2023年中考数学一轮专题练习 ——特殊平行四边形2

一、单选题（本大题共12小题）

1.（陕西省2022年）在下列条件中，能够判定▱$ABCD$ 为矩形的是（　　）

A．$AB=AC$　　B．$AC\perp BD$　　C．$AB=AD$　　D．$AC=BD$

2.（山东省聊城市2022年）要检验一个四边形的桌面是否为矩形，可行的测量方案是（　　）

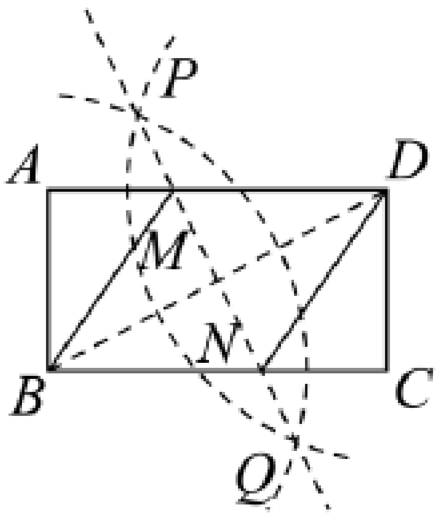
A．测量两条对角线是否相等

B．度量两个角是否是90°

C．测量两条对角线的交点到四个顶点的距离是否相等

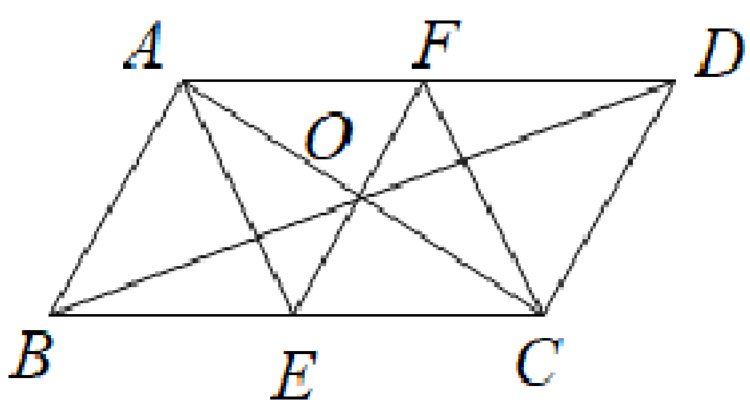
D．测量两组对边是否分别相等

3.（湖北省恩施州2022年）如图，在矩形$ABCD$中，连接BD，分别以B、D为圆心，大于$\frac{1}{2}$ 的长为半径画弧，两弧交于P、Q两点，作直线PQ，分别与AD、BC交于点M、N，连接BM、DN．若$AD=4$，$AB=2$．则四边形$MBND$的周长为（　　）



A．$\frac{5}{2}$　　B．5　　C．10　　D．20

4.（山东省泰安市2022年）如图，平行四边形$ABCD$ 的对角线AC，BD相交于点O．点E为BC的中点，连接EO并延长交AD于点F，$\angle ABC=60°$，$BC=2AB$．下列结论：①$AB\perp AC$；②$AD=4OE$；③四边形$AECF$ 是菱形；④$S_{\triangle BOE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$．其中正确结论的个数是（　　）

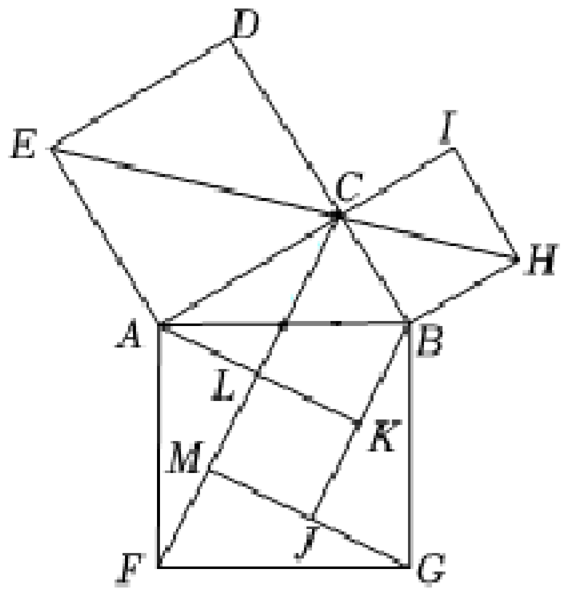


A．4　　B．3　　C．2　　D．1

5.（浙江省台州市2022年）一个垃圾填埋场，它在地面上的形状为长80m，宽60m的矩形，有污水从该矩形的四周边界向外渗透了3m，则该垃圾填埋场外围受污染土地的面积为（　　）

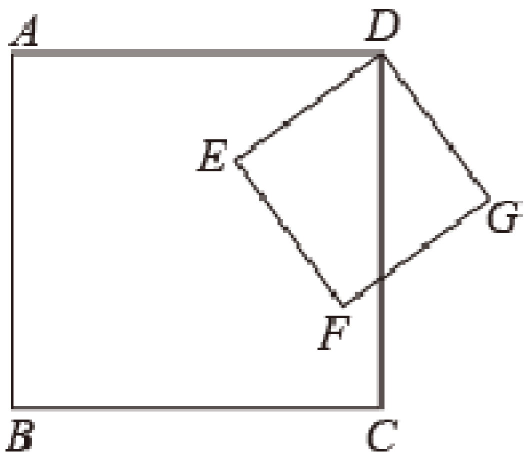
A．$(840+6\pi)m^2$　　B．$(840+9\pi)m^2$　　C．$840m^2$　　D．$876m^2$

