2024-2025学年四川省成都市高二上学期期中数学学情检测试题

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．以点$C\left(-1,-5\right)$为圆心，并与x轴相切的圆的方程是（　）

A．$(x+1)^2+(y+5)^2=9$　　B．$(x+1)^2+(y+5)^2=16$

C．$(x-1)^2+(y-5)^2=9$　　D．$(x+1)^2+(y+5)^2=25$

2．若$\vec{a}=(-1,2,1),\vec{b}=(1,3,2)$，则$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=$（　）

A．2　　B．5　　C．21　　D．26

3．“$m=-3$”是“直线$l_1:\left(m+1\right)x+2y+1=0$与直线$l_2:3x+my+1=0$平行”的（　）

A．充要条件　　B．必要不充分条件　　C．充分不必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．已知椭圆的两个焦点坐标分别为$\left(-2,0\right),\left(2,0\right)$，且椭圆上的点$P$到两焦点的距离之和为8，则椭圆的标准方程为（　）

A．$\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{x^2}{6}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$　　D．$\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{x^2}{12}=1$

5．从2名男生和2名女生中任意选出两人参加冬奥知识竞赛，则选出的两人恰好是一名男生和一名女生的概率是（　）

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

6．如果一组数据的频率分布直方图在右边“拖尾”，则下列说法一定错误的是（　）

A．数据中可能存在极端大的值　　B．这组数据是不对称的

C．数据中众数一定不等于中位数　　D．数据的平均数大于中位数

7．在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1=2AB=4$，点E在线段CC_1上，且$\overrightarrow{CC_1}=4\overrightarrow{CE}$，点$F$为$BD$中点，则点$D_1$到直线$EF$的距离（　）

A．$\dfrac{\sqrt{114}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{114}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{74}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{74}}{3}$

8．已知$O(0,0),Q(0,1)$，直线$l_1:kx-y+2k+4=0$，直线$l_2:x+ky+4k+2=0$，若P为l_1,l_2的

交点，则$2|PO|+|PQ|$的最小值为（   ）

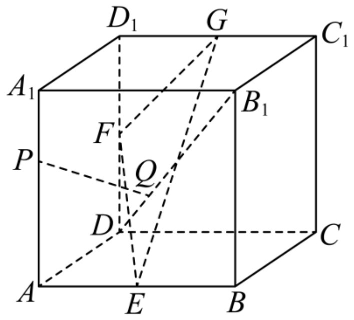
A．$6-3\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{37}$　　C．$9-3\sqrt{2}$　　D．$3+\sqrt{6}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9．成都七中高新校区高二年级 14 个班团体操比赛成绩（满分 100 分）从小到大排序依次为：88，89，90，90，90，90，91，91，91，92，92，93，93，94（单位分），则下列说法正确的是（   ）

A．众数为 90　　B．中位数为 91.5　　C．第 80 百分位数为 92　　D．方差为$\frac{18}{7}$

10．已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 2，点 E，F，G 分别为棱AB、DD_1和C_1D_1的中点，则下列说法正确的有（   ）



A．$B_1D\perp GE$

B．P,Q分别是线段AA_1和DB_1上的两个动点，则$|PQ|_{\min}=\sqrt{2}$

C．平面EFG与平面ADD_1A_1夹角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

D．平面 EFG 被正方体截得的截面面积为$3\sqrt{3}$

11．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1(-c,0),F_2(c,0)$，经过左焦点$F_1$的直线与椭圆相交于$A,B$两点，$c=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，则以下说法正确的是（   ）

A．$\triangle ABF_2$的周长为$4\sqrt{3}b$

B．$\triangle ABF_2$的面积的最大值为$\sqrt{3}b^2$

C．记 A 关于坐标原点O的对称点为A'，则$\left|k_{BA'}-k_{BA}\right|_{\min}=1$

D．若M为AB的中点，则M的轨迹方程为$4y^2+x^2+\sqrt{3}bx=0$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

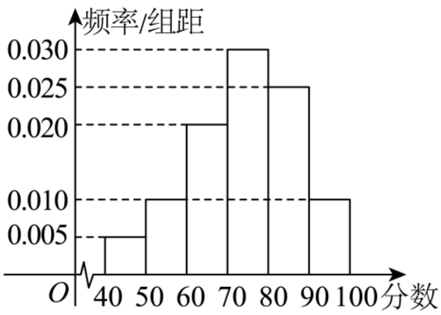
12．点$M(3,2)$关于直线$y=-x+1$的对称点坐标为______.

