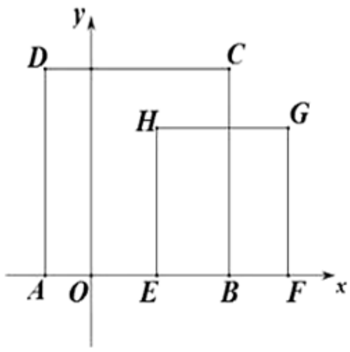
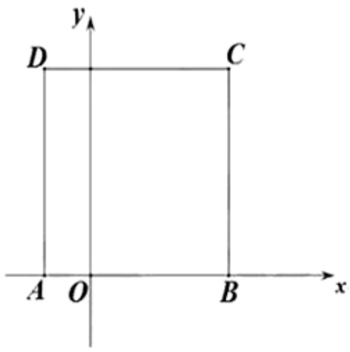
一、解答题

1．在平面直角坐标系 xOy 中，如图正方形 $ABCD$ 的顶点 A，B 坐标分别为 $A(-1,0)$，$B(3,0)$，点 E，F 坐标分别为 $E(m,0)$，$F(3m,0)$，且 $-1<m\le 2$，以 EF 为边作正方形 $EFGH$.设正方形 $EFGH$ 与正方形 $ABCD$ 重叠部分面积为S .





（1）①当点 F 与点 B 重合时，m 的值为______；②当点 F 与点A 重合时，m 的值为______.

（2）请用含 m 的式子表示S，并直接写出 m 的取值范围.

2．如图1，$AB//CD$，点 E、F 分别在 AB、CD 上，点 O 在直线 AB、CD 之间，且 $\angle EOF=100°$.

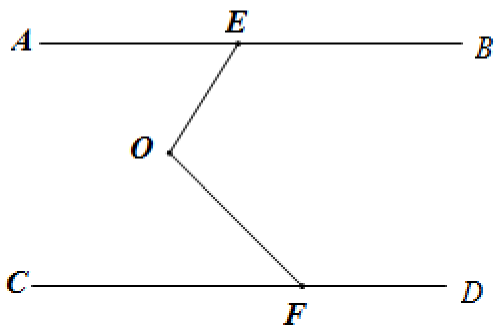


图1

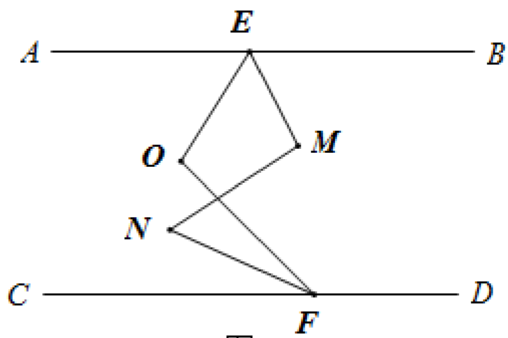


图2

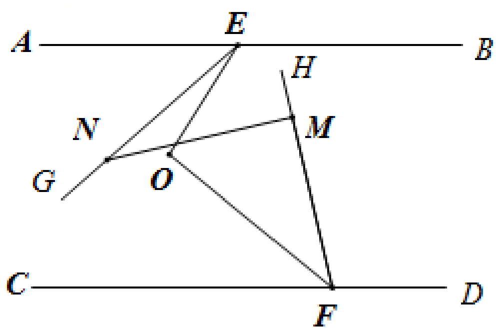


图3

（1）求 $\angle BEO+\angle OFD$ 的值；

（2）如图2，直线 MN 分别交 $\angle BEO$、$\angle OFC$ 的角平分线于点 M、N，直接写出 $\angle EMN-\angle FNM$ 的值；

（3）如图3，EG 在 $\angle AEO$ 内，$\angle AEG=m\angle OEG$；FH 在 $\angle DFO$ 内，$\angle DFH=m\angle OFH$

，直线MN分别交EG、FH分别于点M、N，且$\angle FMN-\angle ENM=50°$，直接写出$m$的值．

3．已知AB∥CD，线段EF分别与AB，CD相交于点E，F．

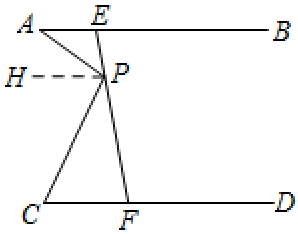


图1

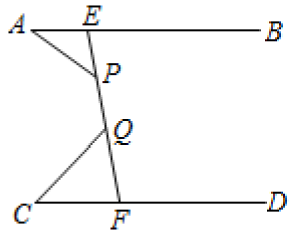


图2

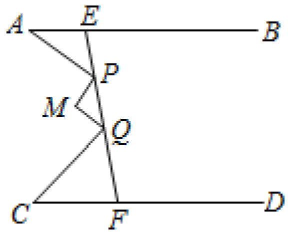


图3

（1）请在横线上填上合适的内容，完成下面的解答：

如图1，当点P在线段EF上时，已知∠A＝35°，∠C＝62°，求∠APC的度数；

解：过点P作直线PH∥AB，

所以∠A＝∠APH，依据是____；

因为AB∥CD，PH∥AB，

所以PH∥CD，依据是____；

所以∠C＝（____），

所以∠APC＝（____）+（____）＝∠A+∠C＝97°．

（2）当点P，Q在线段EF上移动时（不包括E，F两点）：

①如图2，∠APQ+∠PQC＝∠A+∠C+180°成立吗？请说明理由；

②如图3，∠APM＝2∠MPQ，∠CQM＝2∠MQP，∠M+∠MPQ+∠PQM＝180°，请直接写出∠M，∠A与∠C的数量关系．

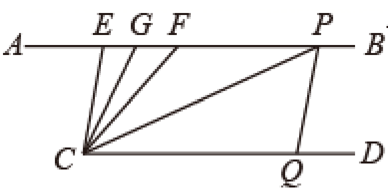
4．如图，已知直线$AB//$射线CD，$\angle CEB=110°$．P是射线EB上一动点，过点P作$PQ//EC$交射线CD于点Q，连接CP．作$\angle PCF=\angle PCQ$，交直线AB于点F，CG平分$\angle ECF$．

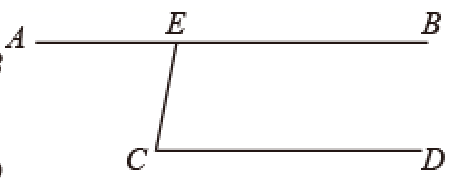
（1）若点P，F，G都在点E的右侧．

①求$\angle PCG$的度数；

②若$\angle EGC-\angle ECG=30°$，求$\angle CPQ$的度数．（不能使用“三角形的内角和是$180°$”直接解题）

（2）在点P的运动过程中，是否存在这样的偕形，使$\angle EGC:\angle EFC=3:2$？若存在，直接写出$\angle CPQ$的度数；若不存在．请说明理由．





备用图

5．已知：直线AB∥CD，M，N分别在直线AB，CD上，H为平面内一点，连HM，HN．

（1）如图1，延长HN至G，∠BMH和∠GND的角平分线相交于点E．求证：2∠MEN﹣∠MHN＝180°；

（2）如图2，$\angle BMH$和$\angle HND$的角平分线相交于点E.

