第十八章　相似形

二　相似三角形

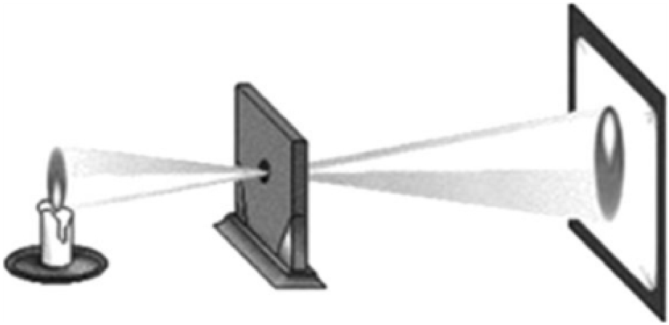
18.7　应用举例

基础过关练

知识点1　测量物体的高度

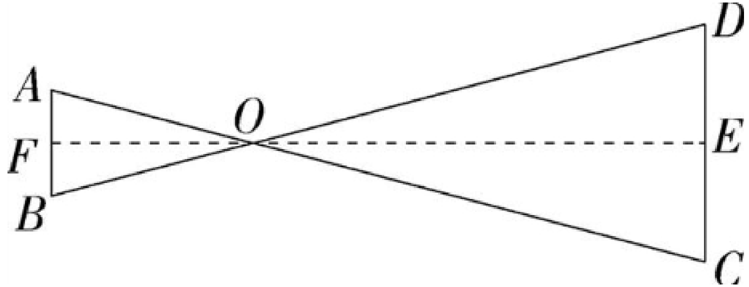
1.(情境题·数学活动)(教材变式·P29探索)(2024北京昌平期中)大约在两千四五百年前,墨子和他的学生做了世界上第一个小孔成像的实验,并在《墨经》中有这样的精彩记录:“景到,在午有端,与景长,说在端.”如图所示的小孔成像实验中,　　C

若物距为10 cm,像距为15 cm,蜡烛火焰倒立的像的高度是8 cm,则蜡烛火焰的高度是　(　　)



A. $\frac{9}{2}$ cm B. 6 cm C. $\frac{16}{3}$ cm D. 8 cm

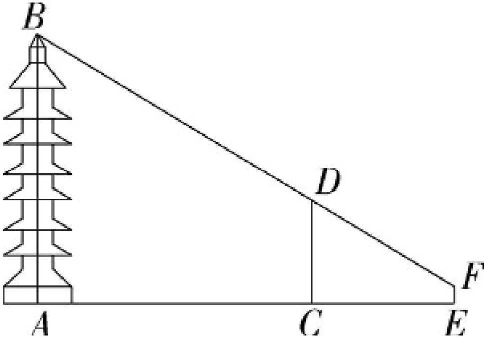
解析 如图,过点O作$OE\perp CD$,垂足为E,延长EO交AB于点F,



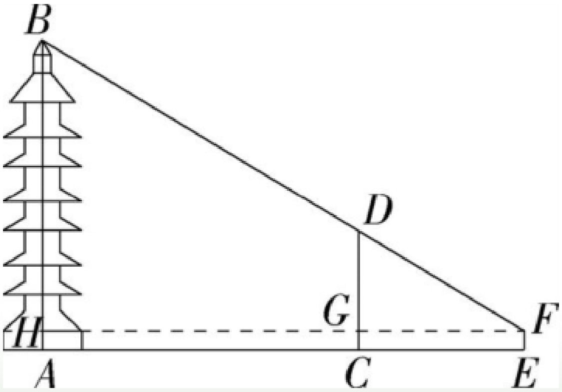
由题意得$OE=15$ cm,$CD=8$ cm,$OF=10$ cm,$AB\parallel CD$,$\therefore \angle A=\angle C$,$\angle B=\angle D$,$\therefore \triangle ABO\backsim\triangle CDO$,$\therefore \frac{OF}{OE}=\frac{AB}{CD}$,$\therefore \frac{10}{15}=\frac{AB}{8}$,

$\therefore AB=\frac{16}{3}$ cm.

