{-2,0\}$

【答案】D

【解析】由 $A=\{-1,2\}$，$B=\{1,3\}$，可得 $A\cup B=\{-1,1,2,3\}$，

又因为全集 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，所以 $C_U\left(A\cup B\right)=\{-2,0\}$，

故选：D

2．若复数 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则 $|z|=$（　）

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

【答案】B

【解析】由题得 $z=\dfrac{i}{1-i}=\dfrac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{-1+i}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{i}{2}$，所以 $|z|=\sqrt{(-\dfrac{1}{2})^2+(\dfrac{1}{2})^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

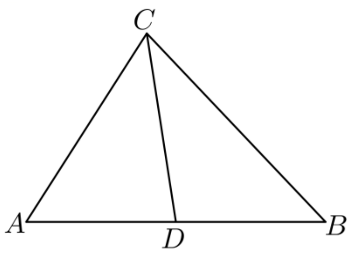
故选：B

3．在 $\triangle ABC$ 中，D 是 AB 边上的中点，则 $\overrightarrow{CB}=$（　）

A．$2\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}$　　B．$\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{CA}$　　C．$2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}$　　D．$\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{CA}$

【答案】C

【解析】



$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CA}+2\left(\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}\right)=2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}$

故选：C

4．设 $\dfrac{\pi}{4}<\alpha<\dfrac{3\pi}{4}$，$\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$，则 $\cos2\alpha=$（　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

【解析】因为 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$，

所以$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+\sin 2\alpha=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以$\sin 2\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}<0$，

因为$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，所以$\frac{\pi}{2}<2\alpha<\frac{3\pi}{2}$，

又因为$\sin 2\alpha<0$，所以$\pi<2\alpha<\frac{3\pi}{2}$，

所以$\cos 2\alpha=-\sqrt{1-\sin^2 2\alpha}=-\frac{1}{2}$，

故选：A.

5．以边长为 6 的正方形的一边所在直线为旋转轴，将该正方形旋转一周所得几何体的侧面积为（　）

A．18π　　B．36π　　C．54π　　D．72π

【答案】D

【解析】由题意可得所得几何体为圆柱体，底面半径$r=6$，高$h=6$，侧面积$S=2\pi rh=72\pi$，

故选：D.

6．下列说法正确的是（　）

A．若函数$f(x)$为奇函数，则$f(0)=0$

B．函数$f(x)=\frac{1}{x-1}$在$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$上是减函数

C．若函数$y=f(2x+1)$的定义域为$[2,3]$，则函数$f(x)$的定义域为$\left[\frac{1}{2},1\right]$

D．若函数$f(x)$为偶函数，且在$(0,+\infty)$上是单调递增，则$f(x)$在$(-\infty,0)$上是单调递减

【答案】D

【解析】对于选项 A：例如$f(x)=\frac{1}{x}$为奇函数，但$f(0)$无定义，故 A 错误；

对于选项 B：因为$f(0)=-1,f(2)=1$，所以函数$f(x)$在定义域上不是减函数，故 B 错误；

对于选项 C：因为函数$y=f(2x+1)$的定义域为$[2,3]$，即$x\in[2,3]$，则$2x+1\in[5,7]$，

所以函数$f(x)$的定义域为$[5,7]$，故 C 错误；

对于选项 D：因为函数$f(x)$为偶函数，且在$(0,+\infty)$上是单调递增，

所以$f(x)$在$(-\infty,0)$上是单调递减，故 D 正确；

故选：D.

7．已知函数$f(x)=\sin\omega x+2\cos^2\frac{\omega x}{2}(\omega>0)$在区间$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$上单调递增，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$(0,4]$　　B．$\left(0,\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{8}{3},4\right]$　　C．$\left(0,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{5}{2},3\right]$　　D．$\left[\frac{5}{2},3\right]$

【答案】C

【解析】$f(x)=\sin\omega x+2\cos^2\frac{\omega x}{2}=\sin\omega x+\cos\omega x+1=\sqrt{2}\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，

因为$x\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，所以$\omega x+\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{4}\right)$

因为函数$f(x)$在区间$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$上单调递增，

所以函数$y=\sin x$在$\left(\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{4}\right)$上单调递增，且$\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\le\frac{1}{2}T=\frac{\pi}{\omega}$，即$0<\omega\le 4$.

因为$\left(\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{4}\right)\subseteq\left(\frac{\pi}{4},\frac{13\pi}{4}\right)$，

所以，函数$y=\sin x$在$\left(\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{4}\right)$上单调递增等价于$\frac{3\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{2}$或$\begin{cases}\frac{3\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{4}\ge\frac{3\pi}{2}\end{cases}$，

所以，解不等式得$0<\omega\le\frac{1}{3}$或$\frac{5}{2}\le\omega\le 3$，所以，$\omega$的取值范围是$\left(0,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{5}{2},3\right]$.

