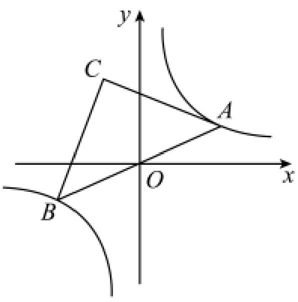
专题 04 反比例函数中的等腰三角形

1．如图，点 A 是反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 图像上的一动点，连接 AO 并延长交图像的另一支于点 B．在点 A 的运动过程中，若存在点 $C(m,n)$，使得 $AC\perp BC$， $AC=BC$，则 m， n 满足（　）

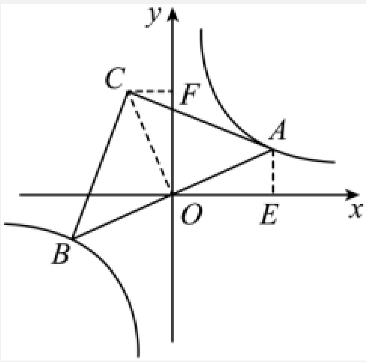


A． $mn=-2$　　B． $mn=-4$　　C． $n=-2m$　　D． $n=-4m$

【答案】B

【分析】连接 OC，过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于点 E，过点 C 作 $CF\perp y$ 轴于点 F，根据等腰直角三角形的性质得出 $OC=OA$，通过角的计算找出 $\angle AOE=\angle COF$，结合“ $\angle AEO=90°$， $\angle CFO=90°$ ”可得出 $\Delta AOE\cong\Delta COF$，根据全等三角形的性质，可得出 $A(-m,n)$，进而得到 $-mn=4$，进一步得到 $mn=-4$．

【详解】解：连接 OC，过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于点 E，过点 C 作 $CF\perp y$ 轴于点 F，如图所示：



Q 由直线 AB 与反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的对称性可知 A 、 B 点关于 O 点对称，

$\therefore AO=BO$，

又Q $AC\perp BC$， $AC=BC$，

$\therefore CO\perp AB$， $CO=\dfrac{1}{2}AB=OA$，

Q $\angle AOE+\angle AOF=90°$， $\angle AOF+\angle COF=90°$，

$\therefore \angle AOE=\angle COF$，

又Q $\angle AEO=90°$， $\angle CFO=90°$，

$\therefore \Delta AOE \cong \Delta COF(AAS)$，

$\therefore OE = OF$， $AE = CF$，

Q 点 $C(m,n)$，

$\therefore CF = -m$， $OF = n$，

$\therefore AE = -m$， $OE = n$，

$\therefore A(n,-m)$，

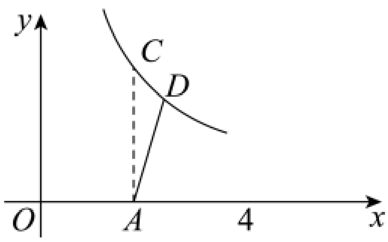
Q 点 A 是反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 图像上，

$\therefore -mn = 4$， 即 $mn = -4$，

故选：B．

【点睛】本题考查了反比例函数图像上点的坐标特征、反比例函数的性质，等腰直角三角形的性质以及全等三角形的判定及性质，解题的关键是求出点 A 的坐标．

2．已知，在平面直角坐标系中，A 的坐标为 $(4,0)$，点 B 是 OA 中点，点 $C(2,n)$ 在 $y=\frac{3\sqrt{3}}{x}(x>0)$ 的图像上，点 D 从点 C 出发沿着 $y=\frac{3\sqrt{3}}{x}(x>0)$ 的图像向右运动，在△ABD 形状的变化过程中，依次出现的特殊三角形是（　）



A．直角三角形→等边三角形→等腰三角形→直角三角形

B．直角三角形→直用三角形→等腰三角形→等腰三角形

C．直角三角形→等边三角形→直角三角形→等腰三角形

D．等腰三角形→等边三角形→直角三角形→等腰三角形

【答案】C

【分析】画出图形，然后把 D 依次从点 C 出发向右运动，即可得到△ABD 形状的变化，从而得解．

【详解】解：由题意可知 B（2，0）、C（2，$\frac{3\sqrt{3}}{2}$），

∴D 在 C 点时，BD⊥x 轴，△ABD 为直角三角形，

当 D 点运动到（3，$\frac{3\sqrt{3}}{3}$）即（3，$\sqrt{3}$）时，可以得到：

$BD=\sqrt{(3-2)^2+(\sqrt{3})^2}=2$，$AD=\sqrt{(3-4)^2+(\sqrt{3})^2}=2$，即 $BD=AD=AB=2$，

