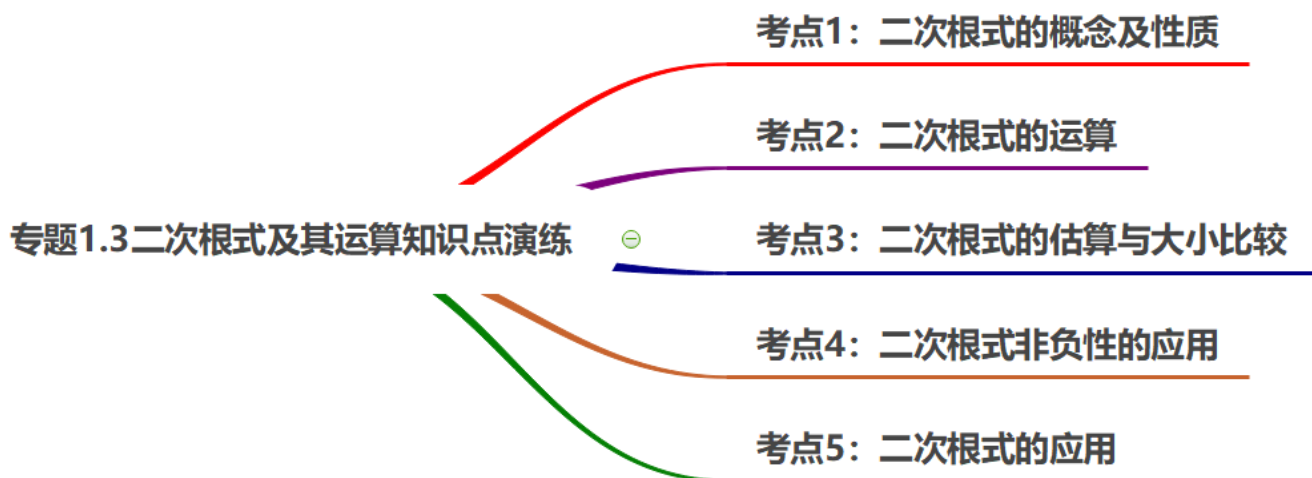


专题 1.3 二次根式及其运算知识点演练



考点 1: 二次根式的概念及性质

例 1. (1) (2022·湖北襄阳·八年级期末) 在式子 $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{x^2+1}, x+y$ 中, 二次根式有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

解: $\sqrt{2}$ 是二次根式, 符合题意,

$\sqrt[3]{3}$ 是三次根式, 不合题意,

$\sqrt{x^2+1}$ 是二次根式, 符合题意,

$x+y$ 不是二次根式, 不合题意.

故选: B.

(2) (2022·安徽合肥·八年级期中) 函数 $y = \frac{1}{x-9} + \sqrt{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 2$ B. $x \geq 2$ 且 $x \neq 9$ C. $x \neq 9$ D. $2 \leq x < 9$

解: $\begin{cases} x-9 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$,

解得 $x \geq 2$ 且 $x \neq 9$.

故选: B.

(3) (2022·四川省蒲江县蒲江中学八年级期中) $\sqrt{18m}$ 化简后是正整数, 则整数 m 的最小值为_____.

解: $\because \sqrt{18m} = \sqrt{9 \times 2m} = 3\sqrt{2m}$ 且 $\sqrt{18m}$ 化简后是正整数,

$\therefore 3\sqrt{2m}$ 是正整数,

$\therefore 2m$ 是一个非0完全平方数, 且 m 是整数,

$\therefore m$ 的最小值为2,

故答案为: 2.

知识点训练

1. (2022·辽宁大连·八年级期末) 下列各式中是二次根式的为 ()

- A. $a+b$ B. $\frac{s}{t}$ C. $-x^3$ D. $\sqrt{a}(a \geq 0)$

【答案】 D

【分析】 根据二次根式的定义判定即可.

【详解】 解: A、 $a+b$ 是整式不是二次根式, 故此选项不符合题意;

B、 $\frac{s}{t}$ 是分式不是二次根式, 故此选项不符合题意;

C、 $-x^3$ 是单项式不是二次根式, 故此选项不符合题意;

D、 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 是二次根式, 故此选项符合题意;

故选: D.

【点睛】 本题考查二次根式, 熟练掌握二次根式的定义“形如 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的式子叫二次根式”是解题的关键.

