2023年高考数学模拟试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．过双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的左焦点$F$作直线交双曲线的两天渐近线于$A$,$B$两点，若$B$为线段$FA$的中点，且$OB\perp FA$（$O$为坐标原点），则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

2．过双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点**F**作双曲线**C**的一条弦**AB**，且$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$，若以**AB**为直径的圆经过双曲线**C**的左顶点，则双曲线**C**的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．**2**　　D．$\sqrt{5}$

3．已知等边ΔABC内接于圆τ：$x^2+y^2=1$，且**P**是圆**τ**上一点，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最大值是（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．**1**　　C．$\sqrt{3}$　　D．**2**

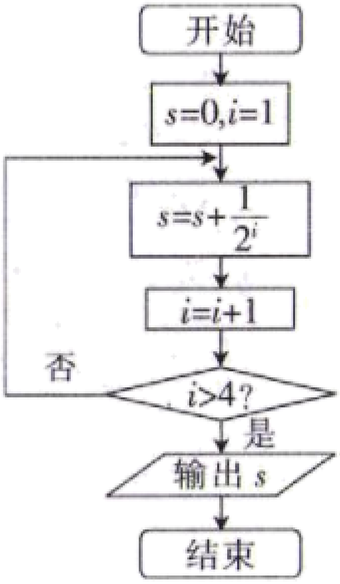
4．已知$A\left(-\sqrt{3},0\right)$，$B\left(\sqrt{3},0\right)$，$P$为圆$x^2+y^2=1$上的动点，$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{PQ}$，过点$P$作与$AP$垂直的直线$l$交直线$QB$于点$M$，若点$M$的横坐标为$x$，则$|x|$的取值范围是（　　）

A．$|x|\ge 1$　　B．$|x|>1$　　C．$|x|\ge 2$　　D．$|x|\ge\sqrt{2}$

5．已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，且 a_1 ， a_3 ， a_2 成等差数列，则公比 q 的值为（　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．-2　　C．-1 或 $\dfrac{1}{2}$　　D．1 或 $-\dfrac{1}{2}$

6．执行如图所示的程序框图，输出的结果为（　　）



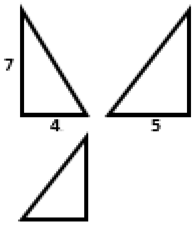
A．$\frac{7}{8}$　　B．$\frac{15}{8}$　　C．$\frac{31}{16}$　　D．$\frac{15}{16}$

7．已知集合 $A=\left\{x \mid x^2-2x-3<0\right\}$，集合 $B=\{x \mid x-1\geq 0\}$，则 $\complement_R(A\cap B)=$（　　）．

A．$(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$　　B．$(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$

C．$(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$　　D．$(1,3)$

8．我国古代数学名著《九章算术》有一问题：“今有鳖臑(*biē naò*)，下广五尺，无袤；上袤四尺，无广；高七尺.问积几何？”该几何体的三视图如图所示，则此几何体外接球的表面积为(　　)



A．90π 平方尺　　B．180π 平方尺

C．360π 平方尺　　D．$135\sqrt{10}\pi$ 平方尺

9．已知集合 ***U***＝{1，2，3，4，5，6}，***A***＝{2，4}，***B***＝{3，4}，则 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$（　　）

A．{3，5，6}　　B．{1，5，6}　　C．{2，3，4}　　D．{1，2，3，5，6}

10．已知集合 $A=\{x \mid |x-1|\leq 3, x\in Z\}, B=\left\{x\in Z \mid 2^x\in A\right\}$，则集合 $B=$（　　）

A．$\{-1,0,1\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

11．设 $m=\ln 2$，$n=\lg 2$，则（　　）

A．$m-n>mn>m+n$　　B．$m-n>m+n>mn$

C. $m+n>mn>m-n$　　　　　　　　D. $m+n>m-n>mn$

12．设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x^3<27$”是“$|x|<3$”的（　　）

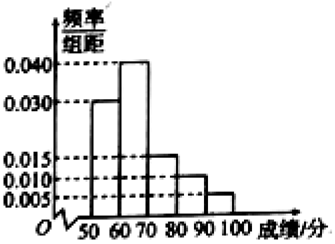
A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，斜率为 **2** 的直线 l 与 C 的交点为 A,B，若 $|AF|+|BF|=5$，则直线 l 的方程为__________.