①请直接写出$\angle MEN$与$\angle MHN$的数量关系：____________；

②作MP平分$\angle AMH$，$NQ\parallel MP$交ME的延长线于点Q，若$\angle H=140°$，求$\angle ENQ$的度数．（可直接运用①中的结论）

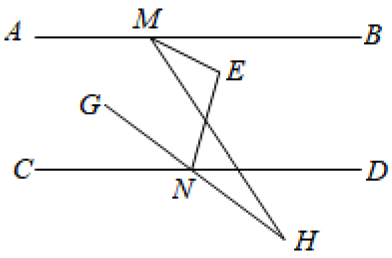


图1

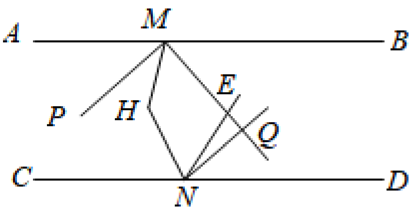


图2

6．已知，$AB\parallel CD$．点M在AB上，点N在CD上．

（1）如图1中，$\angle BME$、$\angle E$、$\angle END$的数量关系为：______；（不需要证明）

如图2中，$\angle BMF$、$\angle F$、$\angle FND$的数量关系为：______；（不需要证明）

（2）如图3中，NE平分$\angle FND$，MB平分$\angle FME$，且$2\angle E+\angle F=180°$，求$\angle FME$的度数；

（3）如图4中，$\angle BME=60°$，EF平分$\angle MEN$，NP平分$\angle END$，且$EQ\parallel NP$，则$\angle FEQ$的大小是否发生变化，若变化，请说明理由，若不变化，求出$\angle FEQ$的度数．

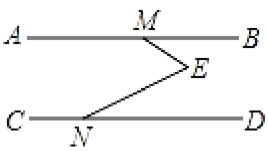


图1

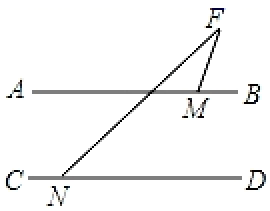


图2

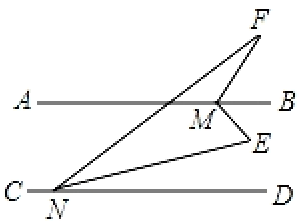


图3

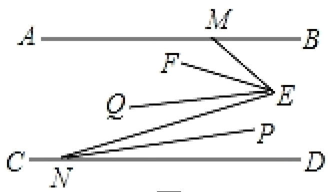


图4

7．阅读理解：

计算$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$时，若把$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)$与$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$分别各看着一个整体，再利用分配律进行运算，可以大大简化难度．过程如下：

解：设$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$为A，$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)$为B，

则原式=B（1+A）－A（1+B）=B+AB－A－AB=B－A=$\frac{1}{5}$．请用上面方法计算：

①$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)\times$

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)$

②$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n+1}\right)$-$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n+1}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$.

8．据说，我国著名数学家华罗庚在一次访问途中，看到飞机邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题：一个数32768，它是一个正数的立方，希望求它的立方根，华罗庚不假思索给出了答案，邻座乘客非常惊奇，很想得知其中的奥秘，你知道华罗庚是怎样准确计算出的吗？请按照下面的问题试一试：

（1）由$10^3=1000,100^3=1000000$，因为$1000<32768<1000000$，请确定$\sqrt[3]{32768}$是______位数；

（2）由32768的个位上的数是8，请确定$\sqrt[3]{32768}$的个位上的数是________，划去32768后面的三位数768得到32，因为$3^3=27,4^3=64$，请确定$\sqrt[3]{32768}$的十位上的数是_____________；

(3)已知13824和-110592分别是两个数的立方，仿照上面的计算过程，请计算：$\sqrt[3]{13824}$；$\sqrt[3]{-110592}$.

9．观察下列各式，并用所得出的规律解决问题：

（1）$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{200}\approx14.14$，$\sqrt{20000}\approx141.4$，……

$\sqrt{0.03}\approx0.1732$，$\sqrt{3}\approx1.732$，$\sqrt{300}\approx17.32$，……

由此可见，被开方数的小数点每向右移动______位，其算术平方根的小数点向______移动______位.

（2）已知$\sqrt{15}\approx3.873$，$\sqrt{1.5}\approx1.225$，则$\sqrt{150}\approx$_____；$\sqrt{0.15}\approx$______.

（3）$\sqrt[3]{1}=1$，$\sqrt[3]{1000}=10$，$\sqrt[3]{1000000}=100$，……

小数点的变化规律是_______________________.

（4）已知$\sqrt[3]{10}\approx2.154$，$\sqrt[3]{y}\approx-0.2154$，则$y=$______.

10．阅读下面的文字，解答问题.

对于实数a，我们规定：用符号$[a]$表示不大于a的最大整数；用$\{a\}$表示a减去$[a]$所得的差.

例如：$[\sqrt{3}]=1$，$[2.2]=2$，$\{\sqrt{3}\}=\sqrt{3}-1$，$\{2.2\}=2.2-2=0.2$.

（1）仿照以上方法计算：$[\sqrt{7}]=$_____$\{5-\sqrt{7}\}=$_____；

（2）若$[\sqrt{x}]=1$，写出所有满足题意的整数x的值：_____.

（3）已知y_0是一个不大于280的非负数，且满足$\{\sqrt{y_0}\}=0$．我们规定：$y_1=[\sqrt{y_0}]$，$y_2=[\sqrt{y_1}]$，$y_3=[\sqrt{y_2}]$，…，以此类推，直到y_n第一次等于1时停止计算．当y_0是符合条件的所有数中的最大数时，此时$y_0=$_____，$n=$_____.

11．阅读下列材料：小明为了计算$1+2+2^2+\cdots+2^{2019}+2^{2020}$的值，采用以下方法：

设$s=1+2+2^2+\cdots+2^{2019}+2^{2020}$ ①

则$2s=2+2^2+\cdots+2^{2020}+2^{2021}$ ②

②-①得，$2s-s=s=2^{2021}-1$

请仿照小明的方法解决以下问题：

（1）$1+2+2^2+\cdots+2^9=$________；

（2）$3+3^2+\cdots+3^{20}=$__________；

（3）求$1+a+a^2+a^3+\cdots a^n$的和（$a>1$，n是正整数，请写出计算过程）．

12．若一个四位数t的前两位数字相同且各位数字均不为0，则称这个数为“前介数”；若把这个数的个位数字放到前三位数字组成的数的前面组成一个新的四位数，则称这个新的四位数为“中介数”；记一个“前介数”t与它的“中介数”的差为P（t）．例如，5536前两位数字相同，所以5536为“前介数”；则6553就为它的“中介数”，P（5536）＝5536﹣6553＝-1017．

（1）P（2215）＝____，P（6655）＝____．

（2）求证：任意一个“前介数”t，P（t）一定能被9整除．

（3）若一个千位数字为2的“前介数”t能被6整除，它的“中介数”能被2整除，请求出满足条件的P（t）的最大值．

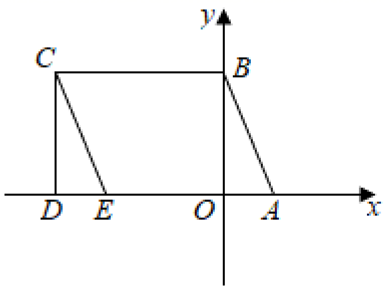
13．如图所示，A（1，0），点B在y轴上，将三角形OAB沿x轴负方向平移，平移后的图形为三角形DEC，点C的坐标为（﹣3，2）．