2. (2022·陕西安康·八年级期中) 下列各式中, 一定是二次根式的是 ()

- A. $\sqrt[3]{4}$ B. $\sqrt{-10}$ C. $\sqrt{5}$ D. \sqrt{a}

【答案】 C

【分析】 根据二次根式的定义即可得出正确选项.

【详解】 A、 $\sqrt[3]{4}$ 是三次根式, 不合题意;

B、 $\sqrt{-10}$ 的被开方数是负数, 不合题意;

C、 $\sqrt{5}$ 是二次根式, 符合题意;

D、 \sqrt{a} 中, 当 $a < 0$ 时, 不是二次根式, 不合题意;

故选 C.

【点睛】 本题考查了二次根式的定义, 掌握二次根式的定义是本题的关键.

3. (2022·云南昭通·八年级期中) 在下列代数式中, 不是二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C. $\sqrt{x^2+1}$ D. $\frac{2}{x}$

【答案】 D

【分析】 直接利用二次根式的定义即可解答.

【详解】 解: A、 $\sqrt{5}$ 是二次根式, 故此选项不合题意;

B、 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 是二次根式, 故此选项不合题意;

C、 $\sqrt{x^2+1}$ 是二次根式, 故此选项不合题意;

D、 $\frac{2}{x}$ ，不是二次根式，故此选项符合题意。

故答案为 D。

【点睛】本题主要考查了二次根式的定义，一般形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的代数式叫做二次根式，正确把握二次根式的定义是解答本题的关键。

4. (2022·四川·树德中学八年级期中) 使 $\sqrt{x-5}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 5$ B. $x < 5$ C. $x \neq 5$ D. $x \geq 5$

【答案】D

【分析】根据二次根式中的被开方数是非负数可得 $x-5 \geq 0$ ，再解不等式即可。

【详解】解：由题意得： $x-5 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 5$ ，故 D 正确。

故选：D。

【点睛】本题主要考查了二次根式有意义的条件，关键是掌握二次根式中的被开方数是非负数。

5. (2022·河南南阳·九年级期中) 要使二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义， x 的值不可以取 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】A

【分析】根据二次根式有意义的条件即可求出答案。

【详解】 $\because x-2 \geq 0$ ，

$\therefore x \geq 2$ ，

故选：A。

【点睛】本题考查二次根式，正确理解二次根式有意义的条件是解题的关键。

6. (2022·山东·济宁高新区洸河中学九年级期中) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x < 1$

【答案】C

【分析】由分式有意义的条件和二次根式有意义的条件即可得出 $x-1 > 0$ ，解之，即得出答案。

【详解】由题意得： $x-1 > 0$

解得： $x > 1$ 。

故选 C。

【点睛】本题考查求函数自变量的取值范围，掌握分式的分母不能为 0，被开方数为非负数是解题关键。

7. (2022·北京市育英中学八年级期中) 下列计算中，正确的是 ()

A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ B. $\sqrt{3^2 + 4^2} = 7$ C. $\sqrt{4\frac{1}{2}} = 2\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{(-4) \times (-9)} = 6$

【答案】 D

【分析】 根据二次根式的性质和运算法则分别判断.

【详解】 解: A、 $\sqrt{(-3)^2} = 3$, 故错误, 不符合题意;

B、 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, 故错误, 不符合题意;

C、 $\sqrt{4\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 故错误, 不符合题意;

D、 $\sqrt{(-4) \times (-9)} = \sqrt{4} \times \sqrt{9} = 6$, 故正确, 符合题意,

故选: D.

【点睛】 本题考查了二次根式的性质和运算, 属于基础知识, 要熟练掌握相关算法.

8. (2022·广东·肇庆市颂德学校八年级期中) 下列计算正确的是 ()

A. $2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{5}$

B. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{4} \times \sqrt{3} = 6$

D. $\sqrt{(-3)^2} = -3$

【答案】 B

【分析】 根据二次根式的化简, 二次根式的乘法分别计算并判断.

【详解】 解: $2\sqrt{3}$ 与 $4\sqrt{2}$ 不是同类项, 故不能合并, 故选项 A 不正确;

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, 故选项 B 正确;

$\sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$, 故选项 C 不正确;

$\sqrt{(-3)^2} = 3$, 故选项 D 不正确;

故选: B.