∴此时△ABD 为等边三角形，

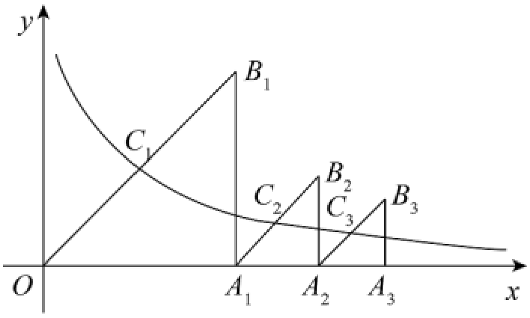
当 D 点运动到（4，$\frac{3\sqrt{3}}{4}$）时，可以得到 $AD\perp x$ 轴，即△ABD 为直角三角形，

综上所述，只有 C 符合题意，

故选 C.

【点睛】本题考查反比例函数的综合应用，熟练掌握反比例函数的性质、直角三角形、等边三角形、等腰三角形的意义是解题关键.

3．如图，VOA_1B_1，V$A_1A_2B_2$，△$A_2A_3B_3$，……是分别以 A_1，A_2，A_3，……为直角项点，一条直角边在 x 轴正半轴上的等腰直角三角形，其斜边的中点 $C_1(x_1,y_1)$，$C_2(x_2,y_2)$，$C_3(x_3,y_3)$，……，均在反比例函数 $y=\frac{4}{x}(x>0)$ 的图象上，则 y_1+y_2+K K $+y_{2022}$ 的值为（　）



A．$2\sqrt{2021}$　　B．$2\sqrt{2022}$　　C．$4\sqrt{2021}$　　D．$4\sqrt{2022}$

【答案】B

【分析】根据点 C_1 的坐标，确定 y_1，可求反比例函数关系式，由点 C_1 是等腰直角三角形的斜边中点，可以得到 OA_1 的长，然后再设未知数，表示点 C_2 的坐标，确定 y_2，代入反比例函数的关系式，建立方程解出未知数，表示点 C_3 的坐标，确定 y_3，……然后再求和.

【详解】解：如图，过 C_1、C_2、C_3……分别作 x 轴的垂线，垂足分别为 D_1、D_2、D_3……

则 $\angle OD_1C_1=\angle OD_2C_2=\angle OD_3C_3=90^{\circ}$

QVOA_1B_1 是等腰直角三角形

$\therefore \angle A_1OB_1=45^{\circ}$

$\therefore \angle OC_1D_1=45^{\circ}$

$\therefore OD_1=C_1D_1$，

其斜边的中点$C_1(x_1,y_1)$在反比例函数$y=\frac{4}{x}(x>0)$中

$\therefore C_1(2,2)$, 即 $y_1=2$,

$\therefore OD_1=D_1A_1=2$,

$\therefore OA_1=2OD_1=4$,

设 $A_1D_2=a$, 则 $C_2D_2=a$

此时将 $C_2(4+a,a)$ 代入 $y=\frac{4}{x}$ 得

$a(4+a)=4$,

解得 $a=2\sqrt{2}-2$, 即 $y_2=2\sqrt{2}-2$,

同理 $y_3=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$,

$y_4=2\sqrt{4}-2\sqrt{3}$,

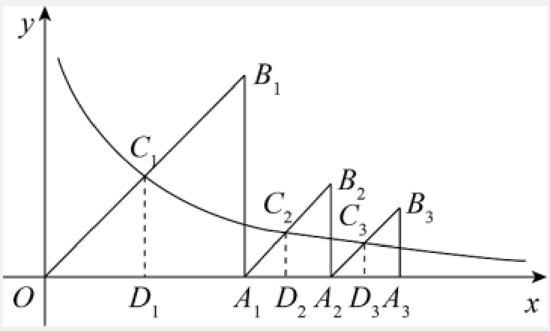
……

$\therefore y_1+y_2+\cdots\cdots+y_{2022}$

$=2+2\sqrt{2}-2+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}+\ldots.2\sqrt{2022}-2\sqrt{2021}$

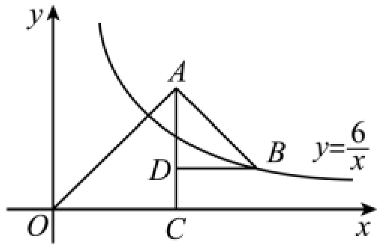
$=2\sqrt{2022}$

故选：B.



