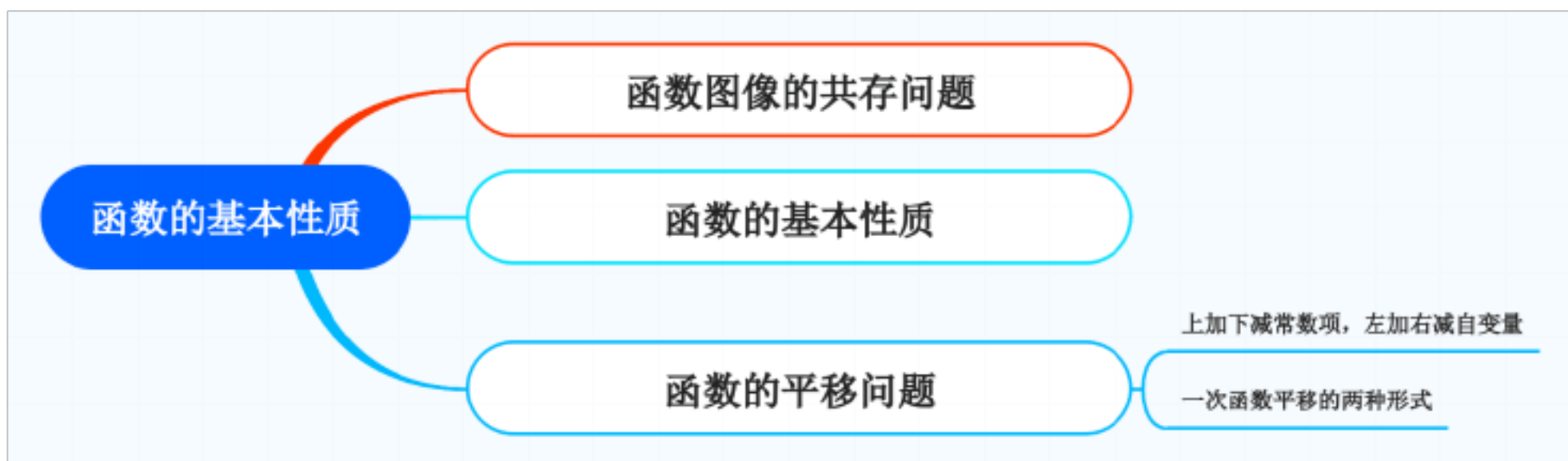


2023 年中考数学《函数的基本性质》例题解析



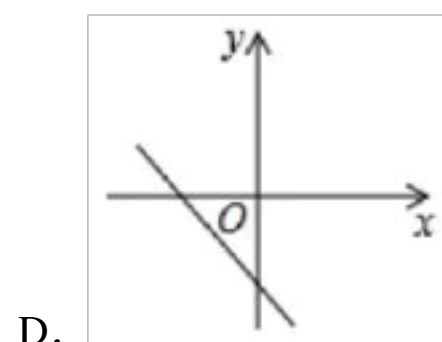
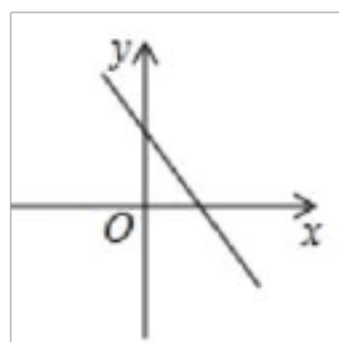
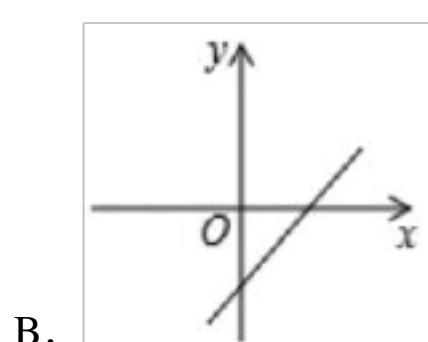
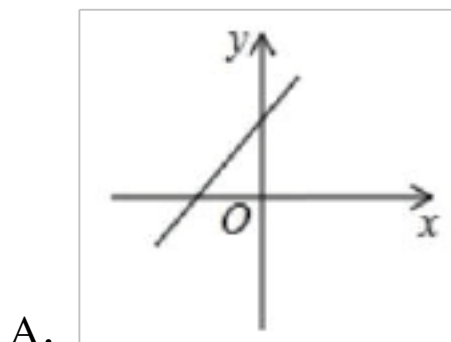
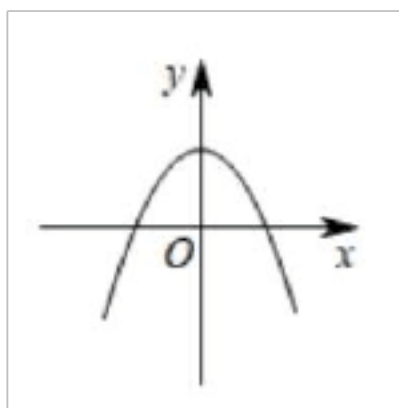
◆ 题型一：函数图像的共存问题