13．连续抛掷一颗骰子2次，则掷出的点数之和为8的概率为____.

14．已知$A(-1,0),B(1,0)$，点C满足：$|AC|^2+|BC|^2=10$，过点$D(1,1)$分别作两条相互垂直的射线DM，DN分别与点C的轨迹交于M，N两点，记MN的中点为E，记E的轨迹为Γ，过点C分别作轨迹Γ的两条切线，切点分别为G,F，则$\overrightarrow{CG}\cdot\overrightarrow{CF}$取值范围为______.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.其中 15 题 13 分，16-17 题 15 分，18-19 题 17 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．为了检验同学们高二以来的学习效果，某市在期末的时候将组织调研考试．在某次调研考试中学校为了解同学们的调考情况，从所有同学中随机抽取某学科的 100 份答卷作为样本，将样本成绩按从低到高依次分为第$1,2,\cdots,6$组（如下图所示，成绩满分为 100 分且成绩均为不低于 40 分的整数），得到如图所示的频率分布直方图.



(1)根据频率分布直方图求样本成绩的上四分位数；（上四分位数即 75 百分位数）

(2)已知第 2 组的平均成绩是 54，方差是 4，第 3 组的平均成绩为 66，方差是 4，

①分别求第 2 组和第 3 组的人数；

②求这两组成绩的总平均数$\overline{z}$和总方差s^2.

参考公式或数据：

方差$s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\overline{x}^2;54^2=2916;66^2=4356;62^2=3844$.

16．设向量$\vec{s}=(x+\sqrt{3},y),\vec{t}=(y,x-\sqrt{3})\quad(x,y\in\mathrm{R})$，满足$|\vec{s}|+|\vec{t}|=4$.

(1)求动点$M(x,y)$的轨迹C的方程；

(2)若点$F_1(-\sqrt{3},0),F_2(\sqrt{3},0)$，设斜率为$-\frac{\sqrt{3}}{3}$且过$F_2$的直线$l$与（1）中的轨迹交于 P，Q 两点，求$\triangle F_1PQ$的面积.

17．2024 年 10 月 1 日是新中国诞辰 75 周年，为弘扬爱国主义精神，某学校开展了爱国主义知识竞赛活动，在最后一轮晋级中，参赛选手两人为一组，要求：在规定时间内两人分别对两道不同的题作答，每题只有一次作答机会，每道题是否答对相互独立．已知甲答对每道题的概率为$a(0<a<1)$，乙答对每道题的概率为$b(0<b<1)$，答题过程中甲乙每次是否作答正确互不影响．

(1)若$a=\frac{3}{4},b=\frac{2}{3}$，

①甲在两次作答中，分别求甲答对两道题和甲答对一道题的概率；

②求甲、乙各两次作答中一共答对 3 次题的概率；

(2)若$a+b=3ab$，求甲、乙各两次作答中一共答对 3 次题的概率的最小值．

18．已知圆$O_1:x^2+y^2=4$，圆O_2与圆O_1关于直线$y=x+2$对称，圆$O_3:(x-1)^2+(y-4)^2=9$.

(1)求圆O_1与圆O_3的公共弦所在的直线方程和圆O_2的方程；

(2)Q为平面内一动点，QC,QD分别为圆O_1与圆O_2的切线（C,D为切点）且$\frac{|QD|}{|QC|}=2$，求点Q的轨迹方程；

(3)斜率为$k(k\neq 0)$的直线l过点$(-1,0)$与圆O_1交于A,B两点（A 在x轴上方）.将平面xOy沿x轴折叠，使平面$AOx\perp$平面BOx，设折叠后$|AB|$的长度为$f(k)$．求函数$f(k)$的解析式，并求函数的值域.