【点睛】考查反比例函数的图象和性质、反比例函数图象上点的坐标特征、等腰直角三角形的性质等知识，通过计算有一定的规律，推断出一般性的结论，得出答案.

4．如图，$\triangle OAC$ 和$\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形，$\angle ACO=\angle ADB=90^\circ$，反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 在第一象限的图象经过点 B，则$\triangle OAC$ 与$\triangle BAD$ 的面积之差 $S_{\triangle OAC}-S_{\triangle BAD}$ 为（　）



A．9　　　　B．12　　　　C．6　　　　D．3

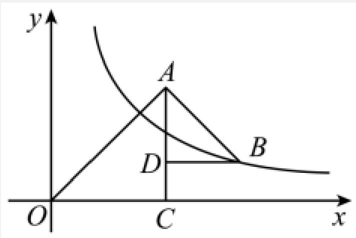
【答案】D

【分析】已知反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}$，根据系数 k 的代数意义，设函数图象上点 B 的坐标为 $(m，\frac{6}{m})$再结合已知条件求解即可；

【详解】解：如图，设点 $C(n，0)$，

∵点 B 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，

∴设点 $B(m，\frac{6}{m})$．



∵△OAC 和△BAD 都是等腰直角三角形，

∴点 A 的坐标为$(n，n)$，点 D 的坐标为$(n，\frac{6}{m})$，$AD=BD$，

∴$n-\frac{6}{m}=m-n$，

化简整理得 $m^2-2mn=-6$．

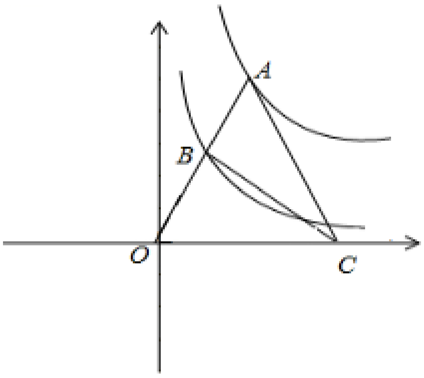
∴$S_{△}OAC-S_{△}BAD=\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}(m-n)^2=-\frac{1}{2}m^2+mn=-\frac{1}{2}(m^2-2mn)$，

∴$S_{△}OAC-S_{△}BAD=3$．

故选 D．

【点睛】本题主要考查了反比例函数与几何综合，三角形面积，等腰直角三角形的性质，解题的关键在于能够熟练掌握反比例函数图像上点的坐标特征．

5．如图，点 A 为函数 $y=\frac{18}{x}(x>0)$ 图象上一点，连结 OA，交函数 $y=\frac{2}{x}(x>0)$ 的图象于点 B，点 C 是 x 轴上一点，且 $AO=AC$，则三角形 ABC 的面积为（　）



A．9　　B．12　　C．20　　D．36

【答案】B

【分析】根据题意可以分别设出点 A、点 B 的坐标，根据点 O、A、B 在同一条直线上可以得到 A、B 的坐标之间的关系，由 AO=AC 可知点 C 的横坐标是点 A 的横坐标的 2 倍，从而可以得到△ABC 的面积．

【详解】解：设点 A 的坐标为（a，$\frac{18}{a}$），点 B 的坐标为（b，$\frac{2}{b}$），

∵点 C 是 x 轴上一点，且 AO=AC，

∴点 C 的坐标是（2a，0），

设过点 O（0，0），A（a，$\frac{18}{a}$）的直线的解析式为：y=kx，

∴$\frac{18}{a}$=ak，

解得，k=$\frac{18}{a^2}$，

又∵点 B（b，$\frac{2}{b}$）在 y=$\frac{18}{a^2}$x 上，

∴$\frac{2}{b}$=$\frac{18}{a^2}$•b，解得，$\frac{a}{b}$=3 或 $\frac{a}{b}$=−3（舍去），

∴$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle OBC}=\frac{2a\cdot\frac{18}{a}}{2}-\frac{2a\cdot\frac{2}{b}}{2}$=18-6=12．