思维形成：

先由一个图像，判断出相应参数的范围；再由参数的范围，判断另一个图像是否成立。

例题精讲：

【例 1】如果二次函数 $y = ax^2 + c$ 的图像如图所示，那么一次函数 $y = ax + c$ 的图像大致是（ ）



【答案】C

【分析】根据二次函数的图像，确定 a 、 c 的符号，然后根据一次函数性质确定图像的分布即可。

【详解】∵ 抛物线的开口向下，

$\therefore a < 0$;

\therefore 抛物线交于 y 轴正半轴,

$\therefore c > 0$,

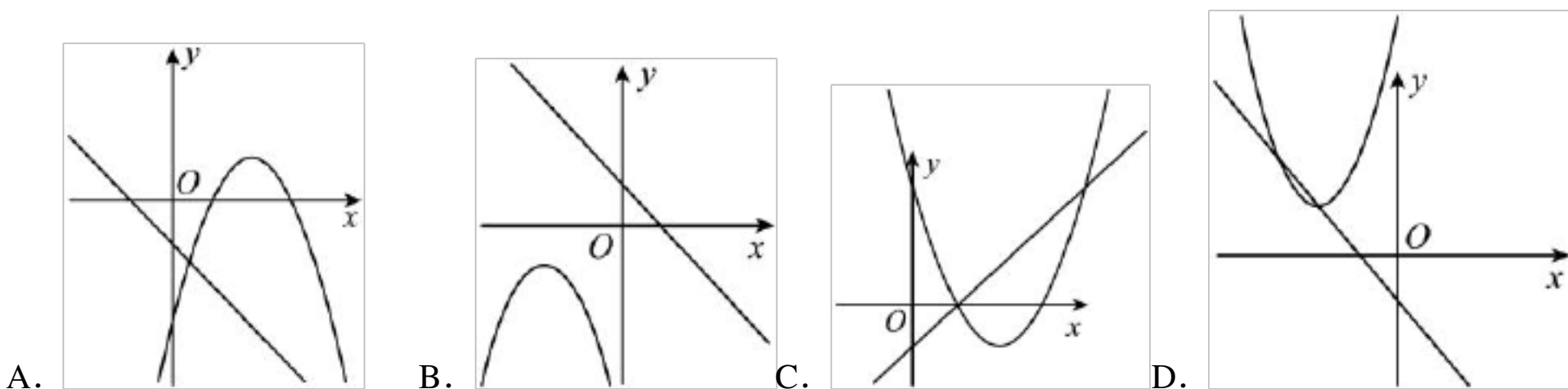
$\therefore y = ax + c$ 的图像分布在第一, 第二, 第四象限,

故选 C.

【点睛】 本题考查了二次函数的图像, 一次函数的图像, 熟练掌握二次函数的图像与各系数之间的关系, 一次函数中 k, b 与图像分布之间的关系是解题的关键.

真题演练:

1. (2022·广东深圳·深圳市宝安中学(集团)校考三模) 二次函数 $y = a(x-2)^2 + k$ 与一次函数 $y = ax - k$ 在同一平面直角坐标系中的图像可能是 ()



【答案】 A

【分析】 逐一分析每个选项图像与函数解析式中的系数的关系, 结论一致的就是正确的, 结论不一致的就是错误的, 从而可得答案.

