1.8 几何变换

考点目录

知识梳理

聚焦 1　投影与视图

考点一　由立体图形到视图

1．**视图**：当我们从某一角度观察一个物体时，所看到的图象叫做物体的一个视图．一个物体在三个投影面内同时进行正投影，在正面内得到的由前向后观察物体的视图，叫做主视图；在水平面内得到的由上向下观察物体的视图，叫做俯视图；在侧面内得到由左向右观察物体的视图，叫做左视图．

2．**常见几何体的三种视图**：

几何体	主视图	左视图	俯视图
圆柱	长方形	长方形	圆
圆锥	三角形	三角形	圆和圆心
球	圆	圆	圆

3．**三视图的画法**：

(1)长对正；(2)高平齐；(3)宽相等．

考点二　由视图到立体图形

由视图想象实物图形时不像由实物到视图那样唯一确定，由一个视图往往可以想象出多种物体．

由视图描述实物时，需了解简单的、常见的、规则物体的视图，能区分类似的物体视图的联系与区别．如主视图是长方形，可想象出是四棱柱、三棱柱、圆柱等．俯视图是圆的可以是球、圆柱等．

考点三　物体的投影

1．**平行投影**：太阳光线可以看成平行光线，像这样的光线所形成的投影称为平行投影．

平行投影与视图之间的关系：当投影线与投影面垂直时，这种投影叫做正投影．物体的正投影称为物体的视图．物体的三视图实际上就是该物体在某一平行光线(垂直于投影面的平行光线)下的平行投影．

2．**中心投影**：探照灯、手电筒、路灯和台灯的光线可以看成是从一点出发的光线，像这样的光线所形成的投影称为中心投影．

聚焦 2　图形的轴对称与中心对称

考点一　图形的轴对称

1．**定义**：

(1)轴对称：把一个图形沿着某一条直线对折后，如果能与另一个图形重合，那么就说这两个图形成轴对称，这条直线就是对称轴，两个图形中的对应点叫做对称点．

(2)轴对称图形：把一个图形沿某条直线对折，如果直线两旁的部分能够互相重合，那么这个图形叫做轴对称图形．这条直线就是它的对称轴．

2．**性质**：

(1)对称点的连线被对称轴垂直平分；

(2)对应线段相等，对应角相等；

(3)成轴对称的两个图形是全等图形．

考点二　图形的中心对称

1．**定义**：

(1)中心对称：把一个图形绕着一点旋转180°后，如果与另一个图形重合，那么这两个图形叫做关于这一点成中心对称，这个点叫做对称中心，旋转前后的点叫做对称点．

(2)中心对称图形：把一个图形绕着某一点旋转180°后，能与原来位置的图形重合，这个图形叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

2．**性质**：

(1)关于某点成中心对称的两个图形是全等图形；

(2)关于某点成中心对称的两个图形，对称点的连线都经过对称中心，并且被对称中心平分．

考点三　图形折叠问题

折叠问题是轴对称变换，折痕所在直线就是轴对称问题中的对称轴；应用时注意折叠所对应的图形，抓住它们之间的不变关系及其性质，寻找相等的量．

聚焦3　图形的平移和旋转

考点一　图形的平移

1．**定义**：

在平面内，将一个图形沿某个方向移动一定的距离，图形的这种变换，叫做平移变换，简称平移．确定一个平移变换的条件是平移的方向和距离．

2．**性质**：

(1)平移不改变图形的形状与大小，即平移前后的两个图形是全等图形；

(2)连接各组对应点的线段平行(或共线)且相等；

(3)对应线段平行(或共线)且相等；

(4)对应角相等．

考点二　图形的旋转

1．**定义**：

在平面内，把一个平面图形绕着一个定点沿着某个方向旋转一定的角度，图形的这种变换，叫做旋转变换．这个定点叫做旋转中心，这个角度叫旋转角．图形的旋转由旋转方向和旋转角所决定．

