【第五章】 t 检验

第一节　单个样本 t 检验

- 单个样本 t 检验（one sample t test）是指样本均数 $\overline{x}$ 代表的总体均数 μ 和已知总体均数 μ_0 的比较。
- 已知总体均数 μ_0 一般为标准值、理论值或经大量观察得到的较稳定的指标值。

例题　中药厂用旧设备生产六味地黄丸，丸重的均数是8.9克。更新设备后，从所生产的药中随机抽测9丸，重量为：

9.2，10.0，9.6，8.6，9.8，10.3，9.9，9.1，8.9

问更新设备后丸重的平均重量有无变化？

$H_0: \mu = 8.9$ 即更新设备后丸重的平均重量没有变化

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{9.49 - 8.9}{\frac{0.57}{\sqrt{9}}} = 3.105 \qquad t_{\frac{0.05}{2}}(8) = 2.306$$

$$\therefore |t| > t_{\frac{0.05}{2}}(8) \qquad \therefore P < 0.05$$

故按 α = 0.05 水准拒绝 H_0, 即更新设备前后丸重的平均重量差异显著。更新设备后有变化。

$$\bar{x} = 9.94 > 8.9$$

故更新设备后丸重的平均重量高于更新设备前。

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$$

如果 $|t| \geq t_{\frac{0.05}{2}}(n-1)$ $P \leq 0.05$ 拒绝 H_0, 接受H_1，有统计意义。

如果 $|t| < t_{\frac{0.05}{2}}(n-1)$ $P > 0.05$ 不能拒绝H_0, 没有统计意义。

第二节　配对样本 t 检验

编号	静坐时脉搏	快走10分钟后脉搏
1		
2		
3		
4		
…		
n		

血清编号	旧检测法	新检测法
1		
2		
3		
4		
…		
n		

例5.2　有12名接种卡介苗的儿童，8周后用两批不同的结核菌素，一批是标准结核菌素，一批是新制结核菌素，分别注射在儿童的前臂，两种结核菌素的皮肤浸润反应平均直径(mm) 如表所示，问两种结核菌素的反应性有无差别。

编号	标准品	新制品	差值d	d^2
1	12.0	10.0	2.0	4.00
2	14.5	10.0	4.5	20.25
3	15.5	12.5	3.0	9.00
4	12.0	13.0	-1.0	1.00
5	13.0	10.0	3.0	9.00
6	12.0	5.5	6.5	42.25
7	10.5	8.5	2.0	4.00
8	7.5	6.5	1.0	1.00
9	9.0	5.5	3.5	12.25
10	15.0	8.0	7.0	49.00
11	13.0	6.5	6.5	42.25
12	10.5	9.5	1.0	1.00
合计			39	195

$H_0: \mu_d = 0$ 两种结核菌素的皮肤浸润反应平均直径相同

$H_1: \mu_d \neq 0$ 两种结核菌素的皮肤浸润反应平均直径不同

$\alpha = 0.05$ $\sum d = 39, \sum d^2 = 195, n = 12, f = n - 1 = 11$

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{39}{12} = 3.25$$

$$S_d = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n}\right)} = \sqrt{\frac{1}{12-1}\left(195 - \frac{(39)^2}{12}\right)} = 2.4909$$

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{3.25}{\frac{2.4909}{\sqrt{12}}} = 4.5195$$

$$t_{\frac{0.05}{2}}(11) = 2.201, t_{\frac{0.01}{2}}(11) = 3.106$$

$$|t| > t_{\frac{0.01}{2}}(n-1) \qquad P < 0.01$$

差别有统计意义，拒绝 H_0, 接受H_1，可以认为两种方法皮肤浸润反应结果的差别有统计意义 。

第三节　两独立样本 t 检验

两独立样本 t 检验（two independent sample t-test），又称成组 t 检验，它适用于完全随机设计的两样本均数的比较。将受试对象完全随机地分配到两组中，每组患者分别接受不同的处理，这时只能进行两独立样本均数的比较。

一、方差齐性检验

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 两个总体的方差**相等**。

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 两个总体的方差不等。

- 求出两组样本的样本方差：S_1^2, S_2^2
- 计算F统计量：

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

- 查附表3得临界值：

（方差齐性检验用的 F 界值表）

$$F_{0.05}(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

如果$F \geq F_{0.05}$，$P \leq 0.05$，则拒绝H_0，接受H_1，方差不等。

如果$F < F_{0.05}$，$P > 0.05$，则接受H_0，拒绝H_1，方差相等。

二、方差齐时的两样本 t 检验

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ 两个总体的均数**相等**。

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 两个总体的均数**不等**。

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_c^2 \times (\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

$$S_c^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

查附表2 t 分布得临界值： $t_{\frac{0.05}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$

如果$|t| \geq t_{\frac{0.05}{2}}$，P ≤0.05，则拒绝$H_0$，接受$H_1$，均数不等。

如果$|t| < t_{\frac{0.05}{2}}$，P ＞0.05，则接受H_0，拒绝H_1，均数相等。