（1）直接写出点E的坐标_____；

（2）在四边形$ABCD$中，点P从点O出发，沿OB→BC→CD移动，若点P的速度为每秒1个单位长度，运动时间为t秒，请解决以下问题；

①当t为多少秒时，点P的横坐标与纵坐标互为相反数；

②当t为多少秒时，三角形PEA的面积为2，求此时P的坐标



14．已知$AB//CD$，定点E，F分别在直线AB，CD上，在平行线AB，CD之间有一动点P．

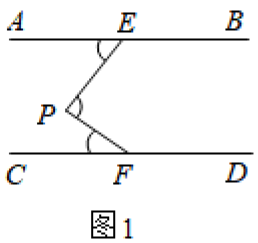
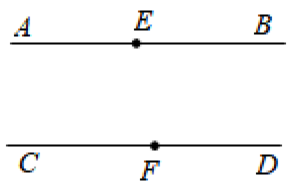
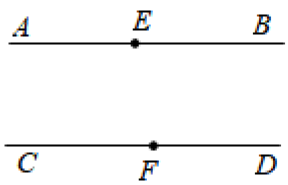


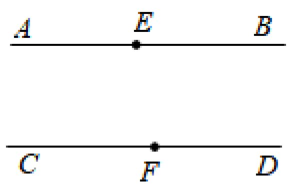
图1



备用图1



备用图2



备用图3

（1）如图1所示时，试问 $\angle AEP$ ， $\angle EPF$ ， $\angle PFC$ 满足怎样的数量关系?并说明理由.

（2）除了（1）的结论外，试问 $\angle AEP$ ， $\angle EPF$ ， $\angle PFC$ 还可能满足怎样的数量关系?请画图并证明

（3）当 $\angle EPF$ 满足 $0° < \angle EPF < 180°$ ，且 QE ， QF 分别平分 $\angle PEB$ 和 $\angle PFD$ ，

①若 $\angle EPF = 60°$ ，则 $\angle EQF =$ ________°.

②猜想 $\angle EPF$ 与 $\angle EQF$ 的数量关系. （直接写出结论）

15. 如图1，在平面直角坐标系中，点*A*为*x*轴负半轴上一点，点*B*为*x*轴正半轴上一点，$C(0,a)$，$D(b,a)$，其中*a*、*b*满足关系式：$|a+4|+(b-a-1)^2=0$.

(1) $a=$______，$b=$______，$\triangle BCD$ 的面积为______；

(2) 如图2，石 $AC \perp BC$ 于点*C*，点*P*是线段*OC*上一点，连接*BP*，延长*BP*交*AC*于点 Q. 当 $\angle CPQ = \angle CQP$ 时，求证：*BP*平分 $\angle ABC$；（提示：三角形三个内角和等于180°）

(3) 如图3，若 $AC \perp BC$ ，点*E*是点*A*与点*B*之间上一点连接*CE*，且*CB*平分 $\angle ECF$. 问 $\angle BEC$ 与 $\angle BCO$ 有什么数量关系？请写出它们之间的数量关系并请说明理由.

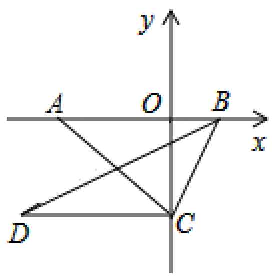


图1

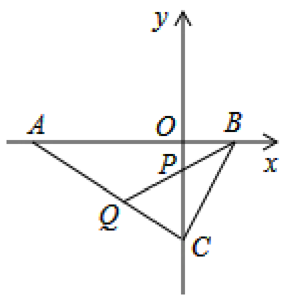


图2

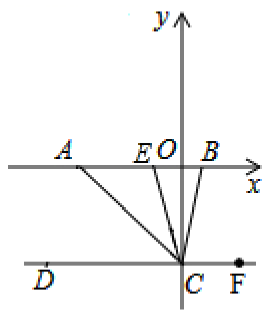


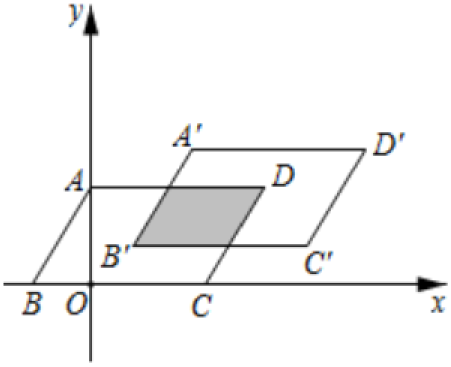
图3

16. 若关于*x*的方程*ax*+*b*＝0（*a*≠0）的解与关于*y*的方程*cy*+*d*＝0（*c*≠0）的解满足－1≤*x*－*y*≤1，则称方程*ax*+*b*＝0（*a*≠0）与方程*cy*+*d*＝0（*c*≠0）是“友好方程”．例如：方程2*x*－1＝0的解是*x*＝0.5，方程*y*－1＝0的解是*y*＝1，因为－1≤*x*－*y*≤1，方程2*x*－1＝0与方程*y*－1＝0是“友好方程”．

（1）请通过计算判断方程2*x*－9＝5*x*－2与方程5（*y*－1）－2（1－*y*）＝－34－2*y*是不是“友好方程”．

（2）若关于*x*的方程3*x*－3+4（*x*－1）＝0与关于*y*的方程 $\frac{3y+k}{2}$ +*y*＝2*k*+1是“友好方程”，请你求出*k*的最大值和最小值．

17. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 各顶点的坐标分别为 $A(0,3)$， $B(-1,0)$， $C(4,0)$， $D(5,3)$，现将四边形 $ABCD$ 经过平移后得到四边形 $A'B'C'D'$，点 B 的对应点 B' 的坐标为 $(1,1)$.

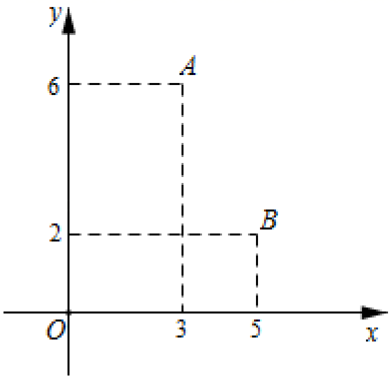


（1）请直接写点 A'、C'、D' 的坐标；

（2）求四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 重叠部分的面积；

（3）在 y 轴上是否存在一点 M，连接 MB、MC，使 $S_{\Delta MBC}=S_{四边形ABCD}$，若存在这样一点，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由．

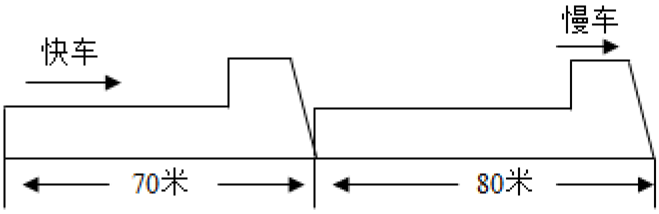
18．如图，在平面直角坐标系xOy中，对于任意两点A（x_1，y_1）与B（x_2，y_2）的“非常距离”，给出如下定义：若$|x_1-x_2|\geq|y_1-y_2|$，则点A与点B的“非常距离”为$|x_1-x_2|$；若$|x_1-x_2|<|y_1-y_2|$，则点A与点B的“非常距离”为$|y_1-y_2|$．