【点睛】 此题考查了二次根式的化简, 二次根式的乘法, 熟记各计算法则是解题的关键.

9. (2022·陕西西安·八年级期中) 化简 $\sqrt{(3-\pi)^2}$ 得()

A. $\pi - 3$

B. $3 - \pi$

C. $-\pi - 3$

D. $\pi + 3$

【答案】 A

【分析】 根据二次根式的性质进行化简即可求解.

【详解】 解: $\sqrt{(3-\pi)^2}$

$= |3 - \pi|$

$= \pi - 3,$

故选：A.

【点睛】本题主要考查了二次根式的化简，掌握二次根式的性质是解题的关键.

10. (2022·河南驻马店·九年级期中) $y = \sqrt{2x+6} + \frac{1}{\sqrt{-2x}}$ 中变量 x 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 \leq x < 0$

【分析】根据二次根式有意义的条件，分式有意义的条件列出不等式组，解不等式组即可求解.

【详解】解：依题意 $\begin{cases} 2x+6 \geq 0 \textcircled{1} \\ -2x > 0 \textcircled{2} \end{cases}$

解不等式①得： $x \geq -3$

解不等式②得： $x < 0$

∴不等式组的解集为： $-3 \leq x < 0$,

故答案为： $-3 \leq x < 0$

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，分式有意义的条件，求一元一次不等式组的解集，掌握以上知识是解题的关键.

11. (2022·河南洛阳·九年级期中) 当 $a > 3$ 时，化简： $|a-2| - \sqrt{(a-3)^2} =$ _____.

【答案】 1

【分析】利用二次根式的性质和绝对值的性质计算即可.

【详解】解：∵ $a > 3$,

∴ $a-2 > 0$, $a-3 > 0$,

∴ $|a-2| - \sqrt{(a-3)^2}$

$= |a-2| - |a-3|$

$= a-2 - (a-3)$

$= a-2 - a+3$

$= 1.$

故答案为： 1.

【点睛】本题考查了二次根式的性质和绝对值的性质，熟记： $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a > 0) \\ 0(a = 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$ 是解题的关键.

12. (2022·黑龙江·绥化市第五中学校九年级期中) 已知 $xy > 0$ ，化简二次根式 $x\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$ 的结果是_____.

【答案】 $-\sqrt{-y}$

【分析】二次根式有意义， $y < 0$ ，结合已知条件得 $y < 0$ ，化简即可得出最简形式.

【详解】解：根据题意， $xy > 0$ ，

得 x 和 y 同号，

$$\text{又} \because x \sqrt{-\frac{y}{x^2}} - \frac{y}{x^2} \geq 0,$$

$$\therefore y < 0,$$

$$\therefore x < 0, y < 0,$$

$$\text{则原式} = x \cdot \frac{\sqrt{-y}}{\sqrt{x^2}} = x \cdot \frac{\sqrt{-y}}{-x} = -\sqrt{-y},$$

故答案为： $-\sqrt{-y}$ 。

【点睛】主要考查了二次根式的化简，解题的关键是掌握开平方的结果为非负数。

13. (2022·上海市奉贤区五四学校八年级期中) 化简： $\sqrt{xy^2}(y > 0) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $y\sqrt{x}$

【分析】根据二次根式的性质进行解答即可。

【详解】解： $\because y > 0$ ，

$$\therefore \sqrt{xy^2} = y\sqrt{x}.$$

故答案为： $y\sqrt{x}$ 。

【点睛】本题考查的是二次根式的性质与化简，熟知被开方数一定是非负数是解题的关键。

考点 2：二次根式的运算

例 2. (1) (2022·广东·阳江市实验学校八年级期中) 下列根式中是最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{3}$

解：A、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ；A 不是最简二次根式，

B、 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ；B 不是最简二次根式，

C、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ；C 不是最简二次根式，

D、 $\sqrt{3}$ 是最简二次根式；故 D 符合题意，

故选：D

(2) (2022·陕西榆林·八年级期末) 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{7}$ B. $(\sqrt[3]{4})^3 = \sqrt{4} = 2$ C. $\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{3}$ D. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 9$

解：A. $\sqrt{5}$ 和 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，不能合并，故计算错误；

B. $(\sqrt[3]{4})^3 = 4$ ，故计算错误；

C. $\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}$, 故计算正确;

D. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3$, 故计算错误;

故选 C.