故选：B．

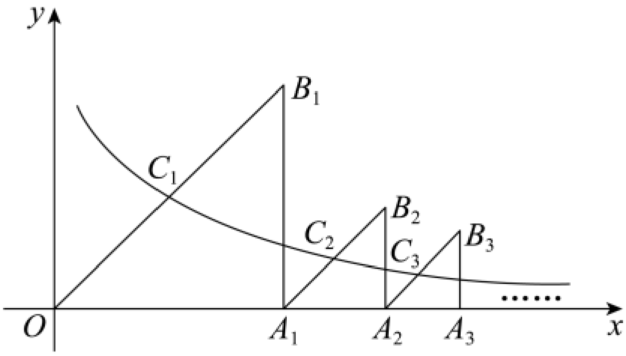
【点睛】本题考查反比例函数的图象、三角形的面积、等腰三角形的性质，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件．

第 II 卷（非选择题）

请点击修改第 II 卷的文字说明

二、填空题

6．如图，$\triangle OA_1B_1$，$\triangle A_1A_2B_2$，$\triangle A_2A_3B_3$…是分别以 A_1，A_2，A_3…为直角顶点，一条直角边在 x 轴正半轴上的等腰直角三角形，其斜边的中点 C_1，C_2，C_3…均在反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$（$x>0$）的图象上，则点 A_{2021} 的坐标为 ________.



【答案】（$2\sqrt{2021}$，0）

【分析】先设点 C_1 的坐标为 $(x,\dfrac{1}{x})$，然后由点 C_1 是 OB_1 的中点得到点 B_1 的坐标为 $(2x,\dfrac{2}{x})$，进而得到 A_1 的坐标为 $(2x,0)$，即可得到 $OA_1=2x$，$A_1B_1=\dfrac{2}{x}$，然后由△OA_1B_1 是等腰直角三角形得到 $2x=\dfrac{2}{x}$，解方程得到 x 的值，即可得到点 A_1 的坐标. 然后设点 C_2 的坐标为 $(a,\dfrac{1}{a})$，进而得到点 B_2 和 A_2 的坐标，从而由等腰直角三角形的性质得到 $A_1A_2=A_2B_2$，求得 a 的值即可得到 A_2 的坐标，用同样的方法求得点 A_3 坐标，结合点 A_1、点 A_2、A_3 的坐标猜测规律，得到点 A_{2021} 的坐标.

【详解】解：设点 C_1 的坐标为 $(x,\dfrac{1}{x})$，

Q 点 C_1 是 OB_1 的中点，

$\therefore$ 点 B_1 的坐标为 $(2x,\dfrac{2}{x})$，

$\therefore$ A_1 的坐标为 $(2x,0)$，

$\therefore$ $OA_1=2x$，$A_1B_1=\dfrac{2}{x}$，

Q △OA_1B_1 是等腰直角三角形，

\ $OA_1=A_1B_1$，即 $2x=\dfrac{2}{x}$，

解得：$x=1$ 或 $x=-1$（舍），

$\therefore$ 点 A_1 的坐标为 $(2,0)$；

设点C_2的坐标为$(a,\frac{1}{a})$，

$\because$ 点C_2是A_1B_2的中点，

$\therefore$ 点B_2的坐标为$(2a-2,\frac{2}{a})$，点A_2的坐标为$(2a-2,0)$，

$\therefore A_1A_2=2a-4, A_2B_2=\frac{2}{a}$，

$\because \triangle A_1B_2A_2$是等腰直角三角形，

$\therefore A_1A_2=A_2B_2$，即$2a-4=\frac{2}{a}$，

解得：$a=1+\sqrt{2}$或$a=1-\sqrt{2}$（舍），

$\therefore$ 点A_2的坐标为$(2\sqrt{2}$，$0)$，

设点C_3的坐标为$(m,\frac{1}{m})$，

$\because$ 点C_3是A_2B_3的中点，

$\therefore$ 点B_3的坐标为$(2m-2\sqrt{2}$，$\frac{2}{m})$，点A_3的坐标为$(2m-2\sqrt{2}$，$0)$，