2．性质：

(1)图形上的每一点都绕着旋转中心沿着相同的方向旋转了同样大小的角度；

(2)旋转后的图形与原来的图形的形状和大小都没有发生变化，即它们是全等的；

(3)旋转前后两个图形的对应点到旋转中心的距离相等；

(4)对应点到旋转中心的连线所成的角相等，并且等于旋转角．

考点三　简单的平移作图与旋转作图

1．平移作图的步骤：

(1)首先找出原图形中的关键点，如多边形的顶点，圆的圆心；

(2)根据平移的距离与方向，画出特殊点的对应点；

(3)顺次连接各对应点，就得到原图形平移后的图形．

2．旋转作图的步骤：

(1)找出旋转中心与旋转角；

(2)找出构成图形的关键点；

(3)作出这些关键点旋转后的对应点；

(4)顺次连接各对应点．

聚焦 4　尺规作图

考点一　尺规作图

1．**定义：**只用没有刻度的直尺和圆规作图叫做尺规作图．

2．步骤：

(1)根据给出的条件和求作的图形，写出已知和求作部分；

(2)分析作图的方法和过程；(3)用直尺和圆规进行作图；(4)写出作法步骤，即作法．

考点二　五种基本作图

1．作一线段等于已知线段；2．作一个角等于已知角；3．作已知角的平分线；

4．过一点作已知直线的垂线；5．作已知线段的垂直平分线．

考点三　基本作图的应用

1．利用基本作图作三角形

(1)已知三边作三角形；(2)已知两边及其夹角作三角形；(3)已知两角及其夹边作三角形；

(4)已知底边及底边上的高作等腰三角形；(5)已知一直角边和斜边作直角三角形．

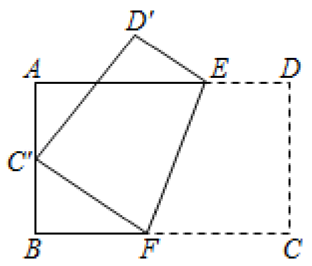
2．与圆有关的尺规作图

(1)过不在同一直线上的三点作圆(即三角形的外接圆)．　(2)作三角形的内切圆．

实战经典

85.对称翻折

【例题1】　（2022•安阳县一模）如图，将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠，使顶点 C 恰好落在 AB 边的中点 C' 上，若 $AB=4$，$BC=8$，则 $\tan\angle BFC'$ 的值为(　　)



A．$\dfrac{3}{4}$　　B．$\dfrac{8}{15}$　　C．$\dfrac{8}{17}$　　D．$\dfrac{15}{17}$

【分析】先求出 BC，再由图形折叠特性知，$C'F=CF$，在 $Rt\triangle C'BF$ 中，运用勾股定理 $BF^2+BC'^2=C'F^2$ 求出 x 的值，然后利用锐角三角函数即可解决问题．

【解答】解：设 $BF=x$，则 $CF=BC-BF=8-x$，

由折叠可得 $CF'=CF=8-x$，

$\because C'$ 是 AB 的中点，

$\therefore BC'=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\times4=2$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle B=90^\circ$，

$\therefore BC'^2+BF^2=C'F^2$，

$\therefore 2^2+x^2=(8-x)^2$，

解得：$x=\dfrac{15}{4}$，

$\therefore C'F=8-\dfrac{15}{4}=\dfrac{17}{4}$，

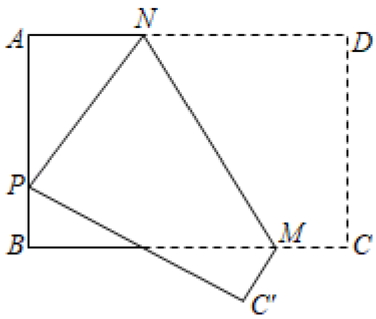
$\therefore \tan\angle BFC'=\dfrac{BC'}{BF}=\dfrac{2}{\frac{17}{4}}=\dfrac{8}{17}$．

故选：C．

【点评】本题考查了折叠问题，矩形的性质，解直角三角形，勾股定理，综合能力要求较高．同时也考查

了列方程求解的能力．解题的关键是找出线段的关系，利用勾股定理求解．

【例题2】 （2021•毕节市）如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中，$AB=7$，$BC=9$，M 是 BC 上的点，且 $CM=2$．将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 M 的直线折叠，使点 D 落在 AB 上的点 P 处，点 C 落在点 C' 处，折痕为 MN，则线段 PA 的长是( )