故选：C

8．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{1+\sqrt{a_n}}(n\in N^*)$．记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则（　）

A．$\frac{1}{2}<S_{100}<3$　　B．$3<S_{100}<4$　　C．$4<S_{100}<\frac{9}{2}$　　D．$\frac{9}{2}<S_{100}<5$

【答案】A

【解析】因为$a_1=1,a_{n+1}=\frac{a_n}{1+\sqrt{a_n}}$，所以$a_n>0,a_2=\frac{1}{2}$，所以$S_{100}>a_1+a_2=\frac{3}{2}$，

$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{\sqrt{a_n}}=(\frac{1}{\sqrt{a_n}}+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}<(\frac{1}{\sqrt{a_n}}+\frac{1}{2})^2$，

$\therefore\frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}}<\frac{1}{\sqrt{a_n}}+\frac{1}{2}$，故$\frac{1}{\sqrt{a_n}}-\frac{1}{\sqrt{a_{n-1}}}<\frac{1}{2},\cdots,\frac{1}{\sqrt{a_2}}-\frac{1}{\sqrt{a_1}}<\frac{1}{2}$，

由累加法可得当$n\ge 2$时，$\frac{1}{\sqrt{a_n}}-\frac{1}{\sqrt{a_1}}<\frac{1}{2}(n-1)\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{a_n}}<1+\frac{n-1}{2}=\frac{n+1}{2}\Rightarrow a_n>\frac{4}{(n+1)^2}$，

又因为当$n=1$时，$a_n=\frac{4}{(n+1)^2}$也成立，所以$a_n\ge\frac{4}{(n+1)^2}(n\in N^*)$，

所以$a_{n+1}=\frac{a_n}{1+\sqrt{a_n}}\le\frac{a_n}{1+\frac{2}{n+1}}=\frac{n+1}{n+3}a_n$，

$\therefore\frac{a_{n+1}}{a_n}<\frac{n+1}{n+3}$，故$\frac{a_n}{a_{n-1}}\le\frac{n}{n+2},\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\le\frac{n-1}{n+1},\cdots,\frac{a_2}{a_1}\le\frac{2}{4}$，

由累乘法可得当$n\ge 2$时，$a_n=\frac{a_n}{a_1}\le\frac{n}{n+2}\times\frac{n-1}{n+1}\times\frac{n-2}{n}\times\cdots\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{(n+2)(n+1)}=6(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})$，

所以 $S_{100} \leq 1+6(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{101}-\frac{1}{102})=1+6(\frac{1}{3}-\frac{1}{102})<1+2=3$，所以 $\frac{3}{2}<S_{100}<3$.

故选：A.

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．体育教育既能培养学生自觉锻炼身体的习惯，又能培养学生开拓进取、不畏艰难的坚强性格.某校学生参加体育测试，其中甲班女生的成绩 X 与乙班女生的成绩 Y 均服从正态分布，且 $X \sim N(160,900)$，$Y \sim N(160,400)$，则(　).

A. $E(X)=160$　　　　B. $D(Y)=20$

C. $P(X<120)+P(X \leq 200)=1$　　　　D. $P(X \leq 180)<P(Y \leq 180)$

【答案】ACD

【解析】选项 A：由 $X \sim N(160,900)$，得 $E(X)=160$，故 A 正确；

选项 B：由 $Y \sim N(160,400)$，得 $D(Y)=400$，故 B 不正确；

选项 C：由于随机变量 X 服从正态分布，该正态曲线的对称轴为直线：$x=160$，

所以 $P(X<120)+P(X \leq 200)=P(X>200)+P(X \leq 200)=1$，故 C 正确；

选项 D：解法一：由于随机变量 X，Y 均服从正态分布，且对称轴均为直线：$x=160$，

$D(X)=900>D(Y)=400$，所以在正态曲线中，Y 的峰值较高，正态曲线较“瘦高”，

随机变量分布比较集中，所以 $P(X \leq 180)<P(Y \leq 180)$，故 D 正确.

解法二：因为 $X \sim N(160,900)$，$Y \sim N(160,400)$，

所以 $P(X \leq 180)=P(X \leq 160+20)<P(X \leq 160+30)=P(Y \leq 160+20)=P(Y \leq 180)$，

故 D 正确.

故选：ACD.

10．已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x+2)-\log_2(x+4)$，下列说法正确的是（　）

A．函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-4,2]$

B．函数 $f(x-1)$ 为偶函数

C．函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-1,2]$

D．函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=-1$ 对称

【答案】BD

【解析】$f(x)$ 的定义域为：$\begin{cases}-x+2>0\\x+4>0\end{cases}$，$\therefore x\in(-4,2)$，

$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x+2)-\log_2(x+4)=-\log_2(-x+2)-\log_2(x+4)$ $=-\log_2(-x^2-2x+8)$；

对于 A，错误；

对于 B，$f(x-1)=-\log_2(-x+3)-\log_2(x+3)$，

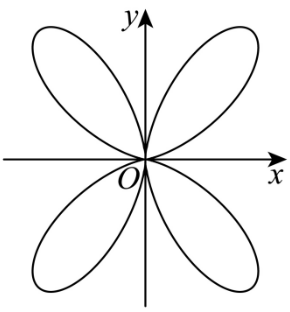
$f(-x-1)=-\log_2(x+3)-\log_2(-x+3)=f(x-1)$ 是偶函数，正确；

对于 C，$x=2$ 不在定义域内，错误；

对于 D，二次函数 $y=-x^2-2x+8$ 的对称轴是 x=-1，$\therefore f(x)$ 是关于 x=-1 对称的，正确；

故选：BD.

11．数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，例如：四叶草曲线就是其中一种，其方程为 $(x^2+y^2)^3=x^2y^2$，则下列说法正确的是（　）



A．四叶草曲线有四条对称轴

B．设 P 为四叶草曲线上一点，且在第一象限内，过 P 作两坐标轴的垂线，则两垂线与两坐标轴围成的矩形面积的最大值为 $\frac{1}{8}$

C．四叶草曲线上的点到原点的最大距离为 $\frac{1}{4}$

D．四叶草曲线的面积小于 $\frac{\pi}{4}$

【答案】ABD（更多试卷请关注微信公众号：智慧学库）

【解析】对于 A，将 x 换为 $-x$ 方程不变，所以曲线关于 y 轴对称；