6.（浙江省温州市2022年）如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，以其三边为边向外作正方形，连结CF，作$GM\perp CF$于点M，$BJ\perp GM$于点J，$AK\perp BJ$于点K，交CF于点L．若正方形$ABGF$与正方形$JKLM$的面积之比为5，$CE=\sqrt{10}+\sqrt{2}$，则CH的长为（　　）



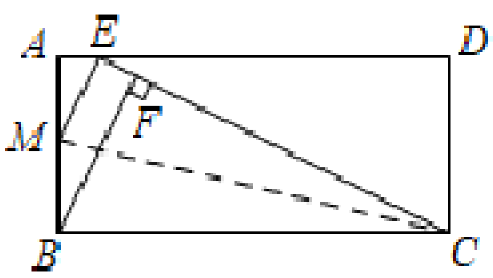
A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{10}$

7.（江苏省泰州市2022年）如图，正方形$ABCD$的边长为2，E为与点D不重合的动点，以DE一边作正方形$DEFG$.设$DE=d_1$，点F、G与点C的距离分别为d_2，d_3，则$d_1+d_2+d_3$的最小值为(　　)



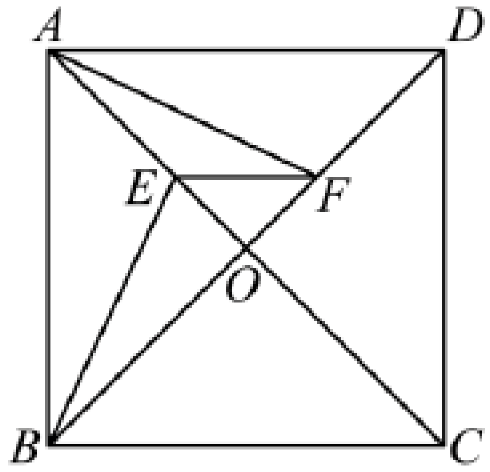
A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

8.（辽宁省营口市2022年）如图，在矩形$ABCD$中，点M在AB边上，把$\triangle BCM$沿直线CM折叠，使点B落在AD边上的点E处，连接EC，过点B作$BF\perp EC$，垂足为F，若$CD=1,CF=2$，则线段AE的长为（　　）



A．$\sqrt{5}-2$　　　　B．$\sqrt{3}-1$　　　　C．$\frac{1}{3}$　　　　D．$\frac{1}{2}$

9.（重庆市 2022 年 ）如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O． E、F 分别为 AC 、 BD 上一点，且 $OE=OF$ ，连接 AF ， BE ， EF ．若 $\angle AFE=25°$，则 $\angle CBE$ 的度数为（　　）



A．50°　　　　B．55°　　　　C．65°　　　　D．70°

10.（山东省滨州市 2022 年）正方形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O（如图 1），如果 $\angle BOC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转，其两边分别与边 AB,BC 相交于点 E、F（如图 2），连接 EF，那么在点 E 由 B 到 A 的过程中，线段 EF 的中点 G 经过的路线是（　　）

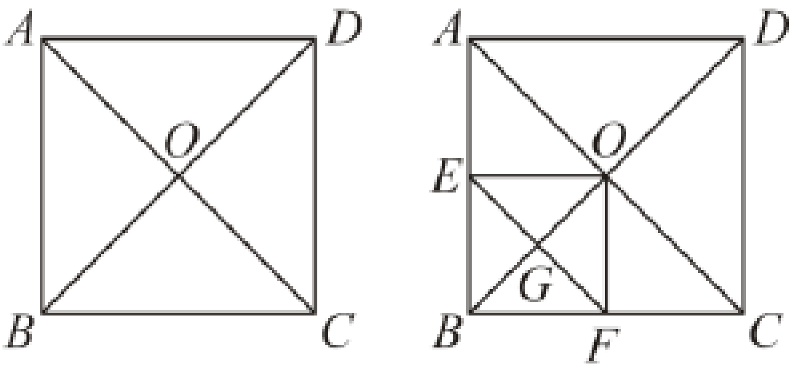
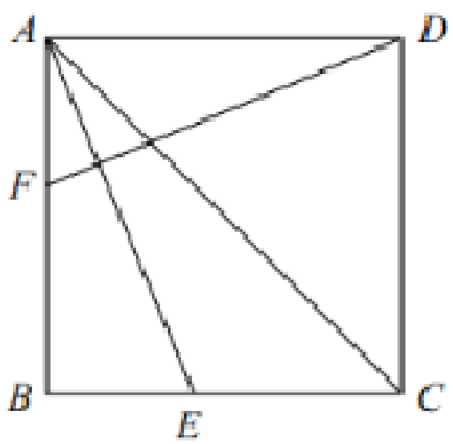


图1　　　　图2

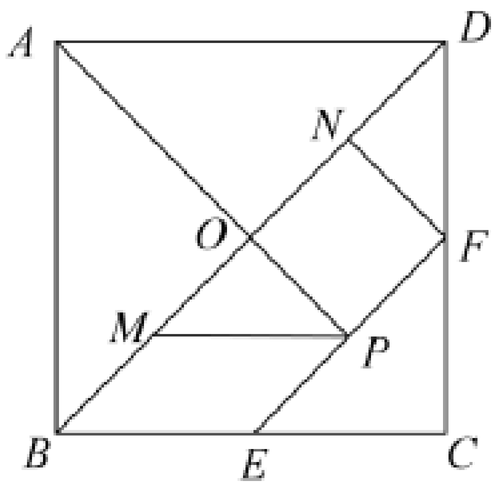
A．线段　　　　B．圆弧　　　　C．折线　　　　D．波浪线

11.（重庆市 2022 年 ）如图，在正方形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E ，点 F 是边 AB 上一点，连接 DF ，若 $BE=AF$ ，则 $\angle CDF$ 的度数为（　　）