A．4　　B．5　　C．6　　D．$2\sqrt{5}$

【分析】连接 PM，设 $AP=x$，可得出 $PB=7-x$，$BM=7$，根据折叠的性质可得 $CD=PC'=7$，$CM=C'M=2$，在 Rt∆PBM 中和 $Rt\triangle PC'M$ 中，根据勾股定理 $PB^2+BM^2=PM^2$，$PM^2=(7-x)^2+7^2$，$C'P^2+C'M^2=PM^2$，$PM^2=7^2+2^2$，因为 PM 是公共边，所以可得 $PM=PM$，即 $(7-x)^2+7^2=7^2+2^2$，求出 x 的值即可得出答案．

【解答】解法一：解：连接 PM，如图，

设 $AP=x$，

$\because AB=7$，$CM=2$，

$\therefore PB=7-x$，$BM=BC-CM=7$，

由折叠性质可知，

$CD=PC'=7$，$CM=C'M=2$，

在 Rt∆PBM 中，

$PB^2+BM^2=PM^2$，

$PM^2=(7-x)^2+7^2$，

在 $Rt\triangle PC'M$ 中，

$C'P^2+C'M^2=PM^2$，

$PM^2=7^2+2^2$，

$\therefore (7-x)^2+7^2=7^2+2^2$，

解得：$x_1=5$，$x_2=9$（舍去），

$\therefore AP=5$．

解法二：解：连接PM，如图，

$\because AB=7$，$CM=2$，

$\therefore BM=BC-CM=7$，

由折叠性质得，$CD=PC'=7$，$\angle C=\angle PC'M=\angle PBM=90^{\circ}$，$C'M=CM=2$，

在RtΔPBM和$Rt\triangle MC'P$中，

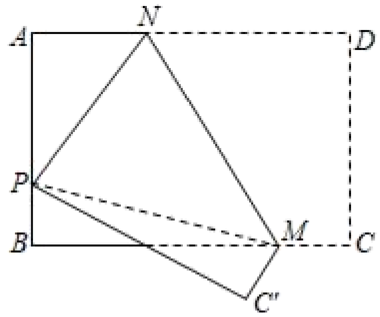
$$\begin{cases}PM=PM\\BM=PC'\end{cases},$$

$\therefore$ RtΔPBM $\cong$ Rt$\triangle MC'P(HL)$，

$\therefore PB=C'M=2$，

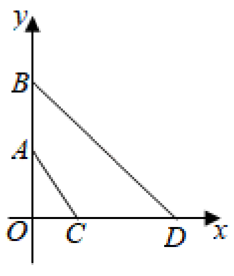
$\therefore PA=AB-PB=5$．

故选：B．



【点评】本题主要考查了翻折变化、矩形的性质及勾股定理，熟练应用翻折变化的性质及矩形的性质进行计算是解决本题的关键．

【例题3】 （2021•海拉尔区模拟）在平面直角坐标系中，长为3的线段CD（点D在点C右侧）在x轴上移动，$A(0,2)$，$B(0,4)$，连接AC，BD，则$AC+BD$的最小值为(　　)



A．$2\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{10}$　　C．$6\sqrt{2}$　　D．$3\sqrt{5}$

【分析】平移CD使点D落在点B处，连接$B'C$，则点C的对应点为B'，即$B'C=BD$，进而得出$B'(-3,4)$，

再作点 A 关于 x 轴的对称点 A'，则 $A'(0,-2)$，进而得出 $AC+BD$ 的最小值为 $A'B'$，即可求解答案.