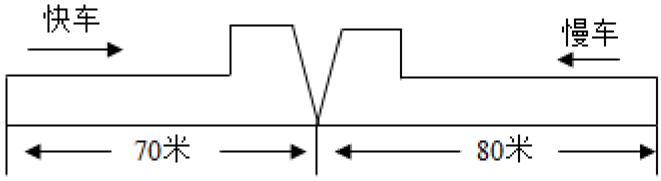


（1）填空：已知点A（3，6）与点B（5，2），则点A与点B的“非常距离”为_____；

（2）已知点C（﹣1，2），点D为y轴上的一个动点．①若点C与点D的“非常距离”为2，求点D的坐标；②直接写出点C与点D的“非常距离”的最小值．

19．一列快车长70米，慢车长80米，若两车同向而行，快车从追上慢车到完全离开慢车，所用时间为20秒．若两车相向而行，则两车从相遇到离开时间为4秒，求两车每秒钟各行多少米？





20．某公园的门票价格如下表所示：

购票人数	1～50 人	51～100 人	100 人以上
每人门票价	13 元	11 元	9 元

某中学七年级(1)、(2)两个班计划去游览该公园，其中(I)班的人数较少，不足 50 人；(2)班人数略多，有 50 多人．如果两个班都以班为单位分别购票，则一共应付 1172 元，如果两个班联合起来，作为一个团体购票，则需付 1078 元．

(1)列方程求出两个班各有多少学生；

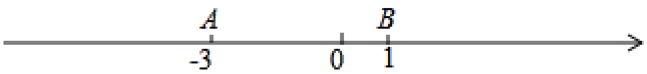
(2)如果两个班联合起来买票，是否可以买单价为 9 元的票？你有什么省钱的方法来帮他们买票呢？请给出最省钱的方案．

21．数轴上有两个动点M，N，如果点M始终在点N的左侧，我们称作点M是点N的“追赶点”．如图，数轴上有2个点A，B，它们表示的数分别为-3，1，已知点M是点N的“追赶点”，且M，N表示的数分别为m，n．

（1）由题意得：点A是点B的“追赶点”，AB=1-(-3)=4(AB表示线段AB的长，以下相同)；类似的，MN=____________．

（2）在A，M，N三点中，若其中一个点是另外两个点所构成线段的中点，请用含m的代数式来表示n．

（3）若$AM=BN$，$MN=\frac{4}{3}BM$，求m和n值．



22．已知，在平面直角坐标系中，三角形ABC三个顶点的坐标分别为$A(a,0)$，$B(b,4)$，$C(2,c)$，$BC//x$轴，且a、b满足$\sqrt{a+b-1}+|2a-b+10|=0$．

（1）则$a=$______；$b=$______；$c=$______；

（2）如图1，在y轴上是否存在点D，使三角形ABD的面积等于三角形ABC的面积？若存在，请求出点D的坐标；若不存在，请说明理由；

（3）如图2，连接OC交AB于点M，点$N(n,0)$在x轴上，若三角形BCM的面积小于三角形BMN的面积，直接写出n的取值范围是______．

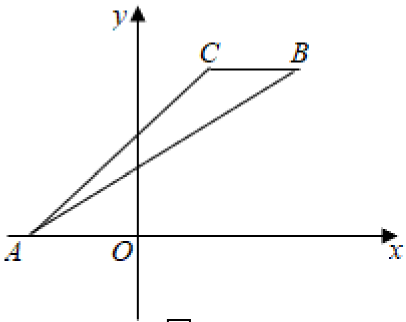


图1

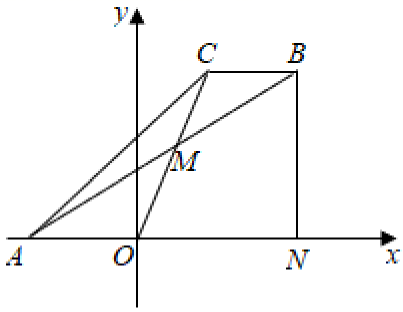


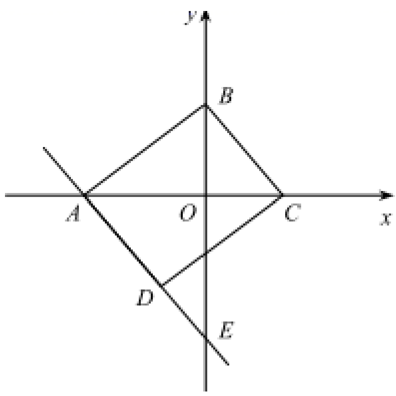
图2

23．如果3个数位相同的自然数m，n，k满足：$m+n=k$，且k各数位上的数字全部相同，则称数m和数n是一对“黄金搭档数”．例如：因为25，63，88都是两位数，且25+63＝88，则25和63是一对“黄金搭档数”．再如：因为152，514，666都是三位数，且152+514＝666，则152和514是一对“黄金搭档数”．

（1）分别判断87和12，62和49是否是一对“黄金搭档数”，并说明理由；

（2）已知两位数s和两位数t的十位数字相同，若s和t是一对“黄金搭档数”，并且s与t的和能被7整除，求出满足题意的s．

24．如图，在平面直角坐标系中，已知$A(a,0),B(0,b)$两点，且a、b满足$\sqrt{2a+b+4}+(a+2b-1)^2=0$点$C(m,0)$在射线AO上（不与原点重合）．将线段AB平移到DC，点D与点A对应，点C与点B对应，连接BC，直线AD交y轴于点E．请回答下列问题：



（1）求A、B两点的坐标；

（2）设三角形ABC面积为$S_{\Delta ABC}$，若4＜$S_{\Delta ABC}$≤7，求m的取值范围；

（3）设$\angle BCA=\alpha,\angle AEB=\beta$，请给出$\alpha,\beta$，满足的数量关系式，并说明理由．

25．阅读材料：形如$2<2x+1<3$的不等式，我们就称之为双连不等式.求解双连不等式的方法一，转化为不等式组求解，如$\begin{cases}2<2x+1\\2x+1<3\end{cases}$；方法二，利用不等式的性质直接求解，双连不等式的左、中、右同时减去1，得$1<2x<2$，然后同时除以2，得$\frac{1}{2}<x<11$．

解决下列问题：

（1）请你写一个双连不等式并将它转化为不等式组；

（2）利用不等式的性质解双连不等式$2\geq-2x+3>-5$；

（3）已知$-3 \le x < -\dfrac{5}{2}$，求$3x+5$的整数值．

26．材料1：我们把形如$ax+by=c$（a、b、c为常数）的方程叫二元一次方程．若a、b、c为整数，则称二元一次方程$ax+by=c$为整系数方程．若$|c|$是$|a|$，$|b|$的最大公约数的整倍数，则方程有整数解．例如方程$3x+4y=2, 7x-3y=5, 4x+2y=6$都有整数解；反过来也成立．方程$6x+3y=10$和$4x-2y=1$都没有整数解，因为6，3的最大公约数是3，而10不是3的整倍数；4，2的最大公约数是2，而1不是2的整倍数．

