

粒子群优化算法

Particle swarm optimization

一种基于群智能的优化算法

第1节 绪论

1. 最优化问题

在满足一定的约束条件下，寻找一组参数值，以使某些最优性度量得到满足，虽然系统的某些性能指标到达最大或最小。

$$\min F = f(X)$$

$$s.t. X \in S = \{X \mid g_i(X) \leq 0, i = 1, \dots, m\}$$

其中， F 为目的函数， $g_i(X)$ 为约束函数， S 为约束域， X 为 n 维优化变量。

最优化问题普遍存在于工业、社会、经济等各个领域。

第1节 绪论

对于

$$\begin{aligned} \min \quad & F = f(X) \\ \text{s.t.} \quad & X \in S = \{X \mid g_i(X) \leq 0, i = 1, \dots, m\} \end{aligned}$$

当 $f(X)$, $g_i(X)$ 为线性函数, 且 $X \geq 0$ 上述最优化问题即为线性规划问题, 有成熟的求解措施 (单纯形法)。

线性规划 (Linear programming, LP) 是运筹学中研究较早、发展较快、应用广泛、措施比较成熟的一种主要分支, 它是辅助人们进行科学管理的一种数学措施, 是研究线性约束条件下线性目的函数的极值问题的数学理论和措施。广泛应用于军事作战、经济分析、经营管理和工程技术等方面。为合理地利用有限的人力、物力、财力等资源作出的最优决策, 提供科学根据。

举例：（原则型线性规划问题）

$$\max \quad c_1x_1 + c_2x_2$$

$$s.t : \quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq b_3$$

$$\text{变量非负:} \quad x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

数学模型具有下列特点：

- 1) 若干个决策变量，决策变量的一组值表达一种方案，同步决策变量一般是非负的。
- 2) 目的函数是决策变量的线性函数，根据详细问题能够是最大化（max）或最小化（min），两者统称为最优化
- 3) 约束条件也是决策变量的线性函数

第1节 绪论

非线性规划

对于

$$\min F = f(X)$$

$$s.t. X \in S = \{X \mid g_i(X) \leq 0, i = 1, L, m\}$$

当 $f(X)$, $g_i(X)$ 当中至少有一种为非线性函数, 上述最优化问题即为**非线性规划问题**, 非常复杂, 目前依然没有一种有效的适应全部问题的求解措施。

2. 全局优化算法

全局最优解的定义:

假如存在 X^* , 使得对 $\forall X \in S$ 有:

$$f(X^*) \leq f(X) \quad X \in S$$

成立, 其中 $S \in R^n$ 为由约束条件限定的搜索空间, 则称 X^* 为 $f(X)$ 在 S 内的全局极小点, $f(X^*)$ 为其全局极小值。

对于目的函数为凸函数、约束域为凸域的所谓凸规划问题, 局部最优与全局最优等效。而对于非凸问题, 因为在约束域内目的函数存在多峰值, 因而其全局最优与局部最优相差可能很大。

为了可靠处理全局优化问题，人们试图离开解析拟定型的优化算法研究，转而探讨对函数解析性质要求较低甚至不作要求的随机型优化措施。

基于Monte-Carlo（蒙特卡洛）措施思想的随机型优化措施

针对详细问题性质的特点，构造以概率1收敛于全局最优点的随机搜索算法。

仿生型智能优化算法

是近些年来人们模拟自然界的某些自然现象而发展起来的一系列群体智能算法，如模拟退火措施、进化算法、等等，是比较有效且具有普遍适应性的随机全局优化措施。

3. 无免费午餐定理 (No Free Lunch Theorem, NFL)

对于全部可能的问题，任意给定两个算法 A ， A' ，假如 A 在某些问题上体现比 A' 好(差)，那么 A 在其他问题上的体现就一定比 A' 差(好)，也就是说，任意两个算法 A 、 A' 对全部问题的平均体现度量是完全一样的。