【解答】解：如图，平移 CD 使点 D 落在点 B 处，连接 $B'C$，

则点 C 的对应点为 B'，即 $B'C=BD$，

$\because CD=3$，$B(0,4)$，

$\therefore$ 点 $B'(-3,4)$，

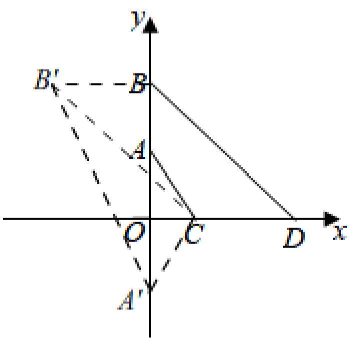
作点 A 关于 x 轴的对称点 A'，此时点 A'，C，B' 在同一条线上时，$AC+BD$ 最小，

$\because A(0,2)$，

$\therefore A'(0,-2)$，

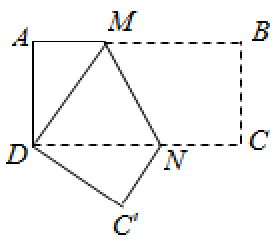
连接 $A'B'$，则 $AC+BD$ 的最小值为 $A'B'=\sqrt{(-3)^2+(4+2)^2}=3\sqrt{5}$，

故选：D.



【点评】此题主要考查了对称的性质，平移的性质，将 $AC+BD$ 的最小值转化为 $A'B'$ 是解本题的关键.

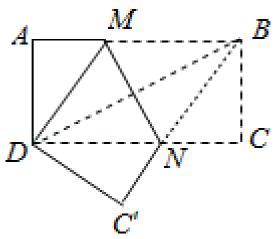
【例题4】 （2021•宿迁）如图，折叠矩形纸片 $ABCD$，使点 B 落在点 D 处，折痕为 MN，已知 $AB=8$，$AD=4$，则 MN 的长是(　　)



A．$\frac{5}{3}\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$\frac{7}{3}\sqrt{5}$　　D．$4\sqrt{5}$

【分析】由折叠的性质可得 $BM=MD$，$BN=DN$，$\angle DMN=\angle BMN$，可证四边形 $BMDN$ 是菱形，在 RtΔADM 中，利用勾股定理可求 BM 的长，由菱形的面积公式可求解.

【解答】解：如图，连接 BD，BN，



$\because$ 折叠矩形纸片 $ABCD$，使点 B 落在点 D 处，

$\therefore BM=MD$， $BN=DN$， $\angle DMN=\angle BMN$，

$\because AB//CD$，

$\therefore \angle BMN=\angle DNM$，

$\therefore \angle DMN=\angle DNM$，

$\therefore DM=DN$，

$\therefore DN=DM=BM=BN$，

$\therefore$ 四边形 $BMDN$ 是菱形，

$\because AD^2+AM^2=DM^2$，

$\therefore 16+AM^2=(8-AM)^2$，

$\therefore AM=3$，

$\therefore DM=BM=5$，

$\because AB=8$， $AD=4$，

$\therefore BD=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{64+16}=4\sqrt{5}$，

$\because S_{菱形BMDN}=\frac{1}{2}\times BD\times MN=BM\times AD$，

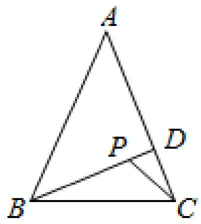
$\therefore 4\sqrt{5}\times MN=2\times 5\times 4$，

$\therefore MN=2\sqrt{5}$，

故选： B．

【点评】本题考查了翻折变换，矩形的性质，菱形判定和性质，勾股定理，求出 BM 的长是解题的关键．

【例题5】 (2021•涡阳县模拟）如图， ΔABC 中， $AB=AC=10$， $\angle A=45^{\circ}$， BD 是 ΔABC 的边 AC 上的高，点 P 是 BD 上动点，则 $\frac{\sqrt{2}}{2}BP+CP$ 的最小值是(　　)



A．$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$　　B．$5\sqrt{2}$　　C．10　　D．$10\sqrt{2}$

【分析】过点 P 作 $PE\perp AB$ 于点 E，由勾股定理得 $PE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BP$．继而证明当 C、P、E 三点共线且 $CE\perp$，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}BP+PC=PE+PC$ 的值最小为 CE．由由等腰三角形腰上的高相等，解出 BD 的长，即为 CE 的长．