【详解】 解: 选项 A 中的一次函数 $a < 0, k > 0$, 抛物线中的图像开口向下, 顶点坐标为 $(2, k)$, 则 $a < 0, k > 0$, 对称轴是直线 $x = 2$, 故符合题意,

选项 B 中的一次函数 $a < 0, k < 0$, 抛物线中的图像开口向下, 顶点坐标为 $(2, k)$, 则 $a < 0, k < 0$, 但是对称轴不是直线 $x = 2$, 故不符合题意,

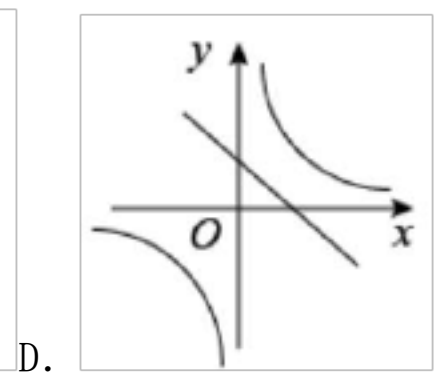
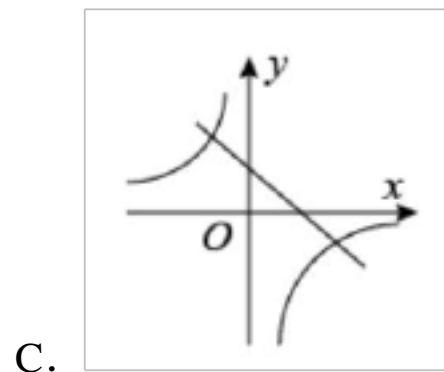
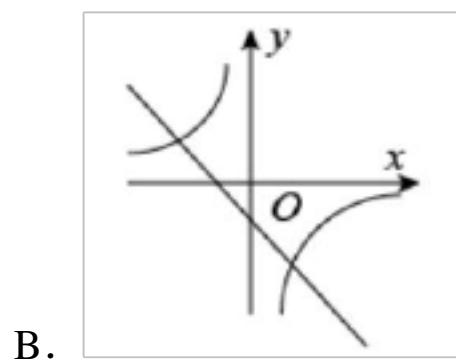
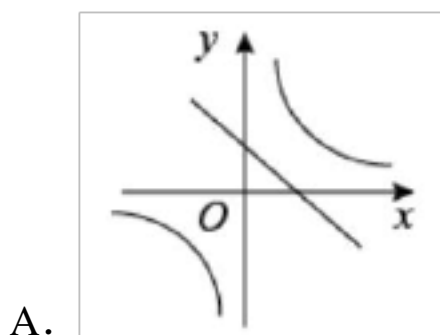
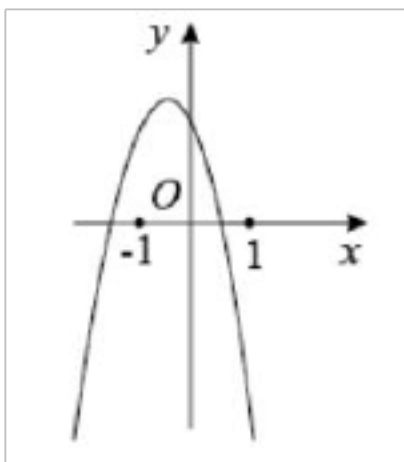
选项 C 中的一次函数 $a > 0, k > 0$, 抛物线中的图像开口向上, 顶点坐标为 $(2, k)$, 则 $a > 0, k < 0$, 故不符合题意,

选项 D 中的一次函数 $a < 0, k > 0$, 抛物线中的图像开口向上, 顶点坐标为 $(2, k)$, 则 $a > 0, k > 0$, 对称轴不是直线 $x = 2$, 故不符合题意,

故选 A

【点睛】 本题考查的是一次函数与二次函数的图像共存的问题, 掌握“结合一次函数与二次函数的系数与图像的关系进行分析”是解本题的关键.