A．45°　　　　B．60°　　　　C．67.5 °　　　　D．77 5°

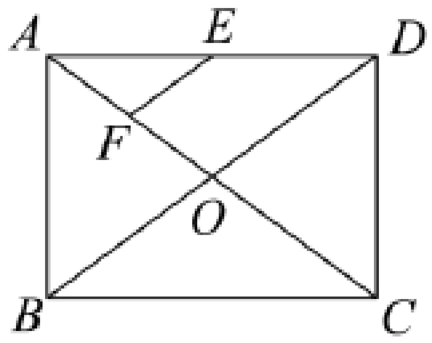
12.（湖北省随州市 2022 年）七巧板是一种古老的中国传统智力玩具，如图，在正方形纸板 $ABCD$ 中，BD 为对角线，E，F 分别为 BC，CD 的中点， $AP\perp EF$ 分别交 BD，EF 于 O，P 两点，M，N 分别为 BO，DC 的中点，连接 AP，NF，沿图中实线剪开即可得到一副七巧板，则在剪开之前，关于该图形，下列说法：①图中的三角形都是等腰直角三角形；②四边形 $MPEB$ 是菱形；③四边形 $PFDM$ 的面积占正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$．正确的有（　　）



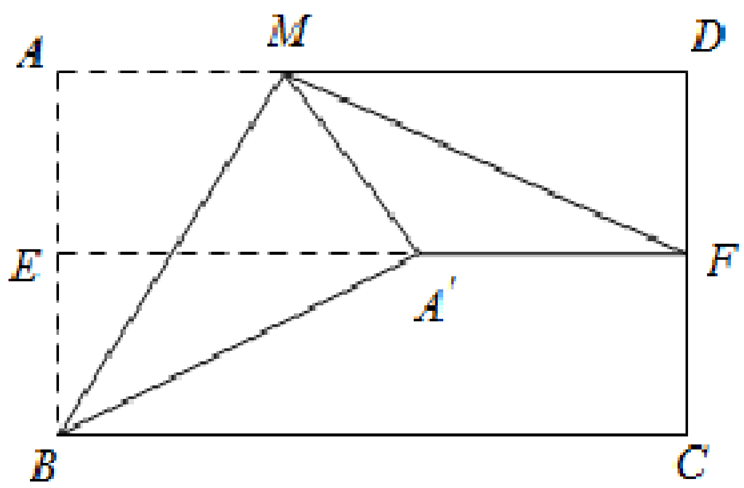
A．只有①　　　B．①②　　　C．①③　　　D．②③

二、填空题（本大题共 6 小题）

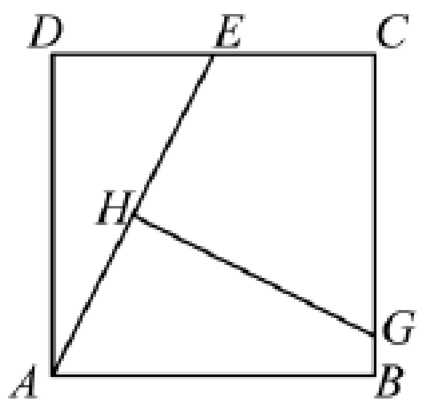
13.（吉林省 2022 年）如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 是边 AD 的中点，点 F 在对角线 AC 上，且 $AF=\frac{1}{4}AC$，连接 EF．若 $AC=10$，则 $EF=$_____．



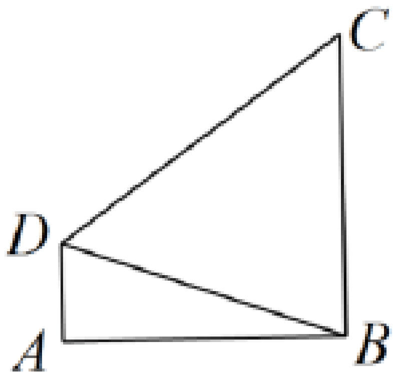
14.（辽宁省大连市 2022 年）如图，对折矩形纸片 $ABCD$，使得 AD 与 BC 重合，得到折痕 EF，把纸片展平，再一次折叠纸片，使点 A 的对应点 A' 落在 EF 上，并使折痕经过点 B，得到折痕 BM．连接 MF，若 $MF\perp BM$，$AB=6\text{cm}$，则 AD 的长是 cm．



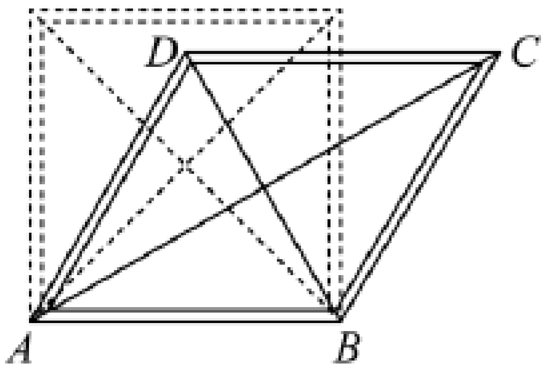
15.（江苏省无锡市 2022 年）如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 8，点 E 是 CD 的中点，HG 垂直平分 AE 且分别交 AE、BC 于点 H、G，则 BG＝____．