【解答】解：$\because \angle A=45^{\circ}$，$BD\perp AC$，

$\therefore \angle ABD=45^{\circ}$．

过点 P 作 $PE\perp AB$ 于点 E，由勾股定理得 $PE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BP$．

$\therefore \dfrac{\sqrt{2}}{2}BP+PC=PE+PC$．

当 C、P、E 三点共线，且 $CE\perp$ 时，

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}BP+PC=PE+PC$ 的值最小为 CE．

$\because \Delta ABC$ 中，$AB=AC=10$，$BD\perp AC$，$CE\perp AB$，

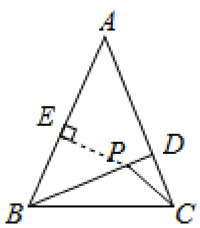
由等腰三角形腰上的高相等，

$\therefore BD=CE$，

在 RtΔABD 中，$BD=\dfrac{AB}{\sqrt{2}}=\dfrac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}=CE$．

故 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}BP+PC=PE+PC=CE=5\sqrt{2}$．

故选：B．



【点评】本题考查垂线段最短（此题也是胡不归模型），涉及等腰三角形的性质、勾股定理等知识，属于常考内容，掌握 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}BP+PC$ 转化为 $PE+PC$ 是解题关键．

86.平移

【例题6】 （2022•重庆模拟）在平面直角坐标系中，将点 $A(a,1-a)$ 先向左平移 3 个单位得点 A_1，再将 A_1 向上平移 1 个单位得点 A_2，若点 A_2 落在第三象限，则 a 的取值范围是(　　)

A． $2<a<3$　　　B． $a<3$　　　C． $a>2$　　　D． $a<2$ 或 $a>3$

【分析】根据点的平移规律可得 $A_2(a-3,1-a+1)$，再根据第三象限内点的坐标符号可得．

【解答】解：点 $A(a,1-a)$ 先向左平移 3 个单位得点 A_1，再将 A_1 向上平移 1 个单位得点 $A_2(a-3,1-a+1)$，

$\because$ 点 A' 位于第三象限，

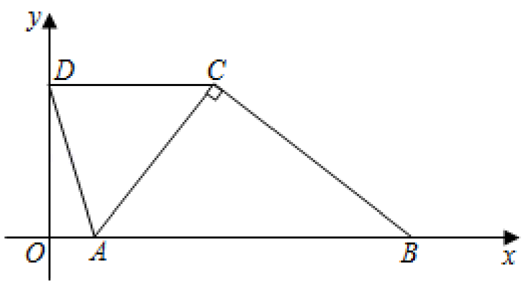
$\therefore \begin{cases} a-3<0 \\ 1-a+1<0 \end{cases}$，

解得：$2<a<3$，

故选：A．

【点评】此题主要考查了坐标与图形变化－平移，关键是横坐标，右移加，左移减；纵坐标，上移加，下移减．

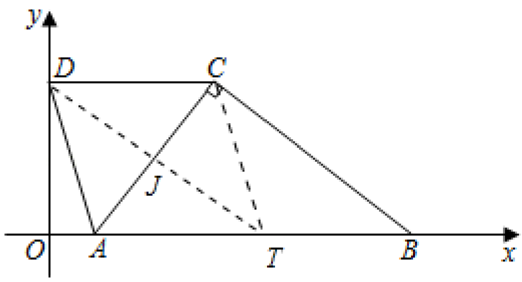
【例题7】 （2021•绵阳）如图，在平面直角坐标系中，$AB//DC$，$AC\perp BC$，$CD=AD=5$，$AC=6$，将四边形 $ABCD$ 向左平移 m 个单位后，点 B 恰好和原点 O 重合，则 m 的值是(　　)



A．11.4　　　B．11.6　　　C．12.4　　　D．12.6

【分析】如图，过点 D 作 $DT\perp AC$ 交 AC 于 J，交 AB 于 T，连接 CT．想办法求出 OB 的长即可．

【解答】解：如图，过点 D 作 $DT\perp AC$ 交 AC 于 J，交 AB 于 T，连接 CT．



$\because AD=DC=5$，$DJ\perp AC$，

$\therefore AJ=JC=3$，

$\therefore DJ=\sqrt{AD^2-AJ^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