2. (2022·青海西宁·统考二模) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图所示, 则一次函数 $y = bx + c$ 的图像和反比例函数 $y = \frac{a+b+c}{x}$ 的图像在同一坐标系中大致是 ()



【答案】 C

【分析】 先根据二次函数的图像开口向下和对称轴可知 $b < 0$, 由抛物线交 y 的正半轴, 可知 $c > 0$, 由当 $x=1$ 时, $y < 0$, 可知 $a+b+c < 0$, 然后利用排除法即可得出正确答案.

【详解】 \because 二次函数的图像开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} < 0,$$

$$\therefore b < 0,$$

\because 抛物线与 y 轴相交于正半轴,

$$\therefore c > 0,$$

\therefore 直线 $y = bx + c$ 经过一、二、四象限,

由图像可知, 当 $x=1$ 时, $y < 0$,

$$\therefore a+b+c < 0,$$

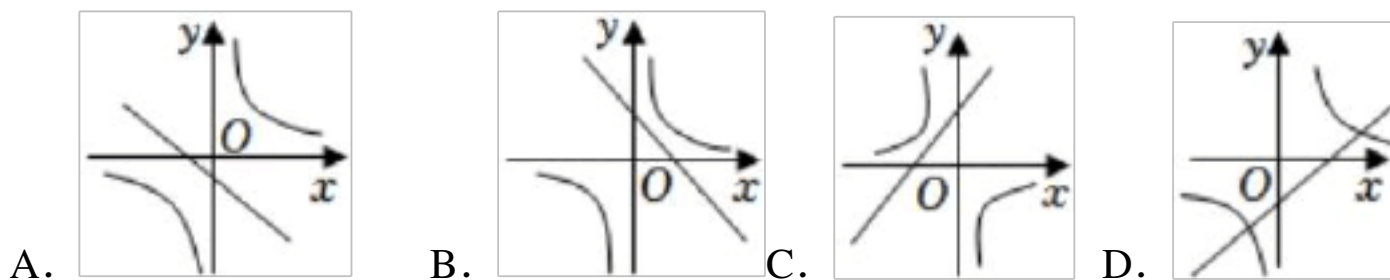
∴反比例函数 $y = \frac{a+b+c}{x}$ 的图像必在二、四象限，

故 A、B、D 错误，C 正确；

故选：C.

【点睛】 本题考查的是二次函数的图像与系数的关系，反比例函数及一次函数的性质，熟知以上知识是解答此题的关键.

3. (2022·西藏·统考中考真题) 在同一平面直角坐标系中，函数 $y=ax+b$ 与 $y=\frac{b}{ax}$ (其中 a, b 是常数, $ab \neq 0$) 的大致图像是 ()



【答案】 A

【分析】 根据 a, b 的取值分类讨论即可.