NFL定理的主要价值在于它对研究与应用优化算法时的观念性启示作用。当我们所面正确是一种大的而且形式多样的适应值函数类时，就必须考虑算法间所体现出的NFL效应。即假如算法 A 在某些函数上的体现超出算法 A' ，则在此类的其他函数上，算法 A' 的体现就比 A 要好。所以，对于整个函数类，不存在万能的最佳算法，全部算法在整个函数类上的平均体现度量是一样的。

4. 优化算法的研究导向

(1) 以算法为导向，从算法到问题。对于每一种算法，都有其合用和不合用的问题；给定一种算法，尽量经过理论分析，给出其合用问题类的特征，使其成为一种“指示性”的算法。

(2) 以问题为导向，从问题到算法。对于一种小的特定的函数集，或者一种特定的实际问题，能够设计专门合用的算法。

第2节 群智能算法的产生

1. 背景

- (1) 在科学研究和工程领域，存在大量的优化问题，尤其是，大规模、非线性、离散性、多目的等复杂的问题。
- (2) 伴随科学研究和工程应用面临的问题越来越复杂，使优化问题的求解难度越来越大。仅用老式的数学措施已经不能满足求解要求，迫切需要研究新的优化理论与技术。

2. 几种经典的优化问题

(1) 0-1背包问题:

有 n 个不同的物品，每个物品具有重量和价值，一种背包能够承重的上限是 W ，找出不超出背包承重限制、且总价值最大的将物品装入背包的方案。

数学描述为:

$$\max \sum_{j=1}^n v_j x_j$$

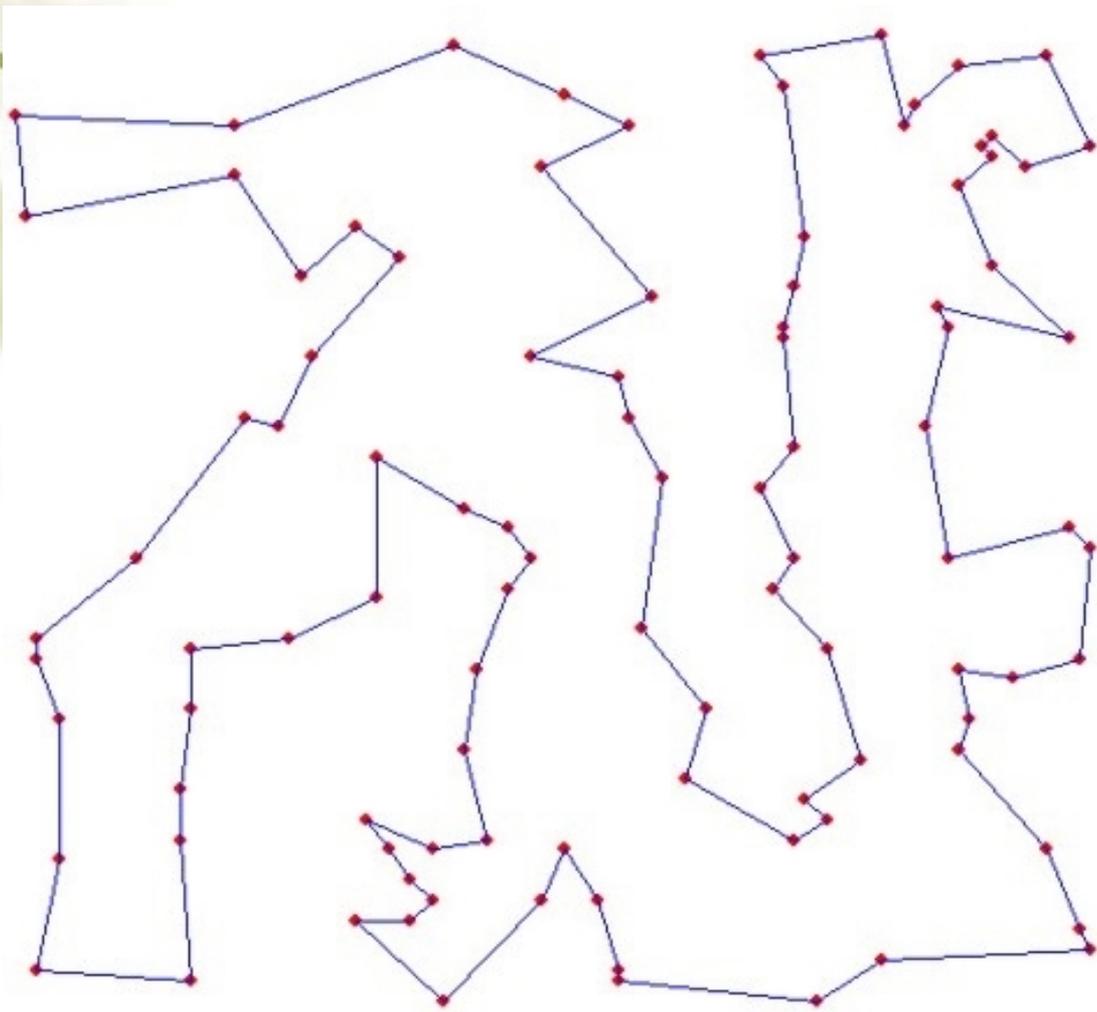
$$s.t. \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq W$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = 1,2,L, n$$