$\because CD//AT$．

$\therefore \angle DCJ=\angle TAJ$，

$\because \angle DJC=\angle TJA$，

$\therefore \Delta DCJ\cong\Delta TAJ(ASA)$，

$\therefore CD=AT=5$，$DJ=JT=4$，

$\because \angle AJT=\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore JT//BC$，

$\because AJ=JC$，

$\therefore AT=TB=5$，

设$OA=x$，$\because OD^2=AD^2-OA^2=DT^2-OT^2$，

$\therefore 5^2-x^2=8^2-(x+5)^2$，

解得$x=1.4$，

$\therefore OB=OA+AB=1.4+10=11.4$，

$\because$将四边形$ABCD$向左平移m个单位后，点B恰好和原点O重合，

$\therefore m=OB=11.4$，

故选：A．

【点评】本题考查坐标与图形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，学会利用参数，构建方程解决问题．

【例题8】 （2022•祁阳县校级模拟）点$P(2,-3)$先向左平移4个单位，再向上平移5个单位，所得点的坐标是__$(-2,2)$__．

【分析】根据平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减．即可得出平移后点的坐标．

【解答】解：由题意可得，平移后点的横坐标为$2-4=-2$；纵坐标为$-3+5=2$，

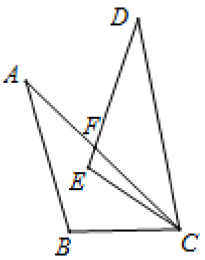
$\therefore$所得点的坐标为$(-2,2)$

故答案为$(-2,2)$．

【点评】本题考查了点的平移及平移特征，掌握平移中点的变化规律是关键．

87.旋转

【例题9】 （2022•芜湖一模）如图，将ΔABC绕顶点C顺时针旋转$35°$得到ΔDEC，点A、B的对应点分别是点D和点E．设边ED，AC相交于点F．若$\angle A=30°$，则$\angle EFC$的度数为(　　)



A．$60°$　　B．$65°$　　C．$72.5°$　　D．$115°$

【分析】由旋转的性质可得$\angle A=\angle D=30°$，$\angle ACD=35°$，即可求解．

【解答】解：$\because$将ΔABC绕顶点C顺时针旋转$35°$得到ΔDEC，

$\therefore \angle A=\angle D=30°$，$\angle ACD=35°$，

$\therefore \angle EFC=\angle D+\angle ACD=65°$，

故选：B．

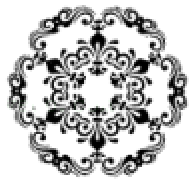
【点评】本题考查了旋转的性质，三角形的外角性质，掌握旋转的性质是解题的关键．

【例题10】 （2022•山西模拟）中国传统纹饰图案不但蕴含了丰富的文化，而且大多数图案还具有对称美．下列纹饰图案中是中心对称图形的是(　　)

A．

B．

C．

D．

【分析】根据中心对称图形的定义进行判断，即可得出答案．把一个图形绕某一点旋转$180°$，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

【解答】解：A．不是中心对称图形，故本选项不合题意；

B．不是中心对称图形，故本选项不合题意；

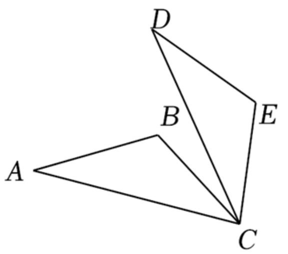
C．不是中心对称图形，故本选项不合题意；

D．是中心对称图形，故本选项符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，判断中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

【例题11】（2022•泸县一模）如图，ΔABC 绕点 C 旋转，点 B 转到点 E 的位置，则下列说法正确的是(　　)



A．点 B 与点 D 是对应点　　B．$\angle BCD$ 等于旋转角

C．点 A 与点 E 是对应点　　D．$\Delta ABC\cong\Delta DEC$

【分析】直接利用旋转的性质可求解．

【解答】解：$\because\Delta ABC$ 绕点 C 旋转，点 B 转到点 E 的位置，

$\therefore\Delta ABC\cong\Delta DEC$，点 B 与点 E 是对应点，点 A 与点 D 是对应点，$\angle ACD$ 与 $\angle BCE$ 是旋转角，