14．若函数 $f(x)=\begin{cases}2,x\geq 0\\ \dfrac{2}{x},x<0\end{cases}$，则使得不等式 $f(f(a))>0$ 成立的 a 的取值范围为_________.

15．某中学举行了一次消防知识竞赛，将参赛学生的成绩进行整理后分为 **5** 组，绘制如图所示的频率分布直方图，记图中从左到右依次为第一、第二、第三、第四、第五组，已知第二组的频数是 **80**，则成绩在区间 $[80,100]$ 的学生人数是__________.



16．在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，

若 $2\cos A\left(b\cos C+c\cos B\right)=a=\sqrt{13}$，$\Delta ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$，

则 $A=$_______，$b+c=$_______.

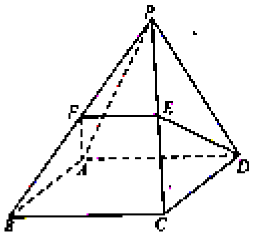
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且满足 $a_n^2-(n+1)a_n-2n^2-n=0$.

（**1**）求 a_1，a_2 及 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（**2**）求数列 $\{2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n.

18．（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=\sqrt{3}$，$AD=2$，$\triangle PAD$ 为正三角形，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，E、F 分别为 PC、PB 的中点.



（1）证明：$EF//$平面PAD；

（2）求几何体$ABCDEF$的体积.

19.（12分）第十四届全国冬季运动会召开期间，某校举行了“冰上运动知识竞赛”，为了解本次竞赛成绩情况，从中随机抽取部分学生的成绩(得分均为整数，满分100分)进行统计，请根据频率分布表中所提供的数据，解答下列问题：

（1）求a、b、c的值及随机抽取一考生其成绩不低于70分的概率；

（2）若从成绩较好的3、4、5组中按分层抽样的方法抽取5人参加“普及冰雪知识”志愿活动，并指定2名负责人，求从第4组抽取的学生中至少有一名是负责人的概率.

组号	分组	频数	频率
第1组	$[50,60)$	15	0.15
第2组	$[60,70)$	35	0.35
第3组	$[70,80]$	b	0.20
第4组	$[80,90]$	20	c
第5组	$[90,100)$	10	0.1
合计		a	1.00

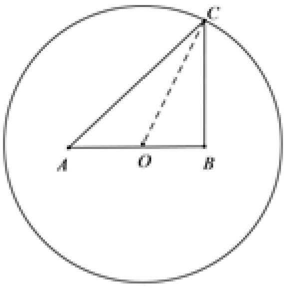
20.（12分）某公园准备在一圆形水池里设置两个观景喷泉，观景喷泉的示意图如图所示，A,B两点为喷泉，圆心O为AB的中点，其中$OA=OB=a$米，半径$OC=10$米，市民可位于水池边缘任意一点C处观赏.

（1）若当$\angle OBC=\dfrac{2\pi}{3}$时，$\sin\angle BCO=\dfrac{1}{3}$，求此时$a$的值；

（2）设$y=CA^2+CB^2$，且$CA^2+CB^2\leqslant 232$.

（i）试将y表示为a的函数，并求出a的取值范围；

（ii）若同时要求市民在水池边缘任意一点C处观赏喷泉时，观赏角度$\angle ACB$的最大值不小于$\dfrac{\pi}{6}$，试求A,B两处喷泉间距离的最小值.



21．（12 分）已知 $f(x)=a\sin(1-x)+\ln x$，其中 $a\in R$．

（1）当 $a=0$ 时，设函数 $g(x)=f(x)-x^2$，求函数 $g(x)$ 的极值．

（2）若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上递增，求 a 的取值范围；

（3）证明：$\sum\limits_{k=1}^{n}\sin\frac{1}{(2+k)^2}<\ln 3-\ln 2$．

22．（10 分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 **4** 元，售价每瓶 **6** 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 **2** 元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于 **25**，需求量为 **500** 瓶；如果最高气温位于区间[**20**，**25**)，需求量为 **300** 瓶；如果最高气温低于 **20**，需求量为 **200** 瓶．为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10，15）	[15，20）	[20，25）	[25，30）	[30，35）	[35，40）
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率．

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 **300** 瓶的概率；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量为 **450** 瓶时，写出 Y 的所有可能值，并估计 Y 大于零的概率．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

由题意可得双曲线的渐近线的方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$.