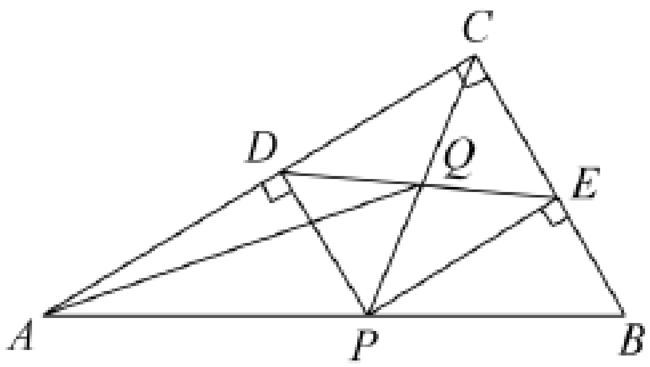
16.（江苏省常州市 2022 年）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle ABC=90°$，DB 平分 $\angle ADC$．若 $AD=1$，$CD=3$，则 $\sin\angle ABD=$___．



17．（江苏省常州市 2022 年）如图，将一个边长为 20cm 的正方形活动框架（边框粗细忽略不计）扭动成四边形 $ABCD$ ，对角线是两根橡皮筋，其拉伸长度达到 36cm 时才会断裂．若 $\angle BAD=60°$，则橡皮筋 AC __断裂（填“会”或“不会”，参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.732$）．

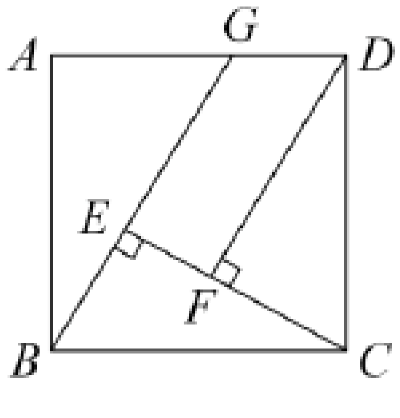


18．（辽宁省抚顺本溪辽阳市 2022 年）如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°,\angle B=60°,BC=2$，点 P 为斜边 AB 上的一个动点（点 P 不与点 A．B 重合），过点 P 作 $PD\perp AC,PE\perp BC$，垂足分别为点 D 和点 E，连接 DE,PC 交于点 Q，连接 AQ，当 $\triangle APQ$ 为直角三角形时，AP 的长是



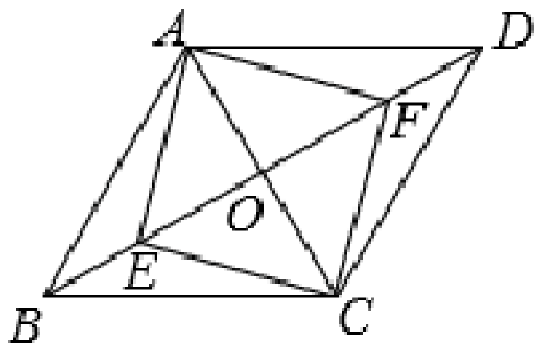
三、解答题（本大题共 7 小题）

19．（湖北省恩施州 2022 年）如图，已知四边形 $ABCD$ 是正方形，G 为线段 AD 上任意一点，$CE\perp BG$ 于点 E，$DF\perp CE$ 于点 F．求证：$DF=BE+EF$．

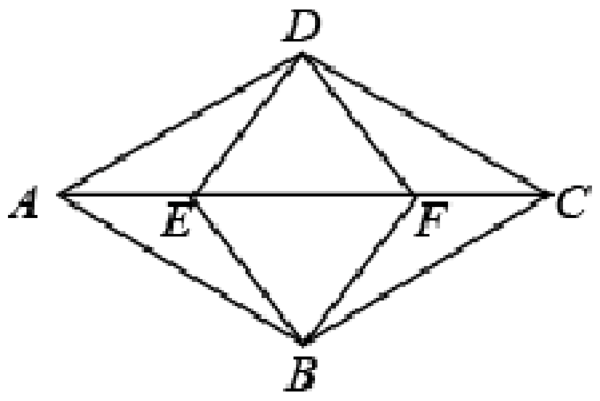


20．（湖南省邵阳市 2022 年）如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E，F 在对角线 BD 上，且 $BE=DF$，$OE=OA$．