故选：D．

【点评】本题考查了旋转的性质，全等三角形的判定，掌握旋转的性质是解题的关键．

【例题12】（2022•钟山县校级模拟）在平面直角坐标系中，对于平面内任意一点 (x,y)，若规定以下两种变换：① $f(x，y)=(y，x)$．如 $f(3，4)=(4，3)$；② $g(x，y)=(-y，-x)$．如 $g(3，4)=(-4，-3)$．按照以上变换有：$f(g(3，4))=(-3，-4)$，那么 $g(f(-4,5))$ 等于(　　)

A．$(5,-4)$　　B．$(-4,5)$　　C．$(4,-5)$　　D．$(-5,4)$

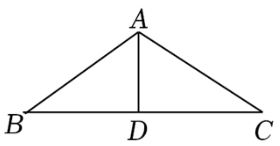
【分析】根据变换 f、g 的变换方法解答即可．

【解答】解：$g(f(-4，5))=g(5，-4)=(4，-5)$．

故选：C．

【点评】本题考查了点的坐标，读懂题目信息，理解变换 f、g 的变换方法是解题的关键．

【例题13】（2021•武进区模拟）如图，在 ΔABC 中，$AB=AC=4$，$\angle BAC=120^{\circ}$，点 P 是 ΔABC 的中线 AD 上一点，将点 B 绕点 P 逆时针旋转 60°，点 B 的对应点是点 E，则 AE 的取值范围是(　　)



A． $4\leqslant x\leqslant 5$　　B． $2\sqrt{3}\leqslant x\leqslant 5$　　C． $2\sqrt{3}\leqslant x\leqslant 2\sqrt{7}$　　D． $4\leqslant x\leqslant 2\sqrt{7}$

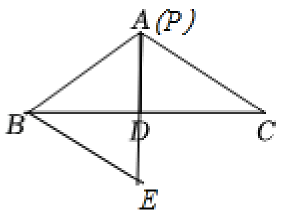
【分析】当点 P 与点 A 重合时， AE 有最小值，当点 P 与点 D 重合时， AE 有最大值，由旋转的性质和等边三角形的性质可求解.

【解答】解：$\because AB=AC=4$， $\angle BAC=120^{\circ}$， AD 是中线，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=30^{\circ}$， $BD=CD$，

$\therefore AD=2$， $BD=2\sqrt{3}$，

当点 P 与点 A 重合时， AE 有最小值，如图，



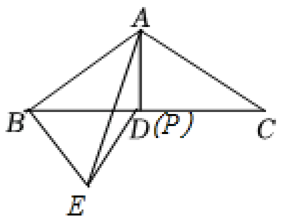
$\because$ 将点 B 绕点 P 逆时针旋转 60°，

$\therefore BP=BE$， $\angle PBE=60^{\circ}$，

$\therefore \Delta PBE$ 是等边三角形，

$\therefore PE=AB=4=AE$，

当点 P 与点 D 重合时， AE 有最大值，如图，



$\because$ 将点 B 绕点 P 逆时针旋转 60°，

$\therefore BP=BE$， $\angle PBE=60^{\circ}$，

$\therefore \Delta PBE$ 是等边三角形，

$\therefore BP=BE=2\sqrt{3}$，

$\therefore \angle ABE=\angle ABC+\angle PBE=90^{\circ}$，

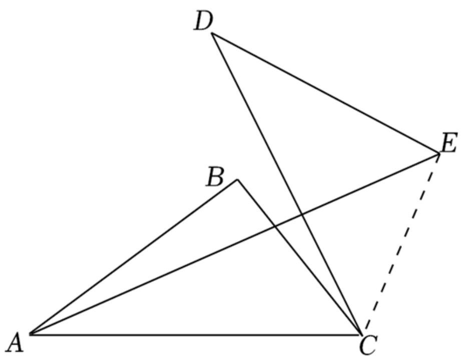
$\therefore AE=\sqrt{AB^{2}+BE^{2}}=\sqrt{AB^{2}+BE^{2}}=\sqrt{16+12}=2\sqrt{7}$，