例 3. (2022·福建福州·八年级期末) 计算:

(1) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3}$;

(2) $(\sqrt{18} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \times \sqrt{2}$.

解: (1) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3}$

$$= 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 0;$$

(2) $(\sqrt{18} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \times \sqrt{2}$

$$= \sqrt{18} \times \sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{2}$$

$$= 6 - 1$$

$$= 5.$$

例 4. (2022·北京密云·八年级期末) 计算: $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$.

解: $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$

$$= (2\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2$$

$$= 20 - 18$$

$$= 2$$

例 5. (2022·河南·许昌市第一中学八年级期中) 计算题

(1) $(\sqrt{48} + \sqrt{20}) - (\sqrt{12} - \sqrt{5})$;

(2) 已知 $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, 求 $(x - y)^2 + xy$ 的值.

解: (1) 原式 $= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5}$

$$= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{5};$$

(2)

$$\because x = \sqrt{3} + \sqrt{2}, y = \sqrt{3} - \sqrt{2},$$

$$\therefore x - y = 2\sqrt{2}, xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore (x - y)^2 + xy$$

$$= (2\sqrt{2})^2 + 1$$

$$= 8 + 1$$

$$= 9.$$

知识点训练

1. (2022·广东·肇庆市颂德学校八年级期中) 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{8x}$

B. $\sqrt{x^2 + 3}$

C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

D. $\sqrt{3a^2b}$

【答案】B

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法, 就是逐个检查定义中的两个条件: ①被开方数不含分母; ②被开方数不含能开得尽方的因数或因式, 是否同时满足, 同时满足的就是最简二次根式, 否则就不是.

【详解】A、 $\sqrt{8x} = 2\sqrt{2x}$, 被开方数里含有能开得尽方的因数 8, 故本选项不符合题意;

B、 $\sqrt{x^2 + 3}$ 符合最简二次根式的条件; 故本选项符合题意;

C、 $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 被开方数里含有分母; 故本选项不符合题意.

D、 $\sqrt{3a^2b} = |a|\sqrt{3b}$, 被开方数里含有能开得尽方的因式 a^2 ; 故本选项不符合题意;

故选: B.

【点睛】本题主要考查了最简二次根式的定义, 最简二次根式必须满足两个条件: (1) 被开方数不含分母; (2) 被开方数不含能开得尽方的因数或因式. 熟练掌握最简二次根式的定义是解题的关键.

2. (2022·甘肃省武威市第十中学八年级期末) 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

B. $4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 1$

C. $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 12$

D. $\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

【答案】C

【分析】由合并同类二次根式, 二次根式的乘法, 二次根式的性质逐项分析判断即可.

【详解】解: A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不能合并, 该选项不符合题意;

B、 $4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$, 原计算错误, 该选项不符合题意;

C、 $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 12$ 正确, 该选项符合题意;

D、 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 原计算错误, 该选项不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查合并同类二次根式, 二次根式的乘法, 二次根式的性质, 掌握以上知识是解题关键.

3. (2022·山西·寿阳县教研室八年级期中) 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{5^2 - 3^2} = 5 - 3$ C. $(\sqrt{3} - 1)^2 = 3 - 1$ D. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$

【答案】 D

【分析】 利用二次根式的加法，二次根式的混合计算，二次根式的乘法以及二次根式的性质求解即可.

【详解】 解：A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，不能合并，计算错误，不符合题意；

B、 $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，计算错误，不符合题意；

C、 $(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ ，计算错误，不符合题意；

D、 $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ ，计算正确，符合题意；

故选 D.

【点睛】 本题主要考查了二次根式的加法，二次根式的混合计算，二次根式的乘法以及二次根式的性质，熟知二次根式的相关知识是解题的关键.

4. 2022·吉林·长春市十一高中北湖学校模拟预测) $(\sqrt{2})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\sqrt{3} \times \sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2 $2\sqrt{3}$ $\sqrt{3}$

【分析】 根据二次根式的性质，二次根式的乘除法运算，即可求出答案.

【详解】 解： $(\sqrt{2})^2 = 2$ ，

$$\sqrt{3} \times \sqrt{4} = 2\sqrt{3}，$$

$$\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \sqrt{3}，$$

故答案为：2， $2\sqrt{3}$ ， $\sqrt{3}$

【点睛】 本题考查二次根式的性质以及二次根式的乘除法运算，解题的关键是正确理解二次根式的性质.