求证：四边形 $AECF$ 是正方形．

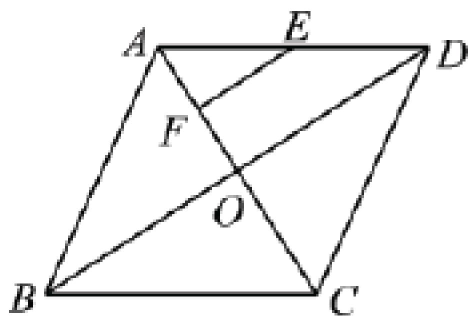


21．（湖南省郴州市2022年）如图，四边形 $ABCD$ 是菱形，E，F 是对角线 AC 上的两点，且 $AE=CF$，连接 BF．FD，DE，EB．



求证：四边形 $DEBF$ 是菱形．

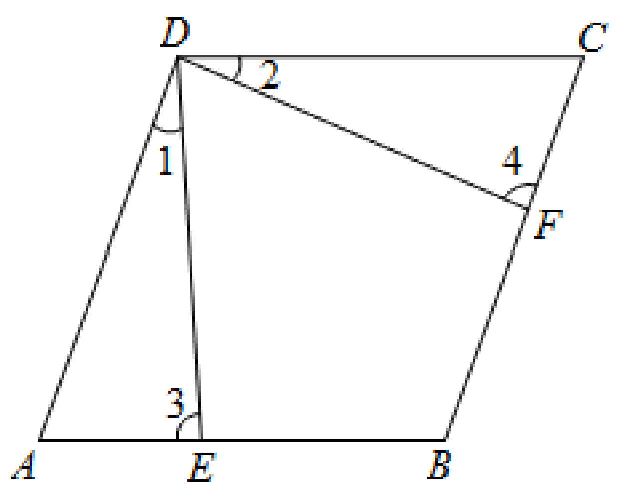
22．（湖南省长沙市2022年）如图，在▱$ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，$AB=AD$．



(1)求证：$AC\perp BD$；

(2)若点 E，F 分别为 AD，AO 的中点，连接 EF，$EF=\dfrac{3}{2}$，$AO=2$，求 BD 的长及四边形 $ABCD$ 的周长．

23．（湖南省岳阳市2022年）如图，点 E，F 分别在▱$ABCD$ 的边 AB，BC 上，$AE=CF$，连接 DE，DF．请从以下三个条件：①$\angle 1=\angle 2$；②$DE=DF$；③$\angle 3=\angle 4$ 中，选择一个合适的作为已知条件，使▱$ABCD$ 为菱形．

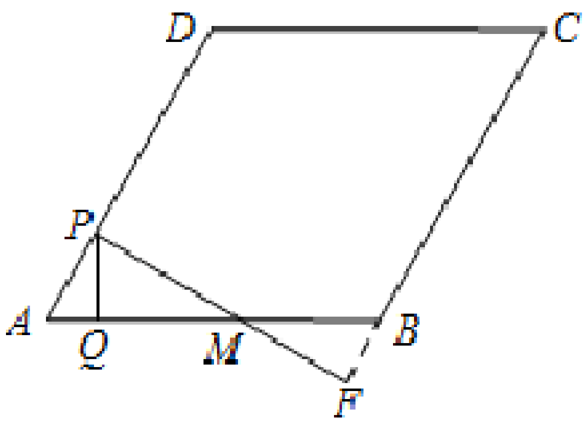


(1)你添加的条件是___（填序号）；

(2)添加了条件后，请证明▱$ABCD$ 为菱形．

24．（湖南省衡阳市2022年）如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$\angle BAD=60^\circ$，点 P 从点A出发，沿线段 AD 以每秒1个单位长度的速度向终点 D 运动，过点 P 作 $PQ\perp AB$ 于

点Q，作$PM\perp AD$交直线AB于点M，交直线BC于点F，设$\triangle PQM$与菱形$ABCD$重叠部分图形的面积为S（平方单位），点P运动时间为t（秒）.



(1)当点M与点B重合时，求t的值；

(2)当t为何值时，$\triangle APQ$与$\triangle BMF$全等；

(3)求S与t的函数关系式；

(4)以线段PQ为边，在PQ右侧作等边三角形PQE，当$2\le t\le 4$时，求点E运动路径的长.

25.（湖北省荆州市2022年）如图，在10×10的正方形网格中，小正方形的顶点称为格点，顶点均在格点上的图形称为格点图形，图中$\triangle ABC$为格点三角形．请按要求作图，不需证明.