(2) 旅行商问题

(traveling salesman problem, TSP)

一种旅行商要访问 n 个城市的每个城市，若任意两个城市间的距离已知，寻找一条经过全部城市且每个城市只能经过一次的最短闭合途径。



100个城市的TSP最优解

(3) 车间作业调度问题

(Job shop scheduling problem, JSSP)

有 m 台机器和 n 个待加工工件, 每个工件均需要不反复地经过全部机床加工。工件的加工路线和加工时间已拟定。

同步假设:

- 1) 每台机器在同一时刻只能加工一种工件;
- 2) 不同的工件之间没有顺序约束;
- 3) 工件加工过程不能间断;

怎样安排每台机器上的工件加工顺序, 使全部工件的最大竣工时间最短。

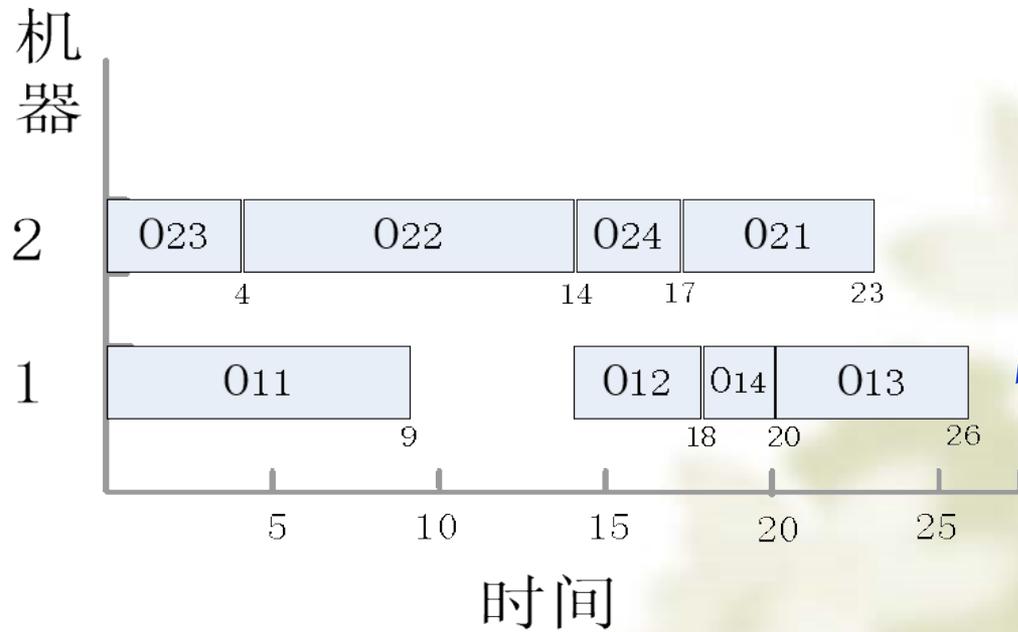
以一种4*2的调度问题为例：

(O_{ij} 表达第 j 个工件在第 i 台机器上加工)