5. (2022·广东佛山·八年级期中) 计算

(1) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$;

(2) $\sqrt{32} - 4\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2}$.

【答案】 (1) 1

(2) $3\sqrt{2}$.

【分析】 (1) 利用平方差公式计算即可；

(2) 二次根式化为最简，然后进行合并求出结果.

【详解】 (1) 解： $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$$= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$= 3 - 2$$

$$= 1;$$

$$(2) \text{ 解: } \sqrt{32} - 4\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键.

$$6. (2022 \cdot \text{河南南阳} \cdot \text{九年级期中}) \text{ 计算: } \sqrt{18} - \sqrt{\frac{9}{2}} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + (3 - \sqrt{3})\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

$$\text{【答案】 } \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

【分析】 先根据二次根式的基本性质以及二次根式的乘除法法则化简每一个二次根式，再合并同类二次根式即可.

$$\text{【详解】 解: 原式} = 3\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 + (3 - \sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{2} - 2 + \frac{3\sqrt{3} + 3 - 3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{2} - 2 + 2$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的运算法则和运算顺序是解决本题的关键.

7. (2022 · 新疆 · 昌吉州行知学校八年级期中) 已知: $a = \sqrt{3} - 2$, $b = \sqrt{3} + 2$, 分别求下列代数式的值:

$$(1) a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) a^2b - ab^2.$$

$$\text{【答案】 (1) 12}$$

$$(2) 4$$

【分析】 (1) 先因式分解，再把 $a = \sqrt{3} - 2$, $b = \sqrt{3} + 2$ 代入计算，即可得到答案;

(2) 先因式分解，再把 $a = \sqrt{3} - 2$, $b = \sqrt{3} + 2$ 代入计算，即可得到答案 .

$$(1) \text{ 解: } \because a = \sqrt{3} - 2, b = \sqrt{3} + 2,$$

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$= (\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} + 2)^2$$

$$= (2\sqrt{3})^2$$

$$= 12;$$

(2)

$$\text{解: } a^2b - ab^2 = ab(a - b)$$

$$= (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} - 2)$$

$$= -1 \times (-4)$$

$$= 4 .$$

【点睛】 本题考查了求代数式的值，二次根式的乘法运算，平方差公式，完全平方公式，解题的关键是掌握运算法则，正确的进行计算。

8. (2022·福建宁德·八年级期中) 甲、乙两位同学对代数式 $\frac{m-n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}$ ($m > 0, n > 0$), 分别作了如下变形:

$$\text{甲: } \frac{m-n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} = \frac{(m-n)(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}-\sqrt{n})} = \frac{(m-n)(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{m-n} = \sqrt{m} - \sqrt{n}, \quad \text{乙: } \frac{m-n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} = \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}.$$

(1) 甲、乙两种变形过程正确的是_____;

- A. 甲乙都正确
- B. 甲乙都不正确
- C. 只有乙正确
- D. 只有甲正确

(2) 化简: $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.

【答案】 (1)C

(2)2

【分析】 (1) 根据分式的基本性质可判断甲同学的变形错误，由平方差公式可判断乙同学的变形正确；

(2) 把分子分母都乘以 $(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ ，然后利用平方差公式计算。

【详解】 (1) 解：甲同学：分子分母同乘以 $\sqrt{m} - \sqrt{n}$ ，而当 $m = n$ 时， $\sqrt{m} - \sqrt{n} = 0$ ，这不符合分式的基本性质，所以甲同学的计算错误；

乙同学：利用平方差公式变形，再约分，所以乙同学的计算正确。

故选：C.

$$(2) \text{ 原式} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{5} - \sqrt{3}.$$

【点睛】 本题考查二次根式的混合运算。熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法法则、除法法则，平

方差公式是解题的关键.

考点 3: 二次根式的估算与大小比较

例 6. (1) (2022·云南楚雄·八年级期末) 估计 $\sqrt{13}$ 介于 ()

- A. 1 与 2 之间 B. 2 与 3 之间 C. 3 与 4 之间 D. 4 与 5 之间

解: $\because \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$,

$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4$,

故选:C.