$\therefore A_2A_3=2m-4\sqrt{2}$，$A_3B_3=\frac{2}{m}$，

$\because \triangle A_2B_3A_3$是等腰直角三角形，

$\therefore A_2A_3=A_3B_3$，即$2m-4\sqrt{2}=\frac{2}{m}$，

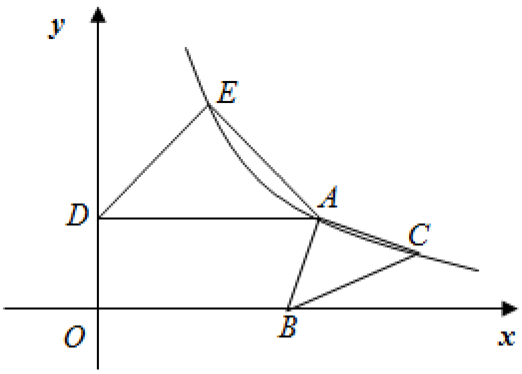
解得：$m=\sqrt{2}+\sqrt{3}$或$m=\sqrt{2}-\sqrt{3}$（舍），

$\therefore$ 点A_3的坐标为$(2\sqrt{3}$，$0)$，…，点A_{2021}的坐标为$(2\sqrt{2021}$，$0)$，

故答案为：$(2\sqrt{2021}$，$0)$．

【点睛】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、等腰直角三角形的性质，一元二次方程的解法，解题的关键是设中点的坐标得到点A和点B的坐标．

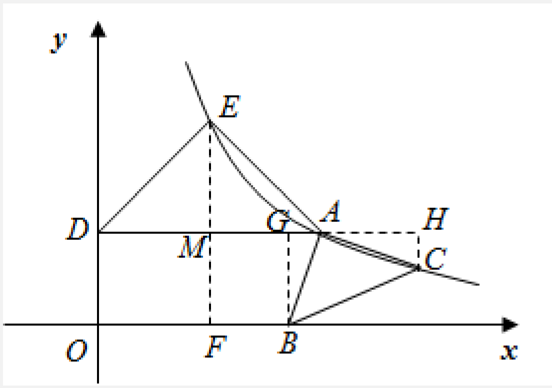
7．如图，A是双曲线$y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$上一点，B是x轴正半轴上一点，以AB为直角边向右构造等腰直角三角形ABC，$\angle BAC=90°$，过点A作$AD\perp y$轴于点D，以AD为斜边向上构造等腰直角三角形ADE，若点C，点E恰好都落在该双曲线上，$\triangle ABC$与$\triangle ADE$的面积之和为28，则$k=$_________．



【答案】36

【分析】分别过点 E 作 $EF\perp x$ 轴于点 F，交 AD 于点 M，$BG\perp AD$，$CH\perp AD$，垂足分别为 G、H，由题意易得 $EM=DM=AM$，$\triangle ABG\cong\triangle CAH$，进而可得 $EM=MF$，$BG=AH$，则设 $E(a,2a),A(2a,a)$，则点 $C\left(3a,\frac{2}{3}a\right)$，然后根据 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 的面积之和为 28 可构建方程进行求解.

【详解】解：分别过点 E 作 $EF\perp x$ 轴于点 F，交 AD 于点 M，$BG\perp AD$，$CH\perp AD$，垂足分别为 G、H，如图所示：



$\because\triangle ADE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore EM=DM=AM$，

$\therefore$根据反比例函数的性质可知点 A、E 的横坐标之比为 2:1，则它们的纵坐标之比为 1:2，

$\therefore EF=2MF$，即 $EM=MF$，

$\because\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AB=AC,\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle GAB+\angle HAC=\angle GAB+\angle GBA=90^\circ$，

$\therefore \angle HAC=\angle GBA$，

$\because \angle BGA=\angle AHC=90^\circ$，

$\therefore\triangle ABG\cong\triangle CAH$（$AAS$），

∴$BG=AH$，

设$E\left(a,2a\right),A\left(2a,a\right)$，

∴$k=2a^2$， $BG=AH=a$，

∴$DH=3a$，

∴点$C\left(3a,\frac{2}{3}a\right)$，

∴$CH=\frac{1}{3}a$，

∴$AC^2=AH^2+CH^2=\frac{10}{9}a^2$，

∴$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AD\cdot EM=a^2,S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC^2=\frac{5}{9}a^2$，