$\because B$为线段FA的中点，$OB\perp FA$

$\therefore OA=OF=c$，则ΔAOF为等腰三角形.

$\therefore \angle BOF=\angle BOA$

由双曲线的的渐近线的性质可得$\angle BOF=\angle xOA$

$\therefore \angle BOF=\angle BOA=\angle xOA=60°$

$\therefore \frac{b}{a}=\tan 60°=\sqrt{3}$，即$b^2=3a^2$.

$\therefore$双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{2a}{a}=2$

故选 C.

点睛：本题考查了椭圆和双曲线的定义和性质，考查了离心率的求解，同时涉及到椭圆的定义和双曲线的定义及三角形的三边的关系应用，对于求解曲线的离心率(或离心率的取值范围)，常见有两种方法：①求出a,c，代入公式$e=\frac{c}{a}$；②只需要根据一个条件得到关于a,b,c的齐次式，转化为a,c的齐次式，然后转化为关于e的方程(不等式)，解方程(不等式)，即可得e(e的取值范围).

2、C

【解析】

由$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$得 **F** 是弦 **AB** 的中点.进而得 **AB** 垂直于 **x** 轴，得$\frac{b^2}{a}=a+c$，再结合a,b,c关系求解即可

【详解】

因为$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$，所以 **F** 是弦 **AB** 的中点.且 **AB** 垂直于 **x** 轴.因为以 **AB** 为直径的圆经过双曲线 **C** 的左顶点，所以

$\frac{b^2}{a}=a+c$，即$\frac{c^2-a^2}{a}=a+c$，则$c-a=a$，故$e=\frac{c}{a}=2$.

故选：C

【点睛】

本题是对双曲线的渐近线以及离心率的综合考查，是考查基本知识，属于基础题.

3、D

【解析】

如图所示建立直角坐标系，设$P\left(\cos\theta,\sin\theta\right)$，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=1-\cos\theta$，计算得到答案.

【详解】

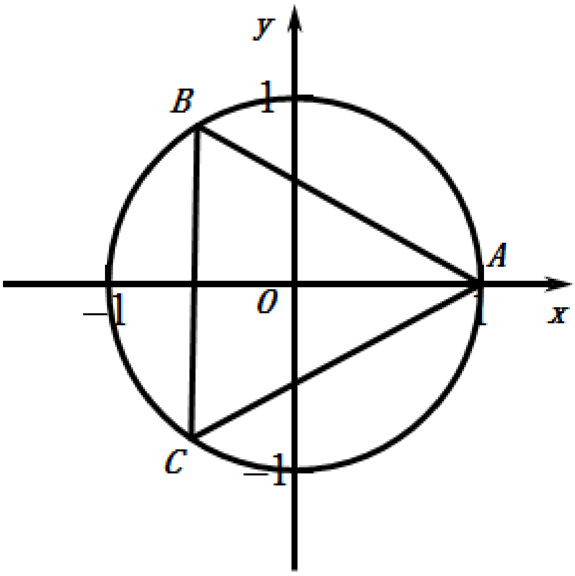
如图所示建立直角坐标系，则 $A(1,0)$，$B\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$C\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，设 $P(\cos\theta,\sin\theta)$，

则 $\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=(1-\cos\theta,-\sin\theta)\cdot(-1-2\cos\theta,-2\sin\theta)$

$=(1-\cos\theta)(-1-2\cos\theta)+2\sin^2\theta=2\cos^2\theta-\cos\theta-1+2\sin^2\theta=1-\cos\theta\le 2$.

当 $\theta=-\pi$，即 $P(-1,0)$ 时等号成立.

故选：D.



【点睛】

本题考查了向量的计算，建立直角坐标系利用坐标计算是解题的关键.