19．如图 1 所示，直角梯形$MBCD$，$MD//BC$，$BM\perp MD$，且$MD=\frac{2}{3}BC=2$，点 A，E 分别在线段 MD，BC 上，且$MA=BE=1$，点 P 为 DC 的中点，将四边形 $MBEA$ 沿 AE 折起，使二面角$C-AE-B$的大小为θ.

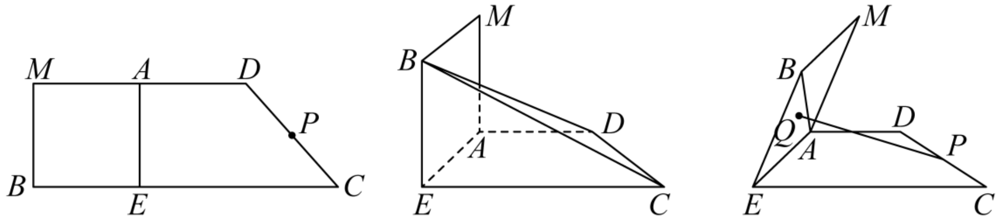


图1　　图2　　图3

(1)若 $AE=1,\theta=\frac{\pi}{2}$（如图 2 所示），求直线 AB 与平面 BCD 所成角的正弦值；

(2)若 $\theta=\frac{\pi}{4}$，点 Q 为平面 ABE 内一点，若 $PQ\perp$ 平面 ABE（如图 3 所示），求 PQ 的值；

(3)若 $AE=1,\theta=\frac{\pi}{2}$ 时，点 N 为线段 EC 的中点，将 $\triangle DCN$ 沿 DN 折起，使 $\triangle DCN$ 与四边形 $AEBM$ 在平面 $AEND$ 的同侧且平面 $CDN\perp$ 平面 ADE，点 R 为四面体 $MECD$ 内切球球面上一动点，求 $RD+\frac{1}{3}RC$ 的最小值.

1．D

【分析】由题意确定圆的半径，即可求解.

【详解】解：由题意，圆心坐标为点$C\left(-1,-5\right)$，半径为5，

则圆的方程为$(x+1)^2+(y+5)^2=25$.

故选：D.

2．B

【分析】先得到$\vec{a}+\vec{b},2\vec{a}-\vec{b}$的坐标，再利用数量积运算求解.

【详解】因为$\vec{a}=(-1,2,1),\vec{b}=(1,3,2)$，

所以$\vec{a}+\vec{b}=\left(0,5,3\right),2\vec{a}-\vec{b}=\left(-3,1,0\right)$，

则$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=0\times\left(-3\right)+5\times1+3\times0=5$.

故选：B

3．A

【分析】根据直线平行的条件，判断“$m=-3$”和“直线$l_1:\left(m+1\right)x+2y+1=0$与直线$l_2:3x+my+1=0$平行”之间的逻辑关系，即可得答案.

【详解】当$m=-3$时，直线$l_1:x-y-\dfrac{1}{2}=0$与$l_2:x-y+\dfrac{1}{3}=0$平行；

当直线$l_1:\left(m+1\right)x+2y+1=0$与直线$l_2:3x+my+1=0$平行时，

有$\left(m+1\right)m-2\times3=0$且$1\times2-1\cdot m\neq0$，解得$m=-3$，

故“$m=-3$”是“直线$l_1:\left(m+1\right)x+2y+1=0$与直线$l_2:3x+my+1=0$平行”的充要条件.

故选：A.

4．C

【分析】根据椭圆的定义计算即可.

【详解】易知椭圆焦点在横轴上，可设椭圆方程$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，

则根据题意知$\begin{cases}2a=8\\a^2-b^2=2^2\end{cases}$，所以$\begin{cases}a^2=16\\b^2=12\end{cases}$，即椭圆方程为.$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$

故选：C

5．A

【分析】根据给定条件，利用列举法求出古典概率即可.