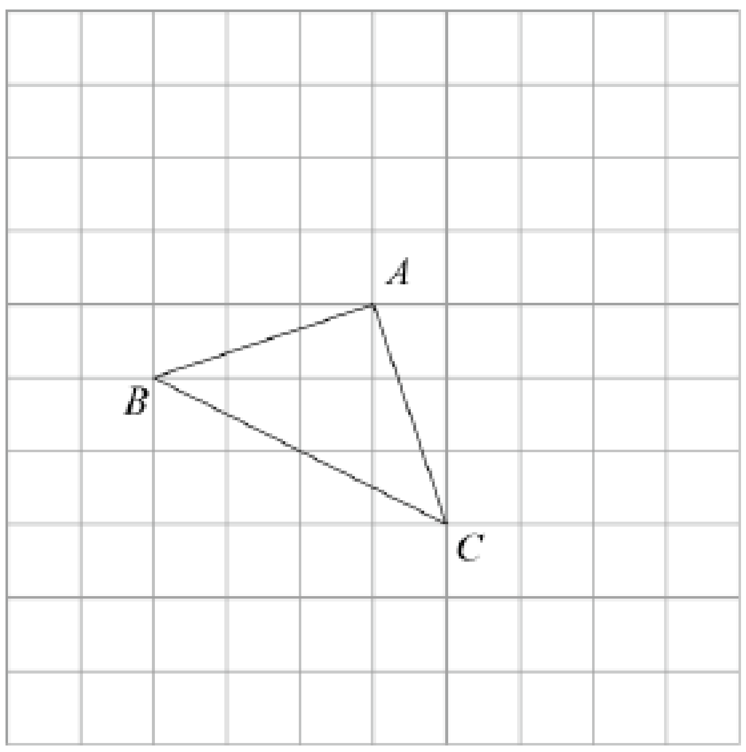


图1

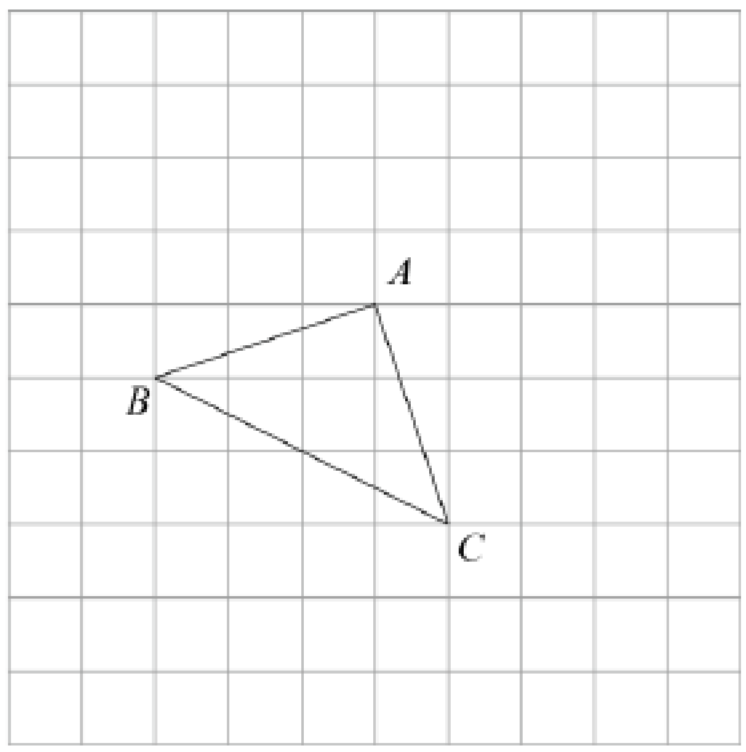


图2

(1)在图1中，作出与$\triangle ABC$全等的所有格点三角形，要求所作格点三角形与$\triangle ABC$有一条公共边，且不与$\triangle ABC$重叠；

(2)在图2中，作出以BC为对角线的所有格点菱形.

参考答案

1.【答案】D

【分析】

根据矩形的判定定理逐项判断即可.

【详解】

当 $AB=AC$ 时，不能说明 ▱$ABCD$ 是矩形，所以 A 不符合题意；

当 $AC\perp BD$ 时，▱$ABCD$ 是菱形，所以 B 不符合题意；

当 $AB=AD$ 时，▱$ABCD$ 是菱形，所以 C 不符合题意；

当 $AC=BD$ 时，▱$ABCD$ 是矩形，所以 D 符合题意.

故选：D.

2.【答案】C

【分析】

由对角线的相等不能判定平行四边形，可判断 A，两个角为$90°$不能判定矩形，可判断 B，对角线的交点到四个顶点的距离相等，可判断矩形，从而可判断 C，由两组对边分别相等判断的是平行四边形，可判断 D，从而可得答案.

【详解】

解：A、测量两条对角线是否相等，不能判定为平行四边形，更不能判定为矩形，故选项 A 不符合题意；

B、度量两个角是否是 90°，不能判定为平行四边形，更不能判定为矩形，故选项 B 不符合题意；

C、测量对角线交点到四个顶点的距离是否都相等，可以判定为矩形，故选项 C 符合题意；

D、测量两组对边是否相等，可以判定为平行四边形，故选项 D 不符合题意；

故选：C.

3.【答案】C

【分析】

先根据矩形的性质可得 $\angle A=90°, AD\parallel BC$，再根据线段垂直平分线的性质可得 $BM=DM, BN=DN$，根据等腰三角形的性质可得 $\angle MDB=\angle MBD, \angle NBD=\angle NDB$，从而可得 $\angle MBD=\angle NDB$，根据平行线的判定可得 $BM\parallel DN$，然后根据菱形的判定可得四边形 $MBND$ 是菱形，设 $BM=DM=x(x>0)$，则 $AM=4-x$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABM$ 中，利用勾股定理可得 x 的值，最后根据菱形的周长公式即可得.

【详解】

解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle A=90°, AD\parallel BC$，

$\therefore \angle MDB=\angle NBD$，

由作图过程可知，PQ 垂直平分 BD，

$\therefore BM=DM, BN=DN$，

$\therefore \angle MDB=\angle MBD, \angle NBD=\angle NDB$，

$\therefore \angle MBD=\angle NDB$，

$\therefore BM \parallel DN$，

$\therefore$四边形$MBND$是平行四边形，

又$\because BM=DM$，

$\therefore$平行四边形$MBND$是菱形，

设$BM=DM=x(x>0)$，则$AM=AD-DM=4-x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABM$中，$AB^2+AM^2=BM^2$，即$2^2+(4-x)^2=x^2$，

解得$x=\dfrac{5}{2}$，

则四边形$MBND$的周长为$4BM=4x=4\times\dfrac{5}{2}=10$，

故选：C．

4.【答案】A

【分析】

通过判定ΔABE为等边三角形求得$\angle BAE=60^\circ$，利用等腰三角形的性质求得$\angle EAC=30^\circ$，从而判断①；利用有一组邻边相等的平行四边形是菱形判断③，然后结合菱形的性质和含30°直角三角形的性质判断②；根据三角形中线的性质判断④．