(2) (2022·重庆市第七中学校九年级期中) 估计 $\sqrt{3} \times (\sqrt{7} - \sqrt{3})$ 的值应在 ()

- A. 1 和 2 之间 B. 2 和 3 之间
C. 3 和 4 之间 D. 4 和 5 之间

解: $\sqrt{3} \times (\sqrt{7} - \sqrt{3})$

$= \sqrt{21} - 3$,

$\because 4 < \sqrt{21} < 5$,

$\therefore 1 < \sqrt{21} - 3 < 2$,

故选 A.

例 7. (2022·广东·东莞市中堂中学七年级期中) 已知 a 是 $\sqrt{29}$ 的整数部分, b 是 $\sqrt{29}$ 的小数部分.

(1) $a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$;

(2) 求 $b - 2a + |b - 1| + \sqrt{29}$ 的值.

解: (1) $\because 25 < 29 < 36$,

$\therefore 5 < \sqrt{29} < 6$,

$\therefore a$ 是 $\sqrt{29}$ 的整数部分, b 是 $\sqrt{29}$ 的小数部分,

$\therefore a = 5, b = \sqrt{29} - 5$,

故答案为: 5, $\sqrt{29} - 5$;

(2) 解: 由 (1) 知 $a = 5, b = \sqrt{29} - 5$,

$\therefore b - 1 = (\sqrt{29} - 5) - 1 = \sqrt{29} - 6 < 0$,

$\therefore b - 2a + |b - 1| + \sqrt{29}$

$= b - 2a + 1 - b + \sqrt{29}$

$= -2a + 1 + \sqrt{29}$

$= -2 \times 5 + 1 + \sqrt{29}$

$$= \sqrt{29} - 9.$$

知识点训练

1. (2022·广东·肇庆市颂德学校七年级期中) 估算 $\sqrt{56}$ 的值在 ()

- A. 5 和 6 之间 B. 6 和 7 之间 C. 7 和 8 之间 D. 8 和 9 之间

【答案】 C

【分析】 根据估算无理数的大小解答即可.

【详解】 解: $\because 49 < 56 < 64,$

$\therefore 7 < \sqrt{56} < 8,$ 即 $\sqrt{56}$ 在 7 和 8 之间,

故选: C.

【点睛】 此题考查了无理数的估算, 正确掌握无理数的估算方法是解题的关键.

2. (2022·山东青岛·八年级期中) 若 $m > |-\sqrt[3]{10}|$, 且 m 为整数, 则 m 的值可能是 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【答案】 A

【分析】 先估算 $\sqrt[3]{10}$, 根据绝对值的意义即可求解.

【详解】 解: $\because 2^3 = 8, 3^3 = 27, 8 < 10 < 27,$

$\therefore 2 < \sqrt[3]{10} < 3,$

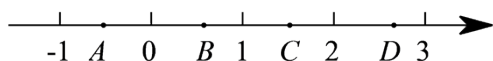
$\therefore m > |-\sqrt[3]{10}|,$

$\therefore m$ 的值可能是 3,

故选: A.

【点睛】 本题考查了立方根的定义, 无理数的估算, 估算 $\sqrt[3]{10}$ 的大小是解题的关键.

3. (2022·北京密云·八年级期末) 如图, 数轴上有四个点 A, B, C, D, 则这四个点中对应的数是 $\sqrt{7}$ 的可能的是 ()



- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

【答案】 D

【分析】 先求出 $\sqrt{7}$ 的范围, 即可求出哪个点表示 $\sqrt{7}$.

【详解】 解: $\because 4 < 7 < 9,$

$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3,$

故点 D 是表示 $\sqrt{7}$ 可能的点,

故选：D.

【点睛】本题考查了无理数的估算，熟知实数与数轴上各点是一一对应关系是解答此题的关键.

4. (2022·陕西咸阳·八年级期中) 估计 $\sqrt{19}-1$ 的值在 ()

- A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

【答案】B

【分析】先估算出 $\sqrt{19}$ 的值，即可解答.

【详解】 $\because \sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$,

$$\therefore 5 < \sqrt{19} < 6,$$

$$\therefore 4 < \sqrt{19} - 1 < 5,$$

故选：B.

【点睛】本题考查估算无理数的大小，熟练掌握平方数是解题关键.