材料2：求方程$5x+6y=100$的正整数解．

解：由已知得：$x=\dfrac{100-6y}{5}=\dfrac{100-5y-y}{5}=20-y-\dfrac{y}{5}$……①

设$\dfrac{y}{5}=k$（k为整数），则$y=5k$……②

把②代入①得：$x=20-6k$．

所以方程组的解为$\begin{cases} x=20-6k \\ y=5k \end{cases}$，

根据题意得：$\begin{cases} 20-6k>0 \\ 5k>0 \end{cases}$．

解不等式组得$0 < k < \dfrac{10}{3}$．所以k的整数解是1，2，3．

所以方程$5x+6y=100$的正整数解是：$\begin{cases} x=14 \\ y=5 \end{cases}$，$\begin{cases} x=8 \\ y=10 \end{cases}$，$\begin{cases} x=2 \\ y=15 \end{cases}$．

根据以上材料回答下列问题：

（1）下列方程中：①$3x+9y=11$，②$15x-5y=70$，③$6x+3y=111$，④$27x-9y=99$，⑤$91x-26=169$，⑥$22x+121y=324$．没有整数解的方程是______（填方程前面的编号）；

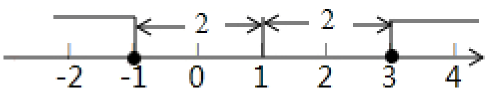
（2）仿照上面的方法，求方程$3x+4y=38$的正整数解；

（3）若要把一根长30 m的钢丝截成2 m长和3 m长两种规格的钢丝（两种规格都要有），问怎样截才不浪费材料？你有几种不同的截法？（直接写出截法，不要求解题过程）

27．阅读理解：

例1．解方程$|x|=2$，因为在数轴上到原点的距离为2的点对应的数为±2，所以方程$|x|=2$的解为$x=\pm2$．

例2．解不等式$|x-1|>2$，在数轴上找出$|x-1|=2$的解（如图），因为在数轴上到1对应的点的距离等于2的点对应的数为-1或3，所以方程$|x-1|=2$的解为$x=-1$或$x=3$，因此不等式$|x-1|>2$的解集为$x<-1$或$x>3$．



参考阅读材料，解答下列问题：

（1）方程$|x-2|=3$的解为______；

（2）解不等式：$|x-2|\le1$．

（3）解不等式：$|x-4|+|x+2|>8$．

（4）对于任意数x，若不等式$|x+2|+|x-4|>a$恒成立，求a的取值范围．

28．定义：如果一个两位数a的十位数字为m，个位数字为n，且$m \neq n$、$m \neq 0$、$n \neq 0$，那么这个两位数叫做“互异数”．

将一个“互异数”的十位数字与个位数字对调后得到一个新的两位数，把这个新两位数与原两位数的和与11的商记为$W(a)$．

例如：$a=14$，对调个位数字与十位数字得到新两位数41，新两位数与原两位数的和为$41+14=55$，和与11的商为$55\div 11=5$，所以$W(14)=5$．

根据以上定义，解答下列问题：

（1）填空：①下列两位数：20，21，22中，“互异数”为________；

②计算：$W(36)=$ ________；$W(10m+n)=$ ________；（m、n分别为一个两位数的十位数字与个位数字）

（2）如果一个“互异数”b的十位数字是x，个位数字是y，且$W(b)=7$；另一个“互异数”c的十位数字是$x+2$，个位数字是$2y-1$，且$W(c)=13$，请求出“互异数”b和c；

（3）如果一个“互异数”d的十位数字是x，个位数字是$x+3$，另一个“互异数”e的十位数字是$x-2$，个位数字是3，且满足$W(d)+W(e)<25$，请直接写出满足条件的所有x的值________；

（4）如果一个“互异数”f的十位数字是$x+4$，个位数字是x，且满足$W(f)<t$的互异数有且仅有3个，则t的取值范围________．

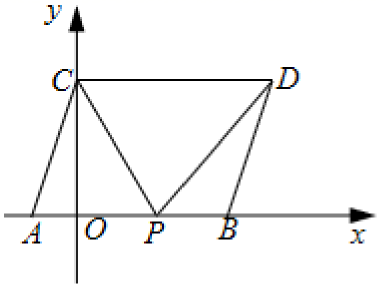
29．如图，在平面直角坐标系中，已知$A(a,0)$，$B(b,0)$，$C(0,4)$，a，b满足$(a+2)^2+\sqrt{b-4}=0$．平移线段AB得到线段CD，使点A与点C对应，点B与点D对应，连接AC，BD．

（1）求a，b的值，并直接写出点D的坐标；

（2）点P在射线AB（不与点A，B重合）上，连接PC，PD．

①若三角形PCD的面积是三角形PBD的面积的2倍，求点P的坐标；

②设$\angle PCA=\alpha$，$\angle PDB=\beta$，$\angle DPC=\theta$．求α，β，θ满足的关系式．



30．阅读以下内容：

已知有理数m，n满足m+n＝3，且$\begin{cases}3m+2n=7k-4\\2m+3n=-2\end{cases}$求k的值．

三位同学分别提出了以下三种不同的解题思路：

甲同学：先解关于m，n的方程组$\begin{cases}3m+2n=7k-4\\2m+3n=-2\end{cases}$，再求k的值；

乙同学：将原方程组中的两个方程相加，再求k的值；

丙同学：先解方程组$\begin{cases}m+n=3\\2m+3n=-2\end{cases}$，再求k的值．

（1）试选择其中一名同学的思路，解答此题；

（2）在解关于x，y的方程组$\begin{cases}(a+1)x-by=18①\\(b+2)x+ay=1②\end{cases}$时，可以用①×7－②×3消去未知数x，也可以用①×2+②×5消去未知数y．求a和b的值．

【参考答案】***试卷处理标记，请不要删除

一、解答题

1．（1）①1；②$-\frac{1}{3}$；（2）$S=\begin{cases}-2m^2+6m(1\le m\le 2)\\4m^2\left(-\frac{1}{3}\le m<0\right)\\4m^2(0<m<1)\\-2m^2-2m\left(-1<m<-\frac{1}{3}\right)\end{cases}$．

【分析】

（1）①②根据点F的坐标构建方程即可解决问题．

（2）分四种情形：①如图1中，当1≤m≤2时，重叠部分是四边形BEGN．②如图2中，当0＜m＜1时，重叠部分是正方形EFGH．③如图3中，-1＜m＜$-\frac{1}{3}$时，重叠部分是矩形AEHN．④如图4中，当$-\frac{1}{3}$≤m＜0时，重叠部分是正方形EFGH．分别求解即可解决问题．

【详解】

解：（1）①当点F与点B重合时，由题意3m=3，

∴m=1．

②当点F与点A重合时，由题意3m=-1，

∴m=$-\frac{1}{3}$，

故答案为1，$-\frac{1}{3}$．

（2）①当$1\le m\le 2$时，如图1.

$BE=3-m$，$HE=EF=3m-m=2m$．

$S=BE\cdot HE=2m(3-m)=-2m^2+6m$．

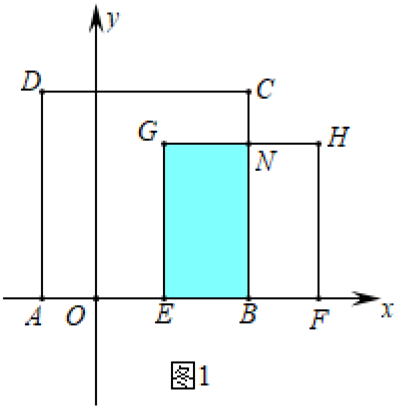


图1

②当 $0 \le m < 1$ 时，如图2.

$EF = 3m - m = 2m$.

$S = EF^2 = (2m)^2 = 4m^2$.