∵$\triangle ABC$与$\triangle ADE$的面积之和为28，

∴$a^2+\frac{5}{9}a^2=28$，

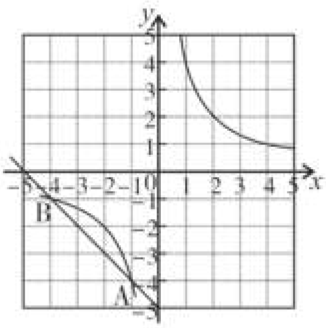
∴$a^2=18$，

∴$k=36$；

故答案为36．

【点睛】本题主要考查反比例函数与几何的综合，熟练掌握反比例函数与等腰直角三角形的性质是解题的关键．

8．如图，在方格纸中（小正方形的边长为1），反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象与直线AB的交点A、B在图中的格点上，点C是反比例函数图象上的一点，且与点A、B组成以AB为底的等腰$\triangle$，则点C的坐标为________．



【答案】（2，2）或（-2，-2）

【分析】先求得反比例函数的解析式为$y=\frac{4}{x}$，设C点的坐标为(x，$\frac{4}{x}$)，根据AC=BC得出方程，求出x即可．

【详解】由图象可知：点A的坐标为（-1，-4），

代入 $y=\frac{k}{x}$ 得：$k=xy=4$，

所以这个反比例函数的解析式是 $y=\frac{4}{x}$，

设 C 点的坐标为(x，$\frac{4}{x}$)，

∵A（-1，-4），B（-4，-1），AC=BC，

即 $(-1-x)^2+\left(-4-\frac{4}{x}\right)^2=(-4-x)^2+\left(-1-\frac{4}{x}\right)^2$，

解得：$x=\pm 2$，

当 $x=2$ 时，$y=\frac{4}{2}=2$，

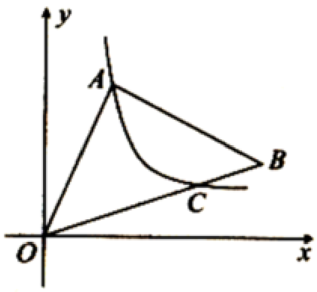
当 $x=-2$ 时，$y=\frac{4}{-2}=-2$，

所以点 C 的坐标为（2，2）或（-2，-2）.

故答案为：（2，2）或（-2，-2）.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、用待定系数法求反比例函数的解析式、反比例函数图象上点的坐标特征等知识点，能求出反比例函数的解析式是解此题的关键.

9．如图，在 ΔABO 中，$\angle BAO=90°$，$AO=AB$，且点 $A(2,4)$ 在双曲线 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 上，OB 交双曲线于点 C，则 C 点的坐标为______.



【答案】（$2\sqrt{6}$，$\frac{2\sqrt{6}}{3}$）

【分析】根据等腰直角三角形求得 B 得坐标，联立方程即可求得 C 得坐标.

【详解】解：将 A 点代入得 $4=\frac{k}{2}$，

k=8，

∴双曲线 y＝$\frac{8}{x}$（x＞0），

设点 B（m，n）m＞0

∵△ABO 为等腰直角三角形 则 AO＝BO＝$\frac{\sqrt{2}}{2}$OB

$\therefore \begin{cases}(n-4)^2+(m-2)^2=4+16\\ m^2+n^2=2(4+16)\end{cases}$，且 m>0，

解得 $\begin{cases}m=6\\ n=2\end{cases}$，

即 B（6，2），

∴直线 OB 得解析式为 $y=\frac{1}{3}x$，

联立方程 $\begin{cases}y=\frac{1}{3}x\\ y=\frac{8}{x}\end{cases}$，且 x>0

解得 $\begin{cases}x=2\sqrt{6}\\ y=\frac{2\sqrt{6}}{3}\end{cases}$，

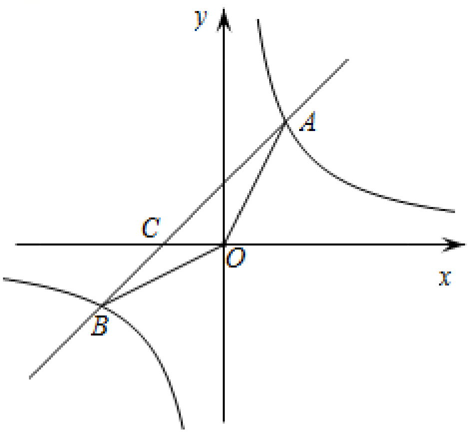
∴C 点的坐标为：（$2\sqrt{6}$，$\frac{2\sqrt{6}}{3}$）

故答案为：（$2\sqrt{6}$，$\frac{2\sqrt{6}}{3}$）.