工件	机器/加工时间/工序	
1	1/ 9 / O_{11}	2/ 6 / O_{21}
2	2/ 10 / O_{22}	1/ 4 / O_{12}
3	2/ 4 / O_{23}	1/ 6 / O_{13}
4	2/ 3 / O_{24}	1/ 2 / O_{14}

假设一种调度方案为:

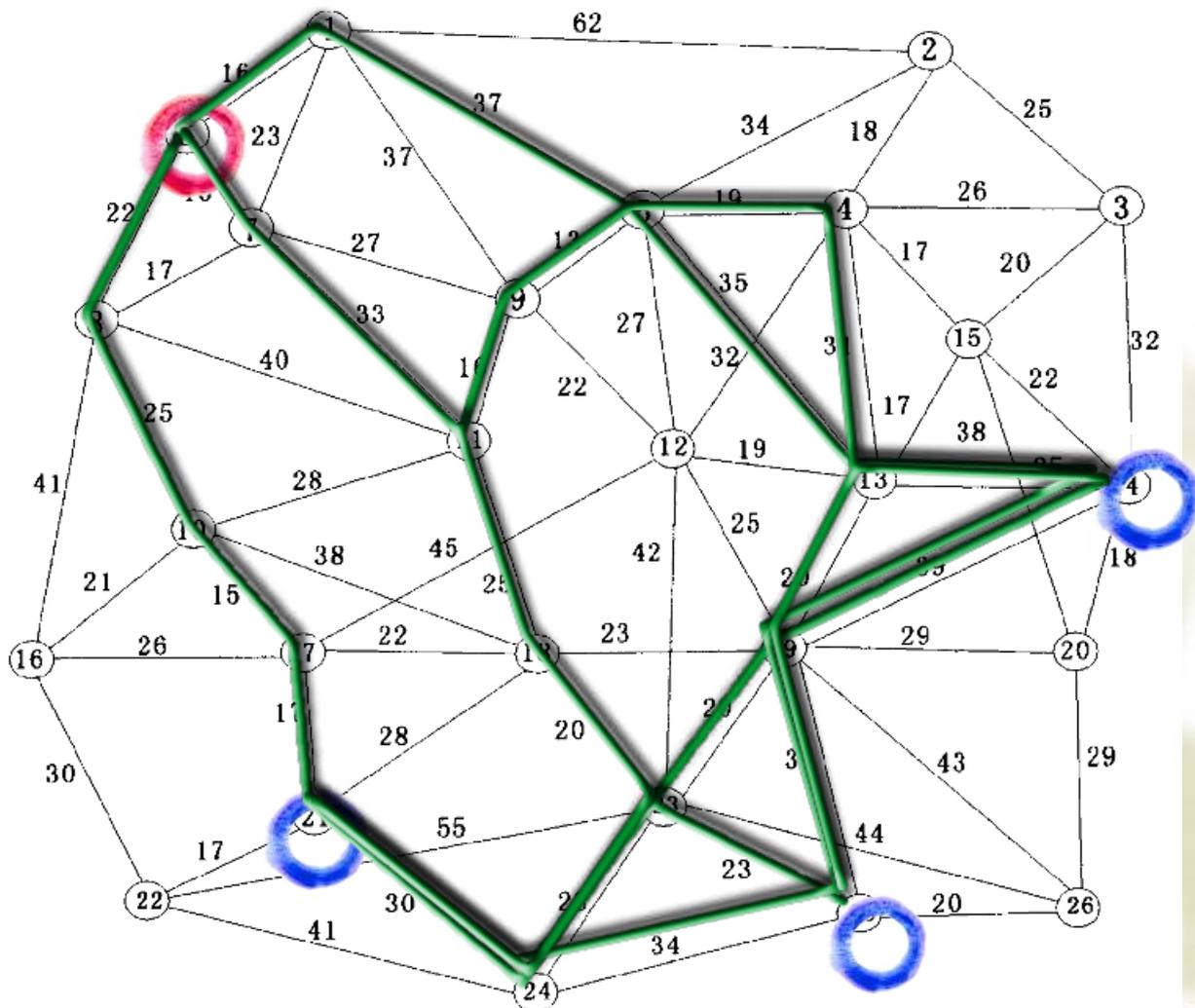
O_{11} , O_{23} , O_{22} , O_{24} , O_{12} , O_{14} , O_{13} , O_{21}