【详解】 解：若 $a < 0, b < 0$,

则 $y=ax+b$ 经过二、三、四象限，反比例函数 $y=\frac{b}{ax}$ ($ab \neq 0$) 位于一、三象限，故 A 选项符合题意；

若 $a < 0, b > 0$,

则 $y=ax+b$ 经过一、二、四象限，反比例函数 $y=\frac{b}{ax}$ ($ab \neq 0$) 位于二、四象限，故 B 选项不符合题意；

若 $a > 0, b > 0$,

则 $y=ax+b$ 经过一、二、三象限，反比例函数 $y=\frac{b}{ax}$ ($ab \neq 0$) 位于一、三象限，故 C 选项不符合题意；

若 $a > 0, b < 0$,

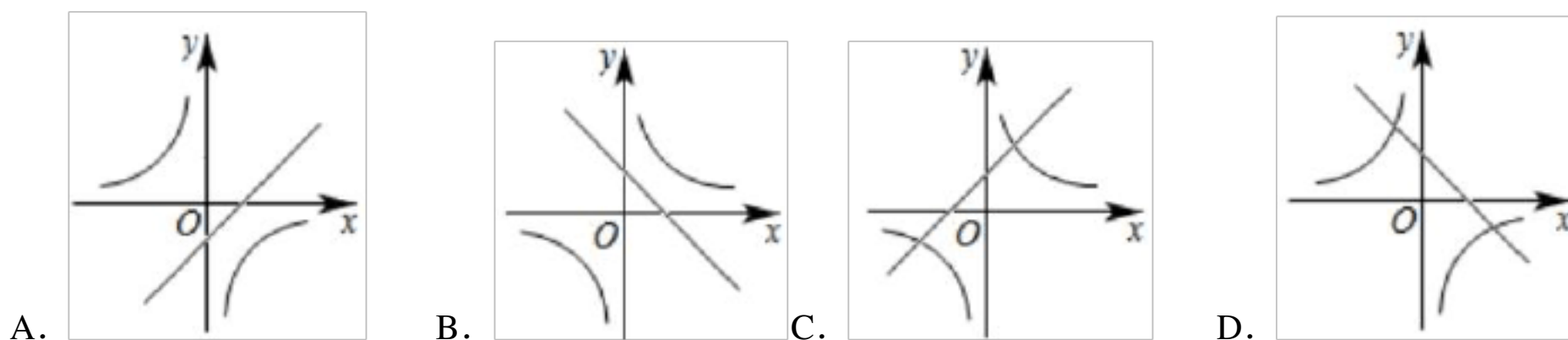
则 $y=ax+b$ 经过一、三、四象限，反比例函数 $y=\frac{b}{ax}$ ($ab \neq 0$) 位于二、四象限，故 D 选项不符合题意.

故选：A.

【点睛】 此题考查的是反比例函数和一次函数的图像及性质，掌握系数 a, b 与反比例函数和一次函数的图像的关系是解决此题的关键.

4. (2022·四川德阳·统考中考真题) 一次函数 $y = ax + 1$ 与反比例函数 $y = -\frac{a}{x}$ 在同一坐标系中的大致图像是

()



【答案】B

【分析】A选项可以根据一次函数与y轴交点判断，其他选项根据图像判断a的符号，看一次函数和反比例函数判断出a的符号是否一致；

【详解】一次函数与y轴交点为(0, 1)，A选项中一次函数与y轴交于负半轴，故错误；

B选项中，根据一次函数y随x增大而减小可判断 $a < 0$ ，反比例函数过一、三象限，则 $-a > 0$ ，即 $a < 0$ ，两者一致，故B选项正确；

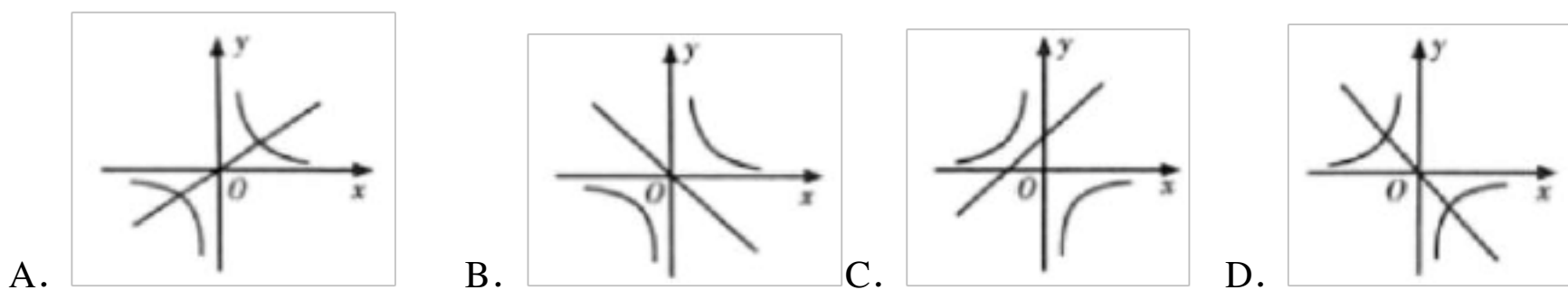
C选项中，根据一次函数y随x增大而增大可判断 $a > 0$ ，反比例函数过一、三象限，则 $-a > 0$ ，即 $a < 0$ ，两者矛盾，故C选项错误；

D选项中，根据一次函数y随x增大而减小可判断 $a < 0$ ，反比例函数过二、四象限，则 $-a < 0$ ，即 $a > 0$ ，两者矛盾，故D选项错误；

故选：B.