【点睛】本题主要考查双曲线与一次函数的交点问题，掌握等腰直角三角形的性质是解答本题的关键.

三、解答题

10．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=x+1$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq 0$）的图象交于 A，B 两点，直线 AB 与 x 轴交于点 C，点 B 的坐标为（-2，n），点 A 的坐标为（m，2）.



(1)求反比例函数的解析式；

(2)求△AOB 的面积；

(3)在 x 轴上是否存在一点 P，使△AOP 是等腰三角形？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】(1)反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{2}{x}$；

(2)$S_{\triangle AOB}=\dfrac{3}{2}$；

(3)点 P 的坐标为（$\dfrac{5}{2}$，0）或（2，0）或（$\sqrt{5}$，0）或（-$\sqrt{5}$，0）.

【分析】（1）将点 B 坐标代入直线 $y=x+1$ 中，求出点 B 的坐标，再将点 B 的坐标代入反比例函数解析式中，求解即可求出答案；

（2）先求出点 C 的坐标，再求出点 A 的坐标，即可求出答案；

（3）设点 P 的坐标，再用等腰三角形的两腰相等，分三种情况，建立方程求解，即可求出答案.

（1）

解：∵点 B（-2，n）在直线 $y=x+1$ 上，

∴$n=-1$，

∴B（-2，-1），

∵点 B（-2，-1）在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上，

∴$k=-2\times(-1)=2$，

∴反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{2}{x}$；

（2）

解：∵直线 AB：$y=x+1$①与 x 轴交于点 C，

∴C（-1，0），

∴$OC=1$，

由反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{2}{x}$②，

联立①②解得，$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$，

∴A（1，2），

∴$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\dfrac{1}{2}OC(y_A-y_B)=\dfrac{1}{2}\times1\times(2+1)=\dfrac{3}{2}$；

（3）

解：设 P（m，0），

∵A（1，2），

∴$OP=|m|$，$AP=\sqrt{(m-1)^2+2^2}$，$OA=\sqrt{5}$，

∵△AOP 是等腰三角形，

∴①当 $OP=AP$ 时，$|m|=\sqrt{(m-1)^2+2^2}$，

∴$m=\frac{5}{2}$，

∴P（$\frac{5}{2}$，0）；

②当 $OP=OA$ 时，$|m|=\sqrt{5}$，

∴$m=\pm\sqrt{5}$，

∴P（$\sqrt{5}$，0）或（-$\sqrt{5}$，0）；

③当 $OA=AP$ 时，$\sqrt{5}=\sqrt{(m-1)^2+2^2}$，

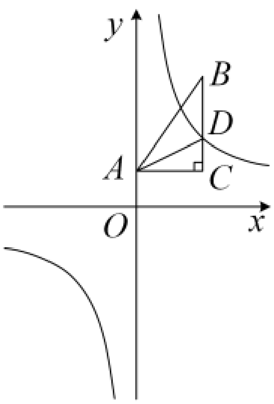
∴$m=0$ 或 $m=2$，

∴P（2，0）；

即点 P 的坐标为（$\frac{5}{2}$，0）或（2，0）或（$\sqrt{5}$，0）或（-$\sqrt{5}$，0）.

【点睛】此题是反比例函数综合题，主要考查了待定系数法，三角形的面积公式，等腰三角形的性质，用分类讨论和方程思想解决问题是解本题的关键.

11．如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，已知∠ACB=90°，A(0，2)，C(6，2)．D 为等腰直角三角形 ABC 的边 BC 上一点，且 $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ADC}$．反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}(k\neq0)$的图象经过点 D.



(1)求反比例函数的解析式；

(2)若 AB 所在直线解析式为 $y_2=ax+b(a\neq0)$，当 $y_1>y_2$ 时，求 x 的取值范围.