竣工时间为26



(4) 组播路由问题



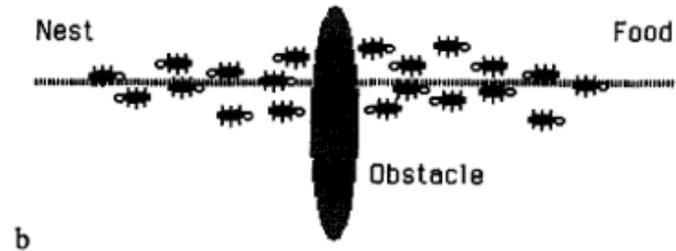
3. 源于生物（动物）行为的启发

(1) 蚂蚁的觅食行为

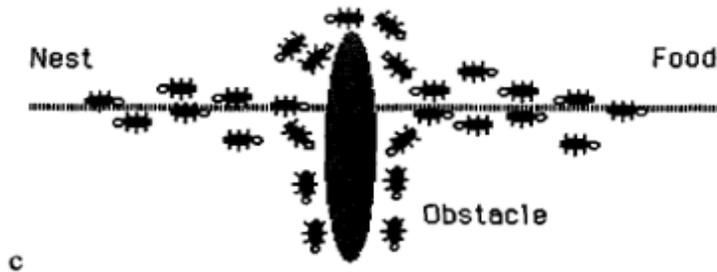
观察发觉，蚂蚁能够在没有任何可见提醒的情况下，找出从巢穴到食物源的最短途径，而且能随环境的变化而变化。



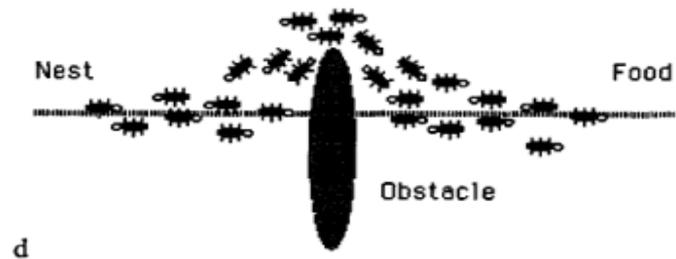
prey food



an obstacle is laid in the path



choosing path



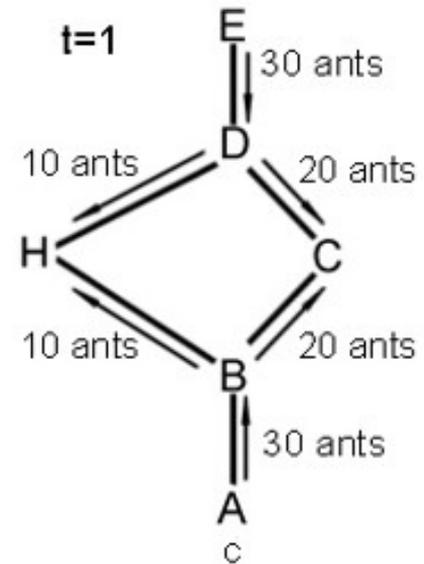
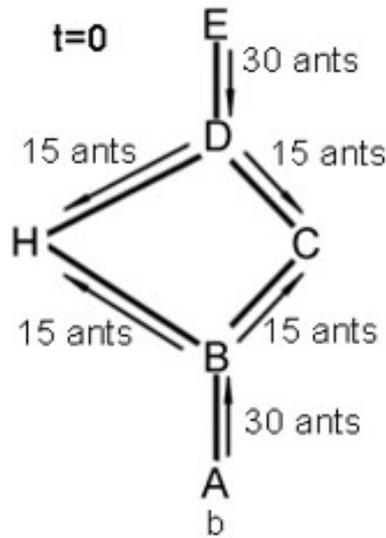
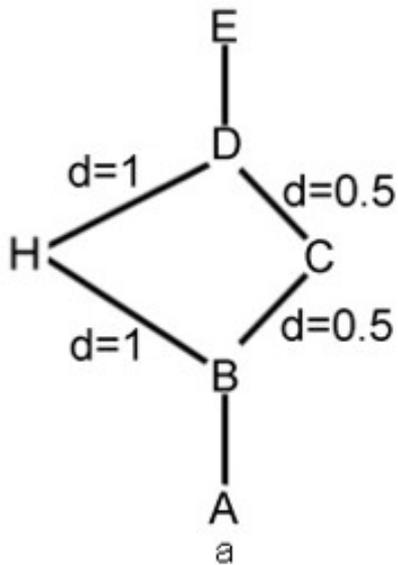
the shortest path