2.(情境题・数学文化)(2023山东潍坊中考)在《数书九章》(宋·秦九韶)中记载了一个测量塔高的问题:如图所示,AB表示塔的高度,CD表示竹竿顶端到地面的高度,EF表示人眼到地面的高度,AB、CD、EF在同一平面内,点A、C、E在一条水平直线上.已知$AC=20$米,$CE=10$米,$CD=7$米,$EF=1.4$米,人从点F远眺塔顶B,视线恰好经过竹竿的顶端D,可求出塔的高度.根据以上信息,塔的高度为____**18.2**____米.



解析 过点F作$FG\perp CD$,垂足为G,延长FG交AB于点H,



由题意得$FH\perp AB$,$AH=CG=EF=1.4$米,$AC=GH=20$米,$CE=FG=10$米,$\therefore \angle DGF=\angle BHF=90^\circ$,

$\because CD=7$米,$\therefore DG=CD-CG=7-1.4=5.6$(米),

$\because \angle DFG=\angle BFH$,$\angle DGF=\angle BHF=90^\circ$,

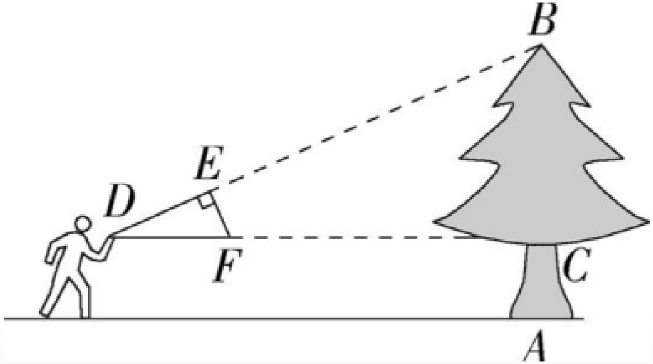
$\therefore \triangle FDG\backsim\triangle FBH$,

$\therefore \dfrac{DG}{BH}=\dfrac{FG}{FH}$,$\therefore \dfrac{5.6}{BH}=\dfrac{10}{10+20}$,$\therefore BH=16.8$米,

$\therefore AB=BH+AH=16.8+1.4=18.2$(米),

$\therefore$塔的高度为18.2米.

3.(2024北京通州期中)如图,小明同学用自制的直角三角形纸板DEF测量树的高度AB,他调整自己的位置,设法使斜边DF保持水平,并且边DE与点B在同一直线上,已知纸板的两条直角边DE=40 cm,EF=20 cm,测得边DF离地面的高度AC=1.5 m,CD=8 m,求树高AB.



解析 连接CB(图略),在$\triangle DEF$和$\triangle DCB$中,$\angle D=\angle D$,$\angle DEF=\angle DCB$,$\therefore \triangle DEF\backsim\triangle DCB$,$\therefore \dfrac{DE}{EF}=\dfrac{CD}{BC}$,即$\dfrac{40}{20}=\dfrac{8}{BC}$,$\therefore BC=4$ m,$\because AC=1.5$ m,$\therefore AB=AC+BC=1.5+4=5.5$ m,

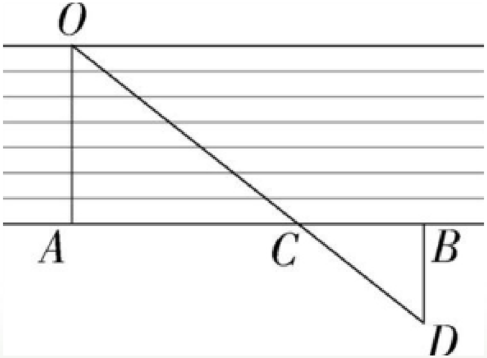
即树高AB为5.5 m.