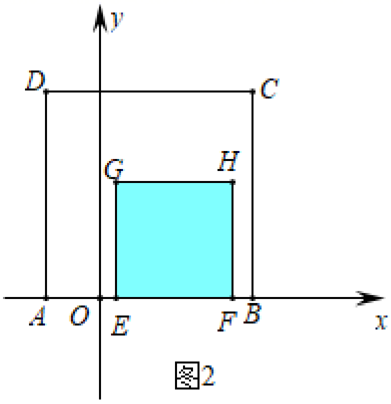


图2

③当 $-1 < m < -\frac{1}{3}$ 时，如图3.

$AE = m - (-1) = m + 1$， $HE = EF = m - 3m = -2m$.

$S = AE \cdot HE = -2m(m+1) = -2m^2 - 2m$

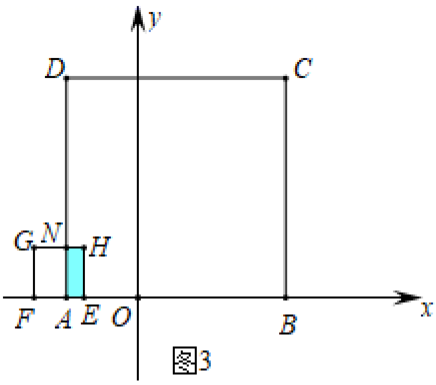


图3

④当 $-\frac{1}{3} \le m < 0$ 时，如图4.

$EF = m - 3m = 2m$.

$S = EF^2 = (-2m)^2 = 4m^2$.

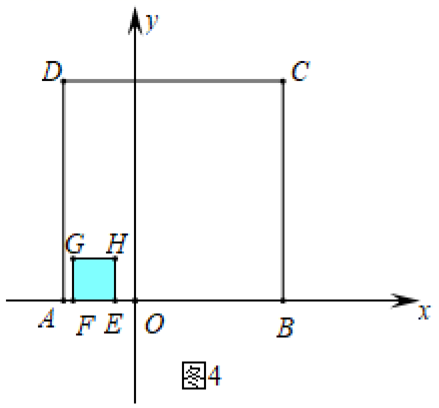


图4

综上，

$$S=\begin{cases}-2m^2+6m\left(1\le m\le 2\right)\\ 4m^2\left(-\frac{1}{3}\le m<0\right)\\ 4m^2\left(0<m<1\right)\\ -2m^2-2m\left(-1<m<-\frac{1}{3}\right)\end{cases}.$$

【点睛】

本题属于四边形综合题，考查了正方形的性质，平移变换，四边形的面积等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型.

2. （1）$\angle BEO+\angle DFO=260°$；（2）$\angle EMN-\angle FNM$ 的值为40°；（3）$\frac{5}{3}$.

【分析】

（1）过点O作$OG\parallel AB$，可得$AB\parallel OG\parallel CD$，利用平行线的性质可求解；

（2）过点M作$MK\parallel AB$，过点N作$NH\parallel CD$，由角平分线的定义可设$\angle BEM=\angle OEM=x$，$\angle CFN=\angle OFN=y$，由$\angle BEO+\angle DFO=260°$可求$x-y=40°$，进而求解；

（3）设直线FK与EG交于点H，FK与AB交于点K，根据平行线的性质即三角形外角的性质及$\angle FMN-\angle ENM=50°$，可得$\angle KFD-\angle AEG=50°$，结合$\angle AEG=n\angle OEG$，$DFK=n\angle OFK$，$\angle BEO+\angle DFO=260°$，可得$\angle AEG+\frac{1}{n}\angle AEG+180°-\angle KFD-\frac{1}{n}\angle KFD=100°$，

即可得关于n的方程，计算可求解n值.

【详解】

证明：过点O作$OG\parallel AB$，

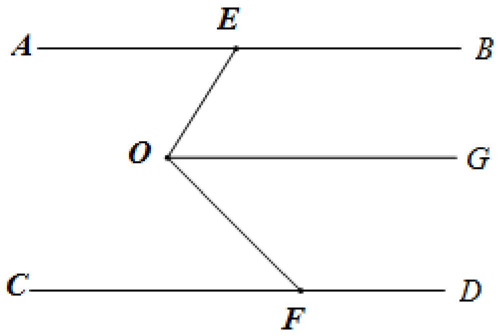


图1

∵$AB \parallel CD$，

∴$AB \parallel OG \parallel CD$，

$\therefore \angle BEO + \angle EOG = 180°$，$\angle DFO + \angle FOG = 180°$，

$\therefore \angle BEO + \angle EOG + \angle DFO + \angle FOG = 360°$，

即 $\angle BEO + \angle EOF + \angle DFO = 360°$，

∵$\angle EOF$=100°，

$\therefore \angle BEO + \angle DFO = 260°$；

（2）解：过点M作$MK \parallel AB$，过点N作$NH \parallel CD$，

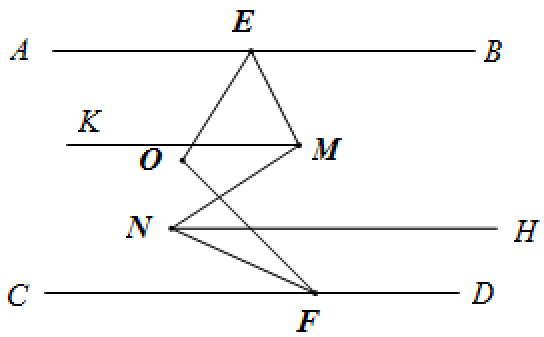


图2

∵EM平分$\angle BEO$，FN平分$\angle CFO$，

设 $\angle BEM = \angle OEM = x$，$\angle CFN = \angle OFN = y$，

$\because \angle BEO + \angle DFO = 260°$

$\therefore \angle BEO + \angle DFO = 2x + 180° - 2y = 260°$，

∴x-y=40°，

∵$MK \parallel AB$，$NH \parallel CD$，$AB \parallel CD$，

∴$AB \parallel MK \parallel NH \parallel CD$，

$\therefore \angle EMK = \angle BEM = x$，$\angle HNF = \angle CFN = y$，$\angle KMN = \angle HNM$，

$\therefore \angle EMN + \angle FNM = \angle EMK + \angle KMN -（\angle HNM + \angle HNF）$

$= x + \angle KMN - \angle HNM - y$

=x-y

=40°，

$\angle EMN - \angle FNM$ 的值为40°；

（3）如图，设直线FK与EG交于点H，FK与AB交于点K，

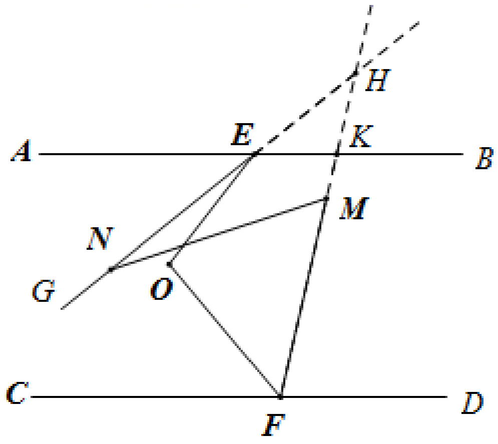


图3

∵$AB\parallel CD$，

$\therefore \angle AKF=\angle KFD$,

$\because \angle AKF=\angle EHK+\angle HEK=\angle EHK+\angle AEG$,

$\therefore \angle KFD=\angle EHK+\angle AEG$,

$\because \angle EHK=\angle NMF-\angle ENM=50°$,

$\therefore \angle KFD=50°+\angle AEG$,

即$\angle KFD-\angle AEG=50°$,

$\because \angle AEG=n\angle OEG$,$FK$在$\angle DFO$内，$\angle DFK=n\angle OFK$.