4、**A**

【解析】

由题意得 $||MB|-|MA||=|BQ|=2|OP|$，即可得点 ***M*** 的轨迹为以 ***A***，***B*** 为左、右焦点，$a=1$ 的双曲线，根据双曲线的性质即可得解.

【详解】

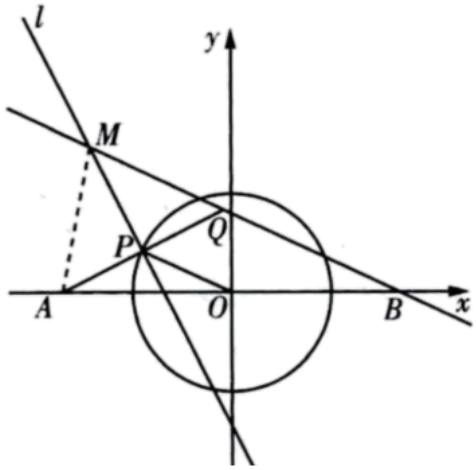
如图，连接 ***OP***，***AM***，

由题意得 $||MB|-|MA||=|BQ|=2|OP|=2$，

$\therefore$ 点 ***M*** 的轨迹为以 ***A***，***B*** 为左、右焦点，$a=1$ 的双曲线，

$\therefore |x|\ge 1$.

故选：**A.**



【点睛】

本题考查了双曲线定义的应用，考查了转化化归思想，属于中档题.

5、D

【解析】

由 a_1，a_3，a_2 成等差数列得 $2a_3=a_1+a_2$，利用等比数列的通项公式展开即可得到公比 q 的方程.

【详解】

由题意 $2a_3=a_1+a_2$，$\therefore 2a_1q^2=a_1q+a_1$，$\therefore 2q^2=q+1$，$\therefore q=1$ 或 $q=-\frac{1}{2}$

故选：D.

【点睛】

本题考查等差等比数列的综合，利用等差数列的性质建立方程求 q 是解题的关键，对于等比数列的通项公式也要熟练.

6、D

【解析】

由程序框图确定程序功能后可得出结论.

【详解】

执行该程序可得 $S=0+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}=\frac{15}{16}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查程序框图．解题可模拟程序运行，观察变量值的变化，然后可得结论，也可以由程序框图确定程序功能，然后求解.

7、A

【解析】

算出集合 A、B 及 $A\cap B$，再求补集即可.

【详解】

由 $x^2-2x-3<0$，得 $-1<x<3$，所以 $A=\{x\mid -1<x<3\}$，又 $B=\{x\mid x\geq 1\}$，

所以 $A\cap B=\{x\mid 1\leq x<3\}$，故 $\complement_R(A\cap B)=\{x\mid x<1$ 或 $x\geq 3\}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查集合的交集、补集运算，考查学生的基本运算能力，是一道基础题.

8、A

【解析】

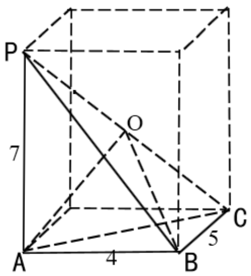
根据三视图得出原几何体的立体图是一个三棱锥，将三棱锥补充成一个长方体，此长方体的外接球就是该三棱锥的外接球，由球的表面积公式计算可得选项.

【详解】

由三视图可得，该几何体是一个如图所示的三棱锥 $P-ABC$，O 为三棱锥外接球的球心，此三棱锥的外接球也是此三棱锥所在的长方体的外接球，所以 O 为 PC 的中点， 设球半径为 R，则

$R^2=\left(\frac{1}{2}PC\right)^2=\frac{1}{4}\left(AB^2+BC^2+PA^2\right)=\frac{1}{4}\left(4^2+5^2+7^2\right)=\frac{45}{2}$,所以外接球的表面积 $S=4\pi R^2=4\pi\times\frac{45}{2}=90\pi$，

故选：A.



【点睛】

本题考查求几何体的外接球的表面积，关键在于由几何体的三视图得出几何体的立体图，找出外接球的球心位置和半径，属于中档题.

9、B

【解析】

按补集、交集定义，即可求解.

【详解】