蚂蚁是怎样在食物源和巢穴之间找到最短途径的？

蚁群优化算法原理

在蚂蚁的体内存有一种化学物质，称为信息素（pheromone），当它们移动时经过释放信息素，以产生一条返回巢穴的途径。

在寻找食物时，蚂蚁先随意地对其巢穴周围的区域进行搜寻，并在走过的路上留下信息素。一旦一只蚂蚁找到了食物源，它会对食物做出评估并将一部分带回巢穴。在返回的途中，蚂蚁会根据食物的数量和质量留下不同量的信息素，信息素的浓度痕迹会引导其他蚂蚁找到食物源。



蚂蚁行为的机制

蚂蚁个体之间的信息互换是一种正反馈过程, 其觅食的协作本质能够概括为:

- ❖ 途径概率选择机制: 信息素浓度越高的路线, 被选中的概率越大。
- ❖ 信息素更新机制: 途径越短, 信息素的浓度增长得越快。
- ❖ 协同工作机制: 蚂蚁个体之间经过信息素进行信息传递。

由此, 发明了蚁群优化算法(Ant Colony Optimization , ACO)

(2) 鸟群行为



人们观察鸟群的群体行为发觉：

- ❖ 当一群鸟在随机搜寻食物时，发觉某个区域内有一块食物，鸟会先后飞向食物，以及在食物近来的鸟的周围区域继续搜寻食物。
- ❖ 数目庞大的鸟群在飞行中能够有形的变化方向，散开，或者队形的重组。

科学家以为，上述行为是基于鸟类的社会行为中的两个要素：个体经验和社会学习。

由此，发明了粒子群优化算法

(Particle Swarm optimization , PSO)

(3) 鱼群行为



鱼在一片水域的游动，能够归纳为四种行为：

a. 觅食行为

当鱼群发觉食物时，会向着食物的方向迅速游去；

b. 追尾行为

一条鱼向其视野内的另一条游向食物的鱼游去；

c. 聚群行为

为了防止被其他动物捕食，游向伙伴多的地方；

d. 随机游动

无目的的游动。

由此，发明了人工鱼群算法

(Artificial Fish Swarm Algorithm , AFSA)

第3节 群智能算法

1. 群 (Swarm)

群在自然界中广泛存在。根据剑桥高级学生词典的释义，Swarm被定义为a large group of insects all moving together. 也即：一大群一起运动的昆虫。然而，群的概念并不但仅局限于昆虫，例如：鱼群，椋鸟群，也都体现出一定的群集性。

群的每个组员，称为一种个体。每个个体，其运动只遵照简朴的规则。而且群组员之间是**平等关系**，而**没有主从关系**。由这些平等的、相互间能够协调运动的个体的集合，称之为“群”。

第3节 群智能算法

2. 群智能 (Swarm Intelligence)

经过观察鸟群和鱼群，科学家发觉，由这些生物群体所体现出的集体行为以及群组员之间的相互作用是如此的协调，以致于我们从主观的观感上以为群的运动一定是由一种或若干个“与众不同”的群组员所指挥。