【详解】

解：$\because$点E为BC的中点，

$\therefore BC=2BE=2CE$，

又$\because BC=2AB$，

$\therefore AB=BE$，

$\because \angle ABC=60^\circ$，

$\therefore \Delta ABE$是等边三角形，

$\therefore \angle BAE=\angle BEA=60^\circ$，

$\therefore \angle EAC=\angle ECA=30^\circ$，

$\therefore \angle BAC=\angle BAE+\angle EAC=90^\circ$，

即$AB\perp AC$，故①正确；

在平行四边形$ABCD$中，$AD//BC$，$AD=BC$，$AO=CO$，

$\therefore \angle CAD=\angle ACB$，

在ΔAOF和ΔCOE中，

$$\begin{cases}\angle CAD=\angle ACB\\ OA=OC\\ \angle AOF=\angle COE\end{cases},$$

$\therefore \Delta AOF\cong\Delta COE(ASA)$，

$\therefore AF=CE$，

$\therefore$四边形$AECF$是平行四边形，

又$\because AB\perp AC$，点E为BC的中点，

$\therefore AE=CE$，

$\therefore$平行四边形 $AECF$ 是菱形，故③正确；

$\therefore AC\perp EF$，

在 $Rt\Delta COE$ 中，$\angle ACE=30°$，

$\therefore OE=\frac{1}{2}CE=\frac{1}{4}BC=\frac{1}{4}AD$，故②正确；

在平行四边形 $ABCD$ 中，$OA=OC$，

又$\because$点 E 为 BC 的中点，

$\therefore S_{\Delta BOE}=\frac{1}{2}S_{\Delta BOC}=\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}$，故④正确；

综上所述：正确的结论有 4 个，

故选：A.

5.【答案】B

【分析】

根据题意可知受污染土地由两类长分别为 $80m$，$60m$，宽分别为 $3m$ 的矩形，及四个能组成一个以半径为 $3m$ 的圆组成，求出面积和即可.

【详解】

解：根据题意可知受污染土地由两类长分别为 $80m$，$60m$，宽分别为 $3m$ 的矩形，及四个能组成一个以半径为 $3m$ 的圆组成，

$\therefore$面积为：$2\times80\times3+2\times60\times3+3^2\pi=\left(840+9\pi\right)m^2$，

故选：B.

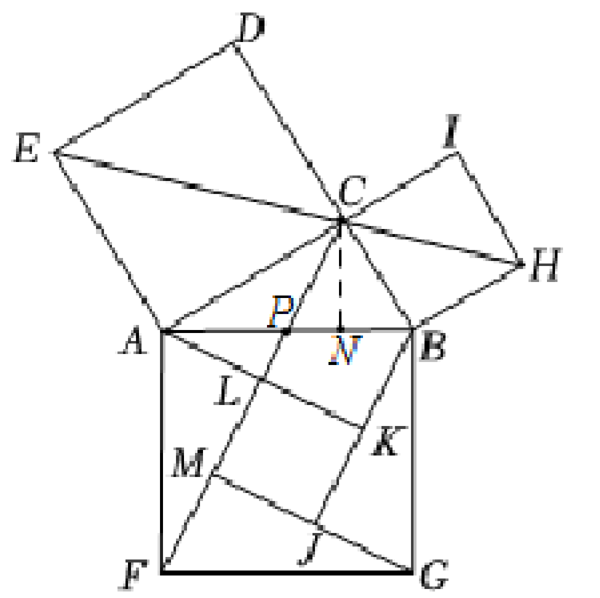
6.【答案】C

【分析】

设 CF 交 AB 于 P，过 C 作 $CN\perp AB$ 于 N，设正方形 $JKLM$ 边长为 m，根据正方形 $ABGF$ 与正方形 $JKLM$ 的面积之比为 5，得 $AF=AB=\sqrt{5}m$，证明$\triangle AFL\cong\triangle FGM$（$AAS$），可得 $AL=FM$，设 $AL=FM=x$，在 $Rt\triangle AFL$ 中，$x^2+(x+m)^2=(\sqrt{5}m)^2$，可解得 $x=m$，有 $AL=FM=m$，$FL=2m$，从而可得 $AP=\frac{\sqrt{5}m}{2}$，$FP=\frac{5}{2}m$，$BP=\frac{\sqrt{5}m}{2}$，即知 P 为 AB 中点，$CP=AP=BP=\frac{\sqrt{5}m}{2}$，由$\triangle CPN\backsim\triangle FPA$，得 $CN=m$，$PN=\frac{1}{2}m$，即得 $AN=\frac{\sqrt{5}+1}{2}m$，而 $\tan\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{CN}{AN}=\frac{2}{\sqrt{5}+1}$，又$\triangle AEC\backsim\triangle BCH$，根据相似三角形的性质列出方程，解方程即可求解.

【详解】

解：设 CF 交 AB 于 P，过 C 作 $CN\perp AB$ 于 N，如图：



设正方形 $JKLM$ 边长为 m，

∴正方形 $JKLM$ 面积为 m^2，

∵正方形 $ABGF$ 与正方形 $JKLM$ 的面积之比为 5，

∴正方形 $ABGF$ 的面积为 $5m^2$，

∴$AF=AB=\sqrt{5}m$，

由已知可得：$\angle AFL=90°-\angle MFG=\angle MGF$，$\angle ALF=90°=\angle FMG$，$AF=GF$，

∴$\triangle AFL\cong\triangle FGM$（$AAS$），

∴$AL=FM$，

设 $AL=FM=x$，则 $FL=FM+ML=x+m$，

在 $Rt\triangle AFL$ 中，$AL^2+FL^2=AF^2$，

∴$x^2+(x+m)^2=(\sqrt{5}m)^2$，

解得 $x=m$ 或 $x=-2m$（舍去），

∴$AL=FM=m$，$FL=2m$，

∵$\tan\angle AFL=\frac{AP}{AF}=\frac{AL}{FL}=\frac{m}{2m}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{AP}{\sqrt{5}m}=\frac{1}{2}$，