【答案】(1)反比例函数的解析式为 $y_1=\frac{24}{x}$；

(2)当 $y_1>y_2$ 时，0<x<4 或 x<-6.

【分析】（1）利用等腰直角三角形的性质以及 $S_{\vartriangle}ABC$=3$S_{\vartriangle}ADC$，求得 DC=2，得到 D (6，4)，利用待定系数法即可求解；

（2）利用待定系数法求得直线 AB 的解析式，解方程 $x+2=\dfrac{24}{x}$，求得直线 $y_2=x+2$ 与反比例函数 $y_1=\dfrac{24}{x}$ 的图象的两个交点，再利用数形结合思想即可求解.

（1）

解：∵A(0，2)，C(6，2)，

∴AC=6，

∵△ABC 是等腰直角三角形，

∴AC=BC=6，

∵$S_{\vartriangle}ABC$=3$S_{\vartriangle}ADC$，

∴BC=3DC，

∴DC=2，

∴D (6，4)，

∵反比例函数 $y_1=\dfrac{k}{x}$ (k≠0)的图象经过点 D，

∴k=6×4=24，

∴反比例函数的解析式为 $y_1=\dfrac{24}{x}$；

（2）

∵C(6，2)，BC=6，

∴B (6，8)，

把点 B、A 的坐标分别代入 $y_2=ax+b$ 中，得 $\begin{cases}6a+b=8\\ b=2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$，

∴直线 AB 的解析式为 $y_2=x+2$，

解方程 $x+2=\dfrac{24}{x}$，

整理得：$x^2+2x-24=0$，

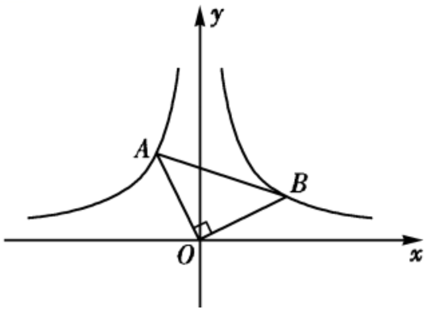
解得：x=4 或 x=-6，

∴直线 $y_2=x+2$ 与反比例函数 $y_1=\dfrac{24}{x}$ 的图象的交点为(4，6)和(-6，-4)，

∴当 $y_1>y_2$ 时，0<x<4 或 x<-6.

【点睛】本题考查了反比例函数与几何的综合，反比例函数与一次函数的综合，等腰直角三角形的性质等，求得点 D 的坐标是解题的关键.

12．如图，等腰 $Rt\triangle ABO$ 的直角顶点 O 与平面直角坐标系的原点重合，反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}(x<0)$ 的图象经过点A，反比例函数 $y=\dfrac{n}{x}(x>0)$ 的图象经过点 B.



(1)试猜想 m 与 n 的数量关系，并说明理由；

(2)若 $n=2$，求当点 B 的纵坐标分别为 1 和 2 时，等腰 $Rt\triangle ABO$ 的面积；

(3)请直接写出当 $n=2$ 时，等腰 $Rt\triangle ABO$ 的面积的最小值__________.

【答案】(1) $m=-n$，理由见解析

(2) $\dfrac{5}{2}$，$\dfrac{5}{2}$

(3)2

【分析】（1）分别过点A，B 向 x 轴作垂线，垂足为 C，D．由已知可证得 $Rt\triangle ACO\cong Rt\triangle ODB$．有 $AC=OD$，$OC=BD$．由反比例函数的性质可知，$|m|=|AC|\times|OC|$，$|n|=|OD|\times|BD|$．从而有 $|m|=|n|$．由点A位于第二象限，点 B 位于第一象限，可得其关系.

（2）当 $n=2$，点 B 的纵坐标为 1 时，得点 B 的横坐标为 2．点 B 的纵坐标为 2 时，得点 B 的横坐标为 1．勾股定理可得 $OB=\sqrt{5}$．从而求得等腰 $Rt\triangle ABO$ 的面积；

（3）过点 B 作 $BM\perp x$ 轴，$BN\perp y$ 轴，垂足分别是 M，N．有四边形 $OMBN$ 是矩形，且面积为定值 2．当四边形 $OMBN$ 为正方形时，OB 的值最小，且最小值为 2．由此可求得 $Rt\triangle ABO$ 的面积的最小值.

(1)