$\therefore AE$ 的取值范围是 $4\leqslant AE\leqslant 2\sqrt{7}$，

故选：D．

【点评】本题考查了旋转的性质，等边三角形的判定和性质，勾股定理，利用特殊位置求解是解题的关键．

【例题14】 （2021•和平区二模）如图，以点 C 为旋转中心，把 ΔABC 顺时针旋转得 ΔDEC，记旋转角为 α，连接 AE，$\angle AED$ 为 β，则 $\angle BAE$ 的度数为(　　)



A．$\alpha-\beta$　　B．$\dfrac{\alpha}{2}+\beta$　　C．$\dfrac{\beta}{2}$　　D．$\alpha-\dfrac{\beta}{2}$

【分析】根据旋转的性质得到 $\angle D=\angle BAC$，$\angle ACD=\alpha$，根据三角形的内角和定理得到 $\angle D+\angle AED=\angle CAE+\angle ACD$，得到 $\angle BAC-\angle CAE=\alpha-\beta$，于是得到结论．

【解答】解：$\because$ 把 ΔABC 顺时针旋转得 ΔDEC，记旋转角为 α，

$\therefore \angle D=\angle BAC$，$\angle ACD=\alpha$，

$\because \angle D+\angle AED=\angle CAE+\angle ACD$，

$\therefore \angle BAC+\beta=\angle CAE+\alpha$，

$\therefore \angle BAC-\angle CAE=\alpha-\beta$，

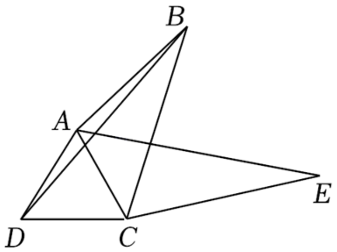
$\because \angle BAE=\angle BAC-\angle CAE$，

$\therefore \angle BAE=\alpha-\beta$，

故选：A．

【点评】本题考查了旋转的性质，三角形等你结婚定理，熟练掌握旋转的性质是解题的关键．

【例题15】 （2022•平凉模拟）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=30^{\circ}$，将 ΔDCB 绕点 C 顺时针旋转 60° 后，点 D 的对应点恰好与点 A 重合，得到 ΔACE，$AB=5$，$BC=9$，则 $BD=$__ $\sqrt{106}$ __．



【分析】连接 BE，如图，根据旋转的性质得 $\angle BCE=60^\circ$，$CB=CE$，$BD=AE$，再判断 ΔBCE 为等边三角形得到 $BE=BC=9$，$\angle CBE=60^\circ$，从而有 $\angle ABE=90^\circ$，然后利用勾股定理计算出 AE 即可.

【解答】解：连接 BE，如图，

$\because \Delta DCB$ 绕点 C 顺时针旋转 60° 后，点 D 的对应点恰好与点 A 重合，得到 ΔACE，

$\therefore \angle BCE=60^\circ$，$CB=CE$，$BD=AE$，

$\therefore \Delta BCE$ 为等边三角形，

$\therefore BE=BC=9$，$\angle CBE=60^\circ$，

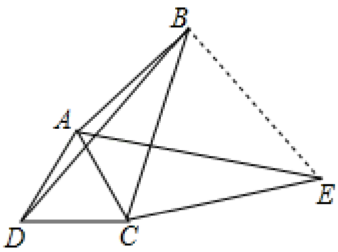
$\because \angle ABC=30^\circ$，

$\therefore \angle ABE=90^\circ$，

在 RtΔABE 中，$AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=\sqrt{5^2+9^2}=\sqrt{106}$，

$\therefore BD=\sqrt{106}$.

故答案为：$\sqrt{106}$.



【点评】本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等.

【例题16】（2022•灞桥区校级一模）如图，D 是等边三角形 ABC 外一点，$AD=3$，$CD=2$，当 BD 长最大时，ΔABC 的面积为__$\dfrac{19\sqrt{3}}{4}$__.