然而事实并非如此。

所以，一种问题产生了：How could a swarm perform like that? 答案只有一种：群智能。

实际上，群组员的集体运动以及它们之间的相互作用是从每个群组员个体所遵照的某些**简朴行为规则自底向上的一种“突现 (emergence)”**。

个体仅具有简朴智能，但群体行为却体现出比较高级的智能。

第3节 群智能算法

(1) 计算机仿真

外国学者Reynolds使用计算机图形动画对复杂的群体行为进行仿真，仿真中采用三个简朴规则，成功地模拟了飞行的鸟群。

这三个规则是：

1. 防止碰撞
2. 飞向目的
3. 飞向群体的中心

(2) 行为主义

《Swarm Intelligence》一书中论述了这么的主要观点：**Mind is social.**

也就是说：人的智能源于社会性的相互作用，文化和认知是人类社会性不可分割的主要部分，这一观点也成为了群智能发展的基石。

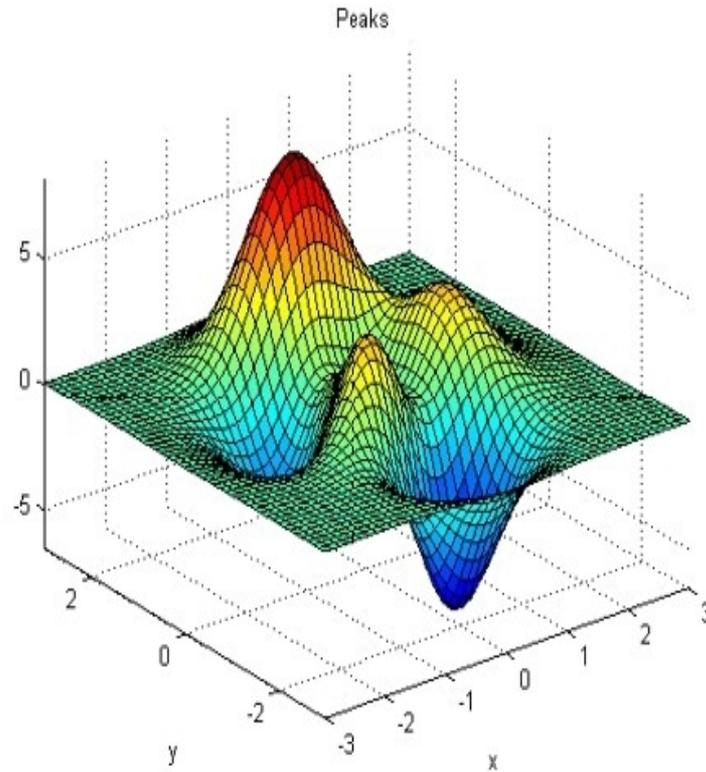
群智能已经成为了有别于老式人工智能中**连接主义**和**符号主义**的一种新的有关智能的描述措施，也称为**行为主义**。

(3) 技术措施

群智能的思绪，为在没有集中控制且不提供全局模型的前提下寻找复杂的分布式问题求解方案提供了基础。在计算智能领域已经取得成功的两个经典的基于Swarm intelligence的优化算法分别是**蚁群算法**和**粒子群算法**。除此之外，鱼群算法、蜂群算法、蛙跳算法、萤火虫算法、细菌觅食算法等基于群智能的优化算法也受到了广泛的关注。