$\therefore \angle CFO=180°-\angle DFK-\angle OFK=180°-\angle KFD-\frac{1}{n}\angle KFD$，

$\angle AEO=\angle AEG+\angle OEG=\angle AEG+\frac{1}{n}\angle AEG$,

$\because \angle BEO+\angle DFO=260°$,

$\therefore \angle AEO+\angle CFO=100°$,

$\therefore \angle AEG+\frac{1}{n}\angle AEG+180°-\angle KFD-\frac{1}{n}\angle KFD=100°$,

即$\left(1+\frac{1}{n}\right)(\angle KFD-\angle AEG)=80°$,

$\therefore \left(1+\frac{1}{n}\right)\times 50°=80°$,

解得$n=\frac{5}{3}$．

经检验，符合题意，

故答案为：$\frac{5}{3}$.

【点睛】

本题主要考查平行线的性质，角平分线的定义，灵活运用平行线的性质是解题的关键.

3．（1）两直线平行，内错角相等；平行于同一条直线的两条直线平行；$\angle CPH$；$\angle APH$，$\angle CPH$；（2）①$\angle APQ+\angle PQC=\angle A+\angle C+180°$成立，理由见解答过程；②$3\angle PMQ+\angle A+\angle C=360°$.

【分析】
（1）根据平行线的判定与性质即可完成填空；
（2）结合（1）的辅助线方法即可完成证明；
（3）结合（1）（2）的方法，根据$\angle APM=2\angle MPQ$，$\angle CQM=2\angle MQP$，$\angle PMQ+\angle MPQ+\angle PQM=180°$，即可证明$\angle PMQ$，$\angle A$与$\angle C$的数量关系．
【详解】
解：过点P作直线$PH\parallel AB$，
所以$\angle A=\angle APH$，依据是两直线平行，内错角相等；
因为$AB\parallel CD$，$PH\parallel AB$，
所以$PH\parallel CD$，依据是平行于同一条直线的两条直线平行；
所以$\angle C=$（$\angle CPH$），
所以$\angle APC=$（$\angle APH$）+（$\angle CPH$）$=\angle A+\angle C=97°$．
故答案为：两直线平行，内错角相等；平行于同一条直线的两条直线平行；$\angle CPH$；$\angle APH$，$\angle CPH$；
（2）①如图2，$\angle APQ+\angle PQC=\angle A+\angle C+180°$成立，理由如下：

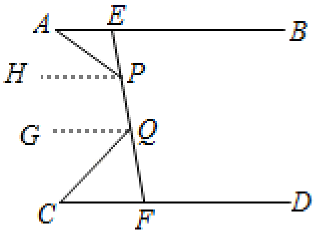


图2
过点P作直线$PH\parallel AB$，$QG\parallel AB$，
$\because AB\parallel CD$，
$\therefore AB\parallel CD\parallel PH\parallel QG$，
$\therefore \angle A=\angle APH$，$\angle C=\angle CQG$，$\angle HPQ+\angle GQP=180°$，
$\therefore \angle APQ+\angle PQC=\angle APH+\angle HPQ+\angle GQP+\angle CQG=\angle A+\angle C+180°$．
$\therefore \angle APQ+\angle PQC=\angle A+\angle C+180°$成立；
②如图3，

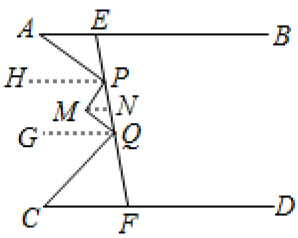


图3
过点P作直线$PH\parallel AB$，$QG\parallel AB$，$MN\parallel AB$，
$\because AB\parallel CD$，
$\therefore AB\parallel CD\parallel PH\parallel QG\parallel MN$，
$\therefore \angle A=\angle APH$，$\angle C=\angle CQG$，$\angle HPQ+\angle GQP=180°$，$\angle HPM=\angle PMN$，$\angle GQM=\angle QMN$，

∴$\angle PMQ=\angle HPM+\angle GQM$，

∵$\angle APM=2\angle MPQ$，$\angle CQM=2\angle MQP$，$\angle PMQ+\angle MPQ+\angle PQM=180°$，

∴$\angle APM+\angle CQM=\angle A+\angle C+\angle PMQ=2\angle MPQ+2\angle MQP=2$（$180°-\angle PMQ$），

∴$3\angle PMQ+\angle A+\angle C=360°$.

【点睛】

考核知识点：平行线的判定和性质．熟练运用平行线性质和判定，添加适当辅助线是关键

．

4．（1）①35°；（2）55°；（2）存在，52.5°或7.5°

【分析】

（1）①依据平行线的性质以及角平分线的定义，即可得到$\angle PCG$的度数；

②依据平行线的性质以及角平分线的定义，即可得到$\angle ECG=\angle GCF=20°$，再根据$PQ\parallel CE$，即可得出$\angle CPQ=\angle ECP=60°$；

（2）设$\angle EGC=3x$，$\angle EFC=2x$，则$\angle GCF=3x-2x=x$，分两种情况讨论：①当点G、F在点E的右侧时，②当点G、F在点E的左侧时，依据等量关系列方程求解即可.

【详解】

解：（1）①∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle CEB+\angle ECQ=180°$，

∵$\angle CEB=110°$，

∴$\angle ECQ=70°$，

∵$\angle PCF=\angle PCQ$，CG平分$\angle ECF$，

∴$\angle PCG=\angle PCF+\angle FCG=\frac{1}{2}\angle QCF+\frac{1}{2}\angle FCE=\frac{1}{2}\angle ECQ=35°$；

②∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle QCG=\angle EGC$，

∵$\angle QCG+\angle ECG=\angle ECQ=70°$，

∴$\angle EGC+\angle ECG=70°$，

又∵$\angle EGC-\angle ECG=30°$，

∴$\angle EGC=50°$，$\angle ECG=20°$，

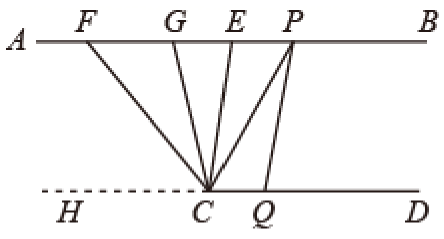
∴$\angle ECG=\angle GCF=20°$，$\angle PCF=\angle PCQ=\frac{1}{2}(70°-40°)=15°$，

∵$PQ\parallel CE$，

∴$\angle CPQ=\angle ECP=\angle ECQ-\angle PCQ=70°-15°=55°$.