【详解】记 2 名男生为a,b，2 名女生为$1,2$，

任意选出两人的样本空间$\Omega=\{ab,a1,a2,b1,b2,12\}$，共 6 个样本点，

恰好一男一女生的事件$A=\{a1,a2,b1,b2\}$，共 4 个样本点，

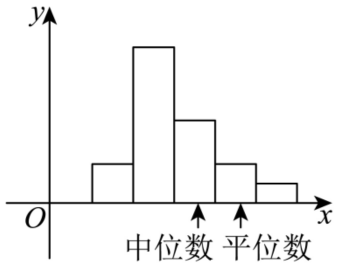
所以选出的两人恰好是一名男生和一名女生的概率是$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

故选：A

6．C

【分析】根据频率分布直方图的性质结合样本的数字特征即可判断.

【详解】数据的频率分布直方图在右边“拖尾”，则其图单峰不对称，故 B 正确；其大致图如下：



由图可知数据中可能存在极端大的值，故 A 正确；

由于“右拖尾”时最高峰偏左，中位数靠近高峰处，可能与众数相等，故 C 错误；

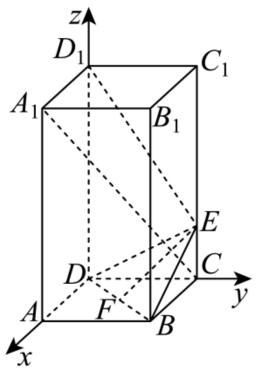
平均数靠近中点处，平均数容易受极端值的影响，与中位数相比，平均数总是在“拖尾”那边，故 D 正确；

故选：C

7．A

【分析】建立如图所示空间直角坐标系，求出$\overrightarrow{ED_1},\overrightarrow{EF}$，利用空间点到直线的距离公式求解即可；

【详解】



连接ED_1，以D为原点，DA,DC,DD_1所在直线为x,y,z轴建立空间直角坐标系，

由题意可得$D_1\left(0,0,4\right),E\left(0,2,1\right),F\left(1,1,0\right)$，

则$\overrightarrow{ED_1}=\left(0,-2,3\right),\overrightarrow{EF}=\left(1,-1,-1\right)$，

所以点D_1到直线EF的距离为$\sqrt{\left|\overrightarrow{ED_1}\right|^2-\left(\frac{\overrightarrow{ED_1}\cdot\overrightarrow{EF}}{\left|\overrightarrow{EF}\right|}\right)^2}=\sqrt{13-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}=\frac{\sqrt{114}}{3}$，

故选：A.

8．B

【分析】利用直线过定点及两直线位置关系先确定P的轨迹，令$2|PO|=|PA|$，可求出点$A\left(6,0\right)$坐标，根据两点之间线段最短可求解.

【详解】直线$l_1:kx-y+2k+4=0$过定点$M(-2,4)$，

直线$l_2:x+ky+4k+2=0$过定点$N(-2,-4)$，

且直线l_1与直线l_2垂直，所以点P的轨迹是以MN为直径的圆，

故圆心是$C(-2,0)$，半径为4则点P的方程是$(x+2)^2+y^2=16$

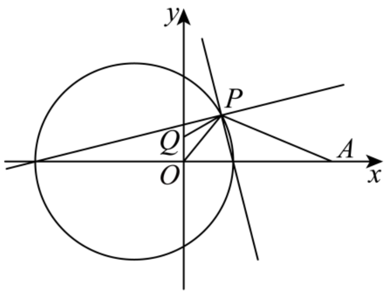
令$2|PO|=|PA|$，因为$(x+2)^2+y^2=16$，

所以$x^2+4x+4+y^2=16\Leftrightarrow 3x^2+12x+12+3y^2=48$，

则$4x^2+4y^2=36-12x+x^2+y^2$

所以$2\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{\left(x-6\right)^2+y^2}$，可得点$A\left(6,0\right)$

则$2|PO|+|PQ|=|PA|+|PQ|\geq|AQ|=\sqrt{(0-6)^2+(1-0)^2}=\sqrt{37}$.



9．AD

【分析】由平均数、众数，中位数和方差的定义和计算公式求解即可.