∴$AP=\frac{\sqrt{5}m}{2}$，

∴$FP=\sqrt{AP^2+AF^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{5}m}{2})^2+(\sqrt{5}m)^2}=\frac{5}{2}m, BP=AB-AP=\sqrt{5}m-\frac{\sqrt{5}m}{2}=\frac{\sqrt{5}m}{2}$

∴$AP=BP$，即 P 为 AB 中点，

∵$\angle ACB=90°$，

∴$CP=AP=BP=\frac{\sqrt{5}m}{2}$

∵$\angle CPN=\angle APF$，$\angle CNP=90°=\angle FAP$，

∴$\triangle CPN\backsim\triangle FPA$，

∴$\frac{CP}{FP}=\frac{CN}{AF}=\frac{PN}{AP}$，即$\frac{\frac{\sqrt{5}m}{2}}{\frac{5}{2}m}=\frac{CN}{\sqrt{5}m}=\frac{PN}{\frac{\sqrt{5}m}{2}}$

∴$CN=m$，$PN=\frac{1}{2}m$，

$\therefore AN=AP+PN=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}m$

$\therefore tan\angle BAC=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{CN}{AN}=\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}$，

∵△AEC 和△ BCH 是等腰直角三角形，

∴△AEC∽△BCH，

$\therefore \dfrac{BC}{AC}=\dfrac{CH}{CE}$,

$\because CE=\sqrt{10}+\sqrt{2}$,

$\therefore \dfrac{2}{\sqrt{5}+1}=\dfrac{CH}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

$\therefore CH=2\sqrt{2}$,

故选：C．

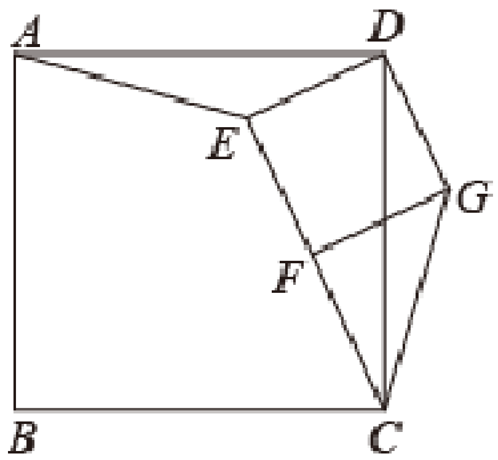
7.【答案】C

【分析】

连接 CF、CG、AE，证 $\Delta ADE\cong\Delta CDG\left(SAS\right)$ 可得 $AE=CG$，当 A、E、F、C 四点共线时，即得最小值；

【详解】

解：如图，连接 CF、CG、AE，



$\because \angle ADC=\angle EDG=90°$

$\therefore \angle ADE=\angle CDG$

在 ΔADE 和 ΔCDG 中，

$\because \begin{cases} AD=CD \\ \angle ADE=\angle CDG \\ DE=DG \end{cases}$

$\therefore \Delta ADE\cong\Delta CDG\left(SAS\right)$

$\therefore AE=CG$

$\therefore DE+CF+CG=EF+CF+AE$

当 $EF+CF+AE=AC$ 时，最小，

$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore d_1+d_2+d_3$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$，

故选：C．

8.【答案】A

【分析】

先证明$\triangle BFC\cong\triangle CDE$，可得$DE=CF=2$，再用勾股定理求得$CE=\sqrt{5}$，从而可得$AD=BC=\sqrt{5}$，最后求得$AE$的长．

【详解】

解：∵四边形$ABCD$是矩形，

∴$BC=AD$，$\angle ABC=\angle D=90°$，$AD\parallel BC$，

∴$\angle DEC=\angle FCB$，

∵$BF\perp EC$，

∴$\angle BFC=\angle CDE$，

∵把$\triangle BCM$沿直线CM折叠，使点B落在AD边上的点E处，

∴$BC=EC$，

在$\triangle BFC$与$\triangle CDE$中，

$$\begin{cases}\angle DEC=\angle FCB\\ \angle BFC=\angle CDE\\ BC=EC\end{cases}$$

∴$\triangle BFC\cong\triangle CDE$（AAS），

∴$DE=CF=2$，

∴$CE=\sqrt{CD^2+DE^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴$AD=BC=CE=\sqrt{5}$，

∴$AE=AD-DE=\sqrt{5}-2$，

故选：A．

9.【答案】C

【分析】

根据正方形的性质证明$\triangle AOF\cong\triangle BOE$（SAS），得到$\angle OBE=\angle OAF$，利用$OE=OF$，$\angle EOF=90°$，求出$\angle OEF=\angle OFE=45°$，由此得到$\angle OAF=\angle OEF-\angle AFE=20°$，进而得到$\angle CBE$的度数．

【详解】

解：在正方形$ABCD$中，$AO=BO$，$\angle AOD=\angle AOB=90°$，$\angle CBO=45°$，

∵$OE=OF$，

∴$\triangle AOF\cong\triangle BOE$（SAS），

∴$\angle OBE=\angle OAF$，

∵$OE=OF$，$\angle EOF=90°$，

∴$\angle OEF=\angle OFE=45°$，

∵$\angle AFE=25°$，

∴$\angle OAF=\angle OEF-\angle AFE=20°$，

∴$\angle CBE=\angle CBO+\angle OBE=45°+20°=65°$，

故选：C．

10.【答案】A

【分析】