5. (2022·重庆市南开两江中学校八年级期中) 估算 $\sqrt{18} \div \sqrt{3}$ 的运算结果介于 ()

- A. 1 与 2 之间 B. 2 与 3 之间 C. 3 与 4 之间 D. 4 与 5 之间

【答案】B

【分析】根据二次根式的除法运算先得出 $\sqrt{18} \div \sqrt{3} = \sqrt{6}$ ，然后根据无理数的估算求解即可.

【详解】解： $\sqrt{18} \div \sqrt{3} = \sqrt{6}$,

$$\therefore 4 < 6 < 9,$$

$$\therefore 2 < \sqrt{6} < 3,$$

故选：B.

【点睛】本题考查了二次根数的除法运算以及无理数的估算，能准确得出无理数在那两个整数之间是解本题的关键.

6. (2022·河南·鹤壁市外国语中学九年级期中) 估算 $(2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{5}}$ 的值应在哪两个整数之间? ()

- A. 6 至 7 B. 5 至 6 C. 4 至 5 D. 3 至 4

【答案】B

【分析】由 $(2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{5}} = 2 + \sqrt{10}$ ，先估算 $\sqrt{10}$ 在 3 和 4 之间，即可解答.

【详解】解： $\because (2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{5}} = 2 + \sqrt{10}$ ，且 $3 < \sqrt{10} < 4$,

$$\therefore 5 < 2 + \sqrt{10} < 6, \text{ 即 } (2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{5}} \text{ 的值在 5 至 6 之间.}$$

故选：B.

【点睛】 本题考查了二次根式的运算和无理数的估算，解题的关键是掌握二次根式的运算法则。

7. (2022·浙江·杭州市十三中教育集团(总校)七年级期中) 已知 $\sqrt{5}$ 的整数部分是 x ，小数部分是 y ，则 $2y + x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2\sqrt{5}$

【分析】 根据算术平方根的定义估算无理数 $\sqrt{5}$ 的大小，确定 x 、 y 的值，再代入计算即可。

【详解】 解：∵ $2^2 = 4, 3^2 = 9$ ，而 $4 < 5 < 9$ ，

$$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3,$$

$$\therefore \sqrt{5} \text{的整数部分} x = 2, \text{小数部分} y = \sqrt{5} - 2,$$

$$\therefore 2y + x^2 = 2\sqrt{5} - 4 + 4 = 2\sqrt{5},$$

故答案为： $2\sqrt{5}$.

【点睛】 本题考查估算无理数的大小，掌握算术平方根是正确解答的前提。

8. (2022·浙江绍兴·七年级期中) 设 n 为正整数，且 $n < \sqrt{66} < n + 1$ ，则 n 的值为_____.

【答案】 8

【分析】 估算出 $\sqrt{66}$ 的取值范围即可解答。

【详解】 解：∵ $64 < 66 < 81$ ，

$$\therefore 8 < \sqrt{66} < 9,$$

$$\therefore n < \sqrt{66} < n + 1$$

$$\therefore n = 8.$$

故答案为：8.

【点睛】 此题主要考查了估算无理数的大小，在确定形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的无理数的整数部分时，常用的方法是“夹逼法”，其依据是平方和开平方互为逆运算。

9. (2022·福建省福州第十一中学七年级期中) 已知 $\sqrt{3} = x + y$ ，其中 x 是整数，且 $0 < y < 1$ ，则 $xy = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{3} - 1$

【分析】 根据 $\sqrt{3} = x + y$ ，其中 x 是整数，且 $0 < y < 1$ ，得出 $x = 1$ ， $y = \sqrt{3} - 1$ ，然后求出 xy 的值即可。

【详解】 解：∵ $1 < \sqrt{3} < 2$ ， x 是整数，

$$\therefore x = 1,$$

$$\therefore \sqrt{3} = x + y,$$

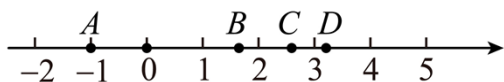
$$\therefore y = \sqrt{3} - 1,$$

$$\therefore xy = \sqrt{3} - 1.$$

故答案为： $\sqrt{3} - 1$.