【详解】易知：众数为 90，中位数为 91，

因为$14\times 0.8=11.2$，所以第 80 百分位数为第十二个数为 93；

平均数$\overline{x}=\dfrac{88+89+90\times 4+91\times 3+92\times 2+93\times 2+94}{14}=91$，

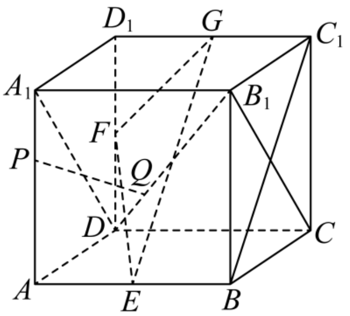
则方差为$\dfrac{1}{14}\left(3^2+2^2+1^2\times 4+0^2\times 3+1^2\times 2+2^2\times 2+3^2\right)=\dfrac{18}{7}$.

故选：AD.

10．ABD

【分析】由线面垂直的判定定理可得$BC_1\perp$平面BCC_1B_1，再证四边形$BEGC_1$为平行四边形可得 A 正确；建立如图所示坐标系，求出异面直线AA_1和DB_1的公垂线的一个方向向量，再由空间点线间距离公式可得 B 正确；分别求出平面EFG的一个法向量和平面ADD_1A_1的一个法向量，代入空间向量二面角公式，再结合同角的三角函数关系可得 C 错误；画出截面图形，由三角形的面积公式可得 D 正确；

【详解】



对于 A，由正方体的性质可得$DC\perp$平面BCC_1B_1，$BC_1\subset$平面BCC_1B_1，所以$DC\perp BC_1$，

又对角线$B_1C\perp BC_1$，$DC\cap B_1C=C, DC, B_1C\subset$平面$BCC_1B_1$，

所以 $BC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1，

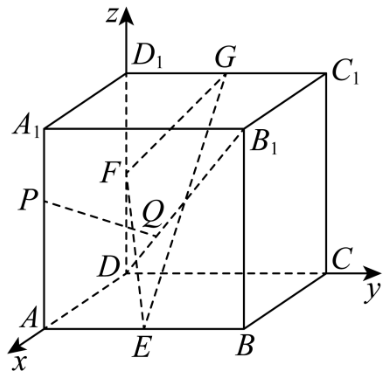
又 $B_1D \subset$ 平面 BCC_1B_1，所以 $B_1D \perp BC_1$，

因为点 E，G 分别为棱 AB、C_1D_1 的中点

又 $\because BC_1 // GE$ 且相等，所以四边形 $BEGC_1$ 为平行四边形，所以 $BE // C_1G$，

可知 $B_1D \perp GE$，故 A 正确；

对于 B，以 D 为原点，分别以 DA, DC, DD_1 所在的直线为 x 轴、y 轴、z 轴建立空间直角坐标系如图，



则 $A(2,0,0), A_1(2,0,2), D(0,0,0), B_1(2,2,2)$，

$\overrightarrow{AA_1}=(0,0,2), \overrightarrow{DB_1}=(2,2,2)$，$\overrightarrow{A_1B_1}=(0,2,0)$，

设 $\vec{n}=(x,y,z)$ 为异面直线 AA_1 和 DB_1 的公垂线的一个方向向量，$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AA_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DB_1}=0\end{cases}$，即

$\begin{cases}2z=0\\ 2x+2y+2z=0\end{cases}$，取 $x=1$，

则 $\vec{n}=(1,-1,0), |PQ|_{\min}=\left|\dfrac{\overrightarrow{A_1B_1}\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|}\right|=\sqrt{2}$，故 B 正确；

对于 C，$E(2,1,0), F(0,0,1), G(0,1,2)$，

$\overrightarrow{EF}=(-2,-1,1), \overrightarrow{EG}=(-2,0,2)$，

设 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$ 为平面 EFG 的一个法向量，

$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{EF}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{EG}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-2x_1-y_1+z_1=0\\ -2x_1+2z_1=0\end{cases}$，取 $x_1=1$，