（2）52.5°或7.5°，

设$\angle EGC=3x°$，$\angle EFC=2x°$，



①当点G、F在点E的右侧时，

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore \angle QCG=\angle EGC=3x°$，$\angle QCF=\angle EFC=2x°$，

则$\angle GCF=\angle QCG-\angle QCF=3x°-2x°=x°$，

$\therefore \angle PCF=\angle PCQ=\frac{1}{2}\angle FCQ=\frac{1}{2}\angle EFC=x°$，

则$\angle ECG=\angle GCF=\angle PCF=\angle PCD=x°$，

$\because \angle ECD=70°$，

$\therefore 4x=70°$，解得$x=17.5°$，

$\therefore \angle CPQ=3x=52.5°$；

②当点G、F在点E的左侧时，反向延长CD到H，

$\because \angle EGC=3x°$，$\angle EFC=2x°$，

$\therefore \angle GCH=\angle EGC=3x°$，$\angle FCH=\angle EFC=2x°$，

$\therefore \angle ECG=\angle GCF=\angle GCH-\angle FCH=x°$，

$\because \angle CGF=180°-3x°$，$\angle GCQ=70°+x°$，

$\therefore 180-3x=70+x$，

解得$x=27.5$，

$\therefore \angle FCQ=\angle ECF+\angle ECQ=27.5°\times 2+70°=125°$，

$\therefore \angle PCQ=\frac{1}{2}\angle FCQ=62.5°$，

$\therefore \angle CPQ=\angle ECP=62.5°-55°=7.5°$，

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质，掌握两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等是解题的关键．

5．（1）见解析；（2）①$2\angle MEN+\angle MHN=360°$；②$20°$

【分析】

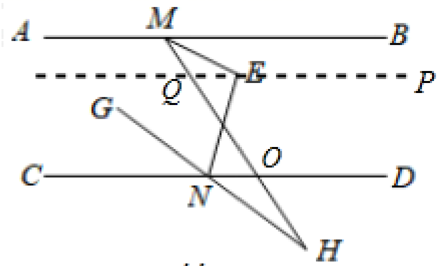
（1）过点E作$EP\parallel AB$交MH于点Q，利用平行线的性质、角平分线性质、邻补角和为180°，角与角之间的基本运算、等量代换等即可得证．

（2）①过点H作$GI\parallel AB$，利用（1）中结论$2\angle MEN-\angle MHN=180°$，利用平行线的性质、角平分线性质、邻补角和为180°，角与角之间的基本运算、等量代换等得出$\angle AMH+\angle HNC=360°-(\angle BMH+\angle HND)$，进而用等量代换得出$2\angle MEN+\angle MHN=360°$．

②过点H作$HT\parallel MP$，由①的结论得$2\angle MEN+\angle MHN=360°$，$\angle H=140°$，$\angle MEN=110°$．利用平行线性质得$\angle ENQ+\angle ENH+\angle NHT=180°$，由角平分线性质及邻补角可得$\angle ENQ+\angle ENH+140°-\frac{1}{2}(180°-\angle BMH)=180°$．继续使用等量代换可得$\angle ENQ$度数．

【详解】

解：（1）证明：过点E作$EP\parallel AB$交MH于点Q．如答图1



答图1

∵$EP\parallel AB$且ME平分$\angle BMH$，

∴$\angle MEQ=\angle BME=\frac{1}{2}\angle BMH$．

∵$EP\parallel AB$，$AB\parallel CD$，

∴$EP\parallel CD$，又NE平分$\angle GND$，

∴$\angle QEN=\angle DNE=\frac{1}{2}\angle GND$．（两直线平行，内错角相等）

∴$\angle MEN=\angle MEQ+\angle QEN=\frac{1}{2}\angle BMH+\frac{1}{2}\angle GND=\frac{1}{2}$（$\angle BMH+\angle GND$）．

∴$2\angle MEN=\angle BMH+\angle GND$．

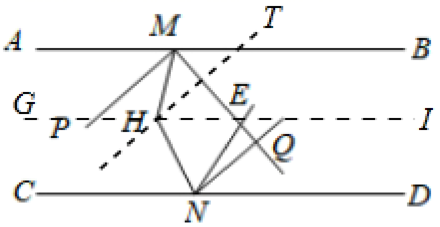
∵$\angle GND+\angle DNH=180°$，$\angle DNH+\angle MHN=\angle MON=\angle BMH$．

∴$\angle DHN=\angle BMH-\angle MHN$．

∴$\angle GND+\angle BMH-\angle MHN=180°$，

即$2\angle MEN-\angle MHN=180°$．

（2）①：过点H作$GI\parallel AB$．如答图2



答图2

由（1）可得$\angle MEN=\frac{1}{2}$（$\angle BMH+\angle HND$），

由图可知$\angle MHN=\angle MHI+\angle NHI$，

∵$GI\parallel AB$，

∴$\angle AMH=\angle MHI=180°-\angle BMH$，

∵$GI\parallel AB$，$AB\parallel CD$，

∴$GI\parallel CD$．

∴$\angle HNC=\angle NHI=180°-\angle HND$．

∴$\angle AMH+\angle HNC=180°-\angle BMH+180°-\angle HND=360°-$（$\angle BMH+\angle HND$）．

又∵$\angle AMH+\angle HNC=\angle MHI+\angle NHI=\angle MHN$，

∴$\angle BMH+\angle HND=360°-\angle MHN$．

即$2\angle MEN+\angle MHN=360°$．

故答案为：$2\angle MEN+\angle MHN=360°$．

②：由①的结论得$2\angle MEN+\angle MHN=360°$，

$\because \angle H=\angle MHN=140°$，

$\therefore 2\angle MEN=360°-140°=220°$．

$\therefore \angle MEN=110°$．

过点H作$HT\parallel MP$．如答图2

$\because MP\parallel NQ$，

$\therefore HT\parallel NQ$．

$\therefore \angle ENQ+\angle ENH+\angle NHT=180°$（两直线平行，同旁内角互补）．

$\because MP$平分$\angle AMH$，

$\therefore \angle PMH=\frac{1}{2}\angle AMH=\frac{1}{2}(180°-\angle BMH)$．

$\because \angle NHT=\angle MHN-\angle MHT=140°-\angle PMH$．

$\therefore \angle ENQ+\angle ENH+140°-\frac{1}{2}(180°-\angle BMH)=180°$．

$\because \angle ENH=\frac{1}{2}\angle HND$．

$\therefore \angle ENQ+\frac{1}{2}\angle HND+140°-90°+\frac{1}{2}\angle BMH=180°$．

$\therefore \angle ENQ+\frac{1}{2}(HND+\angle BMH)=130°$．

$\therefore \angle ENQ+\frac{1}{2}\angle MEN=130°$．

$\therefore \angle ENQ=130°-110°=20°$．

【点睛】

本题考查了平行线的性质，角平分线的性质，邻补角，等量代换，角之间的数量关系运算，辅助线的作法，正确作出辅助线是解题的关键，本题综合性较强．

6．（1）$\angle BME=\angle MEN-\angle END$；$\angle BMF=\angle MFN+\angle FND$；（2）120°；（3）不变，30°

【分析】

（1）过E作$EH\parallel AB$，易得$EH\parallel AB\parallel CD$，根据平行线的性质可求解；过$F$作$FH\parallel AB$，易得$FH\parallel AB\parallel CD$，根据平行线的性质可求解；

（2）根据（1）的结论及角平分线的定义可得$2(\angle BME+\angle END)+\angle BMF-\angle FND=180°$，可求解$\angle BMF=60°$，进而可求解；

（3）根据平行线的性质及角平分线的定义可推知$\angle FEQ=\frac{1}{2}\angle BME$，进而可求解．

【详解】

解：（1）过E作$EH\parallel AB$，如图1，

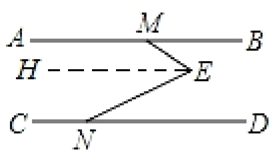


图1

$\therefore \angle BME=\angle MEH$，

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore HE\parallel CD$，