【点睛】 本题主要考查了无理数整数部分与小数部分的计算，解题的关键是根据题意得出 $x = 1$ ， $y = \sqrt{3} - 1$ 。

10. (2022·湖南永州·八年级期末) 如图，实数 π ， $\sqrt{7}$ 对应数轴上 A ， B ， C ， D 四点中的两点。根据图中各点的位置，请回答下列问题：



(1) 实数 π 对应的点是_____；实数 $\sqrt{7}$ 对应的点是_____；

(2) 计算： $|\sqrt{7} - \pi| - \pi =$ _____。

【答案】 (1) D ， C

(2) $-\sqrt{7}$

【分析】 (1) 根据 $3 < \pi < 4$ ， $2 < \sqrt{7} < 3$ ，结合各点在数轴上的位置即可找到对应的点；

(2) 根据点 D 在点 C 的右侧，可知 $\sqrt{7} < \pi$ ，据此去绝对值即可求解。

【详解】 (1) 解： $\because 3 < \pi < 4$ ，

\therefore 结合各点在数轴上的位置可知实数 π 对应的点是 D ；

$\because 4 < 7 < 9$ ，

$\therefore \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ ，

$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3$ ，

\therefore 实数 $\sqrt{7}$ 对应的点是 C ；

故答案为： D ， C ；

(2) 解： \because 点 D 在点 C 的右侧，

$\therefore \sqrt{7} < \pi$ ，

$\therefore |\sqrt{7} - \pi| - \pi = -(\sqrt{7} - \pi) - \pi = \pi - \sqrt{7} - \pi = -\sqrt{7}$ ，

故答案为： $-\sqrt{7}$ 。

【点睛】 本题考查实数与数轴，化简绝对值，无理数的估算等，解题的关键是掌握估算无理数大小的方法。

11. (2022·江苏·东台市实验中学八年级期中) 阅读下面的文字，解答问题：

大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数，而无理数是无限不循环小数，因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来，而 $1 < \sqrt{2} < 2$ ，于是可用 $\sqrt{2} - 1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分。请解答下列问题：

(1) $\sqrt{21}$ 的整数部分是_____，小数部分是_____。

(2)如果 $\sqrt{7}$ 的小数部分为 a ， $\sqrt{15}$ 的整数部分为 b ，求 $a+b-\sqrt{7}$ 的值.

【答案】(1)4, $\sqrt{21}-4$

(2)1

【分析】(1) 直接利用二次根式的性质得出 $\sqrt{21}$ 的取值范围，进而完成解答；

(2) 直接利用二次根式的性质得出 $\sqrt{7}$ 、 $\sqrt{15}$ 的取值范围，进而完成解答.

【详解】(1) 解： $\because \sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$,

$$\therefore 4 < \sqrt{21} < 5,$$

$\therefore \sqrt{21}$ 的整数部分是4，小数部分是： $\sqrt{21}-4$.

故答案为：4、 $\sqrt{21}-4$.

(2) 解： $\because \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$,

$$\therefore 2 < \sqrt{7} < 3,$$

$\therefore \sqrt{7}$ 的小数部分为 a ,

$$\therefore a = \sqrt{7} - 2,$$

$$\because \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16},$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} < 4,$$

$\therefore \sqrt{15}$ 的整数部分为 b ,

$$\therefore b = 3,$$

$$\therefore a + b - \sqrt{7} = \sqrt{7} - 2 + 3 - \sqrt{7} = 1.$$

【点睛】本题主要考查了估算无理数的大小，正确估算无理数的取值范围是解答本题的关键.

考点4：二次根式非负性的应用

例8. (2022·福建宁德·八年级期中) 已知 $\sqrt{a+b-33} + |b+3| = b+3$ ， x 为 $\sqrt{a+b}$ 的整数部分， y 为 $\sqrt{a+b}$ 的小数部分. 求 $2x-3y$ 的值.

解： $\because \sqrt{a+b-33} + |b+3| = b+3$ ， $\sqrt{a+b-33} \geq 0$ ， $b+3 \geq 0$ ，

$$\therefore \sqrt{a+b-33} = 0,$$

$$\therefore a+b = 33,$$

$\because 5 < \sqrt{33} < 6$ ， x 为 $\sqrt{a+b}$ 的整数部分， y 为 $\sqrt{a+b}$ 的小数部分，

$$\therefore x = 5, y = \sqrt{33} - 5,$$

$$\therefore 2x - 3y = 10 - 3\sqrt{33} + 15 = 25 - 3\sqrt{33},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/208130073135006071>