知识点2　测量物体的宽度

4.(2023北京房山期中)地质勘探人员为了估算某条河的宽度,在河对岸选定一个目标点O,再在他们所在的这一侧选取点A,B,D,使得$AB\perp AO$,$DB\perp AB$,然后找到DO和AB的交点C,如图所示,测得$AC=16$ m,$BC=8$ m,$DB=7$ m,则河宽AO为　C
(　　)

A.16 m　　B.15 m

C.14 m　　D.13 m



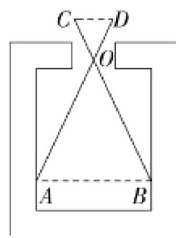
解析 $\because AB\perp AO, DB\perp AB, \therefore \angle OAC=\angle DBC=90°$,

又$\because \angle OCA=\angle DCB, \therefore \triangle OCA\backsim\triangle DCB$,

$\therefore \dfrac{OA}{DB}=\dfrac{AC}{BC}, \therefore OA=\dfrac{DB\cdot AC}{BC}=\dfrac{7\times 16}{8}=14(\text{m})$,

即河宽AO为14 m.故选C.

5.(2023江苏镇江中考)如图,用一个卡钳测量某个零件的内孔直径AB,量得$\left(AD=BC,\frac{OC}{OB}=\frac{OD}{OA}=\frac{1}{3}\right)$ CD的长度为6 cm,则AB的长度为____18____cm.

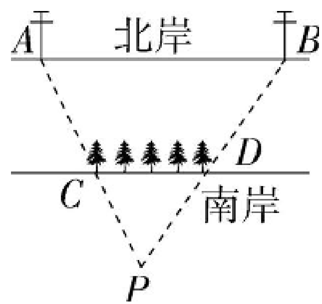


解析　$\because \frac{OC}{OB}=\frac{OD}{OA}=\frac{1}{3}$,$\angle COD=\angle BOA$,

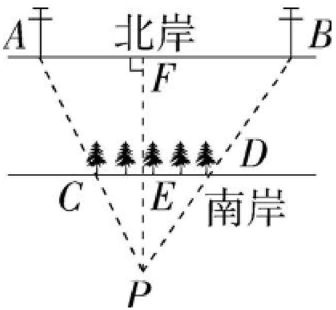
$\therefore \triangle COD \backsim \triangle BOA$,$\therefore AB:CD=3:1$,

$\because CD=6$ cm,$\therefore AB=6\times3=18$(cm).

6.如图,一条河的两岸有一段是平行的,在河的南岸边每隔5米有一棵树,在北岸边每隔50米有一根电线杆.小丽站在离南岸边15米的点P处看北岸,发现北岸相邻的两根电线杆A、B恰好被南岸的两棵树C、D遮住,并且在这两棵树之间还有三棵树,求河的宽度.



解析　如图,过点P作$PF\perp AB$,交AB于点F,交CD于点E.依题意得$CD=20$米,$AB=50$米,$PE=15$米.设河宽为x米,则$EF=x$米,$PF=(15+x)$米.



$\because AB\parallel CD$,$\therefore \triangle PDC\backsim\triangle PBA$,

$\therefore \dfrac{CD}{AB}=\dfrac{PE}{PF}$,$\therefore \dfrac{20}{50}=\dfrac{15}{15+x}$,解得$x=22.5$.

答:河的宽度为22.5米.

能力提升练

7.(数学文化)(2022浙江衢州中考,8,★★☆)西周数学家商高总结了用“矩”(如图1)测量物高的方法:把矩的两边放置在图2的位置,从矩的一端A(人眼)望点E,使视线通过点C,记人站立的位置为点B,量出BG长,即可算得物高EG.令$BG=x$ m,$EG=y$ m,若$a=30$ cm,$b=60$ cm,$AB=1.6$ m,则y关于x的函数表达式为 (B)