引例：极值、搜索空间、局部最优

* 我们为何不用计算驻点的方式？而要用搜索的方式？



3. 群智能算法的一般框架

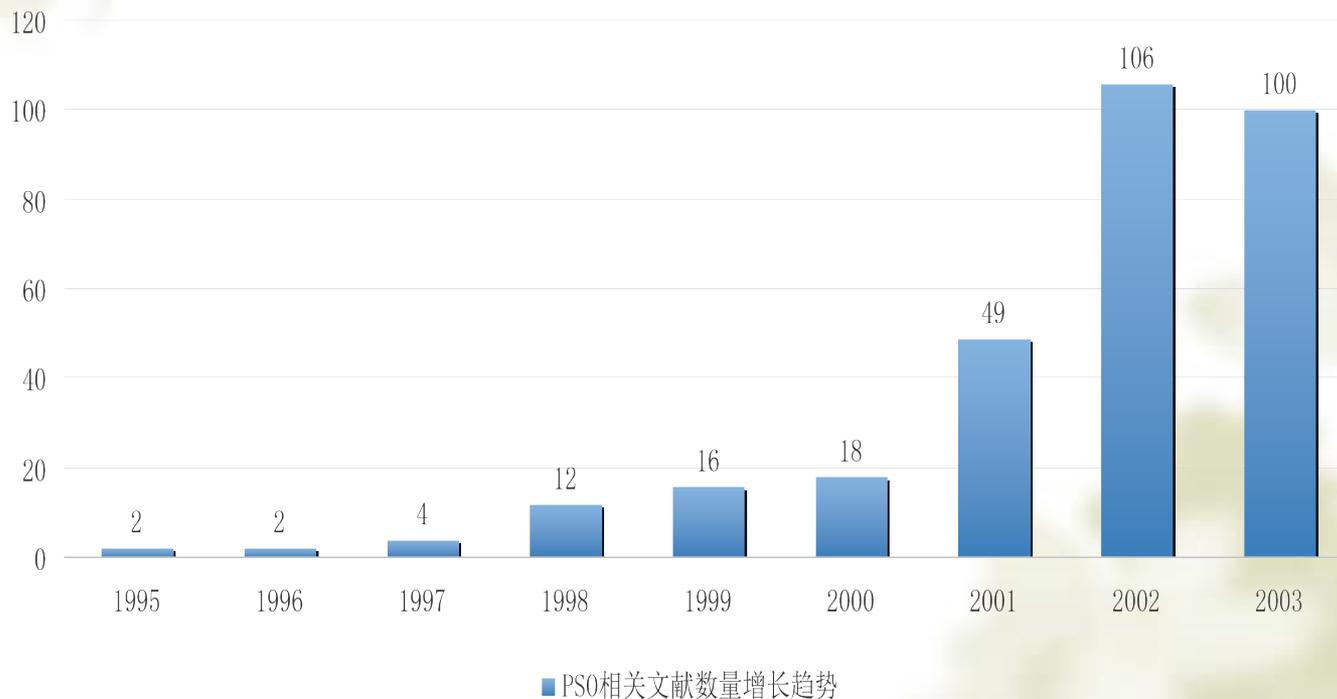
- (1) 产生一种初始种群，种群中的每一种个体表达待求解问题的一种潜在解（可行解）；
- (2) 计算种群中每个个体的适应度；
- (3) 用学习算子产生新一代种群；
- (4) 若满足终止条件，则算法停止；不然转环节(2)。

第4节 粒子群优化算法 (PSO)

- ❖ 1995年, Kennedy和 Eberhart在模拟鸟群觅食过程中的迁徙和群集行为时提出的一种基于**群智能**的演化计算技术。经过粒子在搜索空间中追随最优粒子飞行的方式进行搜索。
- ❖ PSO是一种基于种群的随机优化技术。经过粒子间的相互作用发觉复杂**搜索空间**中的最优区域。其优势在于简朴轻易实现, 同步又有着深刻的智能背景。既适合于科学研究, 又适合于工程应用, 而且参数少, 收敛快。
- ❖ 粒子群算法应用广泛: 系统优化、模式辨认、信号处理、机器人技术等。

粒子群优化算法的发展

PSO相关文献数量增长趋势



(1) PSO的基本思想

- ❖ 优化问题的潜在解都是搜索空间中一只鸟，称为“粒子”。每个粒子都有一种由待优化函数决定的适应度值 fitness。每个粒子还有一种速度决定它一次飞行的方向和距离。
- ❖ 粒子协同运动，一起在解空间中搜索。在迭代的搜索过程中，每个粒子经过跟踪两个“极值”来更新自己。第一种极值叫个体极值，就是目前粒子本身经历过的最佳位置；另一种极值叫社会极值，指的是目前种群经历过的最佳位置。
- ❖ 经过两个极值的引导，整个种群逐渐收敛，最终找到最优解。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/196143004203010240>