【点睛】本题考查了一次函数、反比例函数图像共存问题，解决此类题目要熟练掌握一次函数、反比例函数图像与系数的关系.

5. (2020·青海·统考中考真题) 若 $ab < 0$ ，则正比例函数 $y = ax$ 与反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的大致图像可能是 ()



【答案】B

【分析】由 $ab < 0$ ，得 a, b 异号，若图像中得到的 a, b 异号则成立，否则不成立.

【详解】A. 由图像可知： $a > 0, b > 0$ ，故A错误；

B. 由图像可知： $a < 0, b > 0$ ，故B正确；

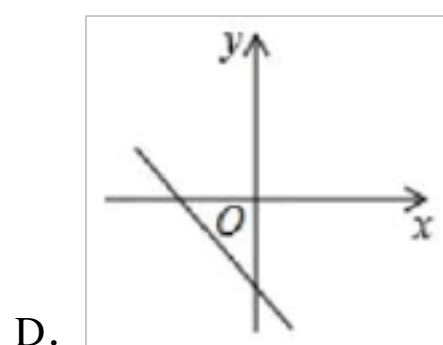
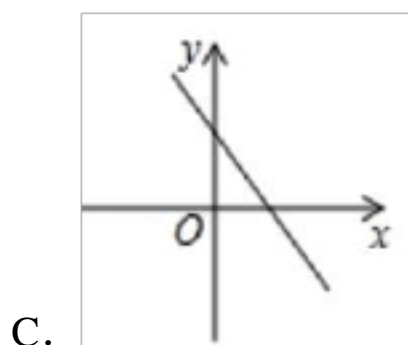
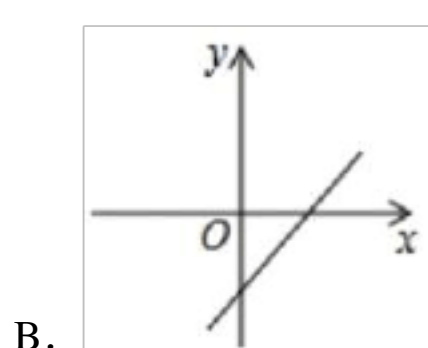
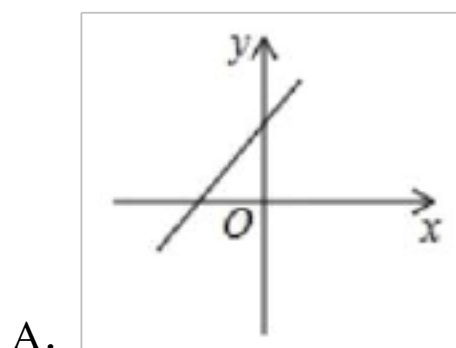
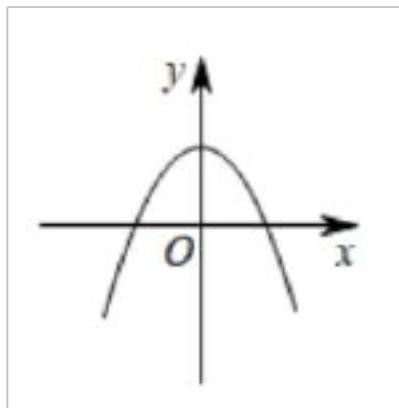
C. 由图像可知： $a > 0, b < 0$ ，但正比例函数图像未过原点，故C错误；

D. 由图像可知： $a < 0, b < 0$ ，故 D 错误；

故选：B.

【点睛】 本题考查了根据已知参数的取值范围确定函数的大致图像的问题，熟知参数对于函数图像的影响是解题的关键.

6. (2022·广东·模拟预测) 如果二次函数 $y = ax^2 + c$ 的图像如图所示，那么一次函数 $y = ax + c$ 的图像大致是 ()



【答案】 C

【分析】 根据二次函数的图像，确定 a, c 的符号，然后根据一次函数性质确定图像的分布即可.

【详解】 \because 抛物线的开口向下，

$\therefore a < 0$;

\because 抛物线交于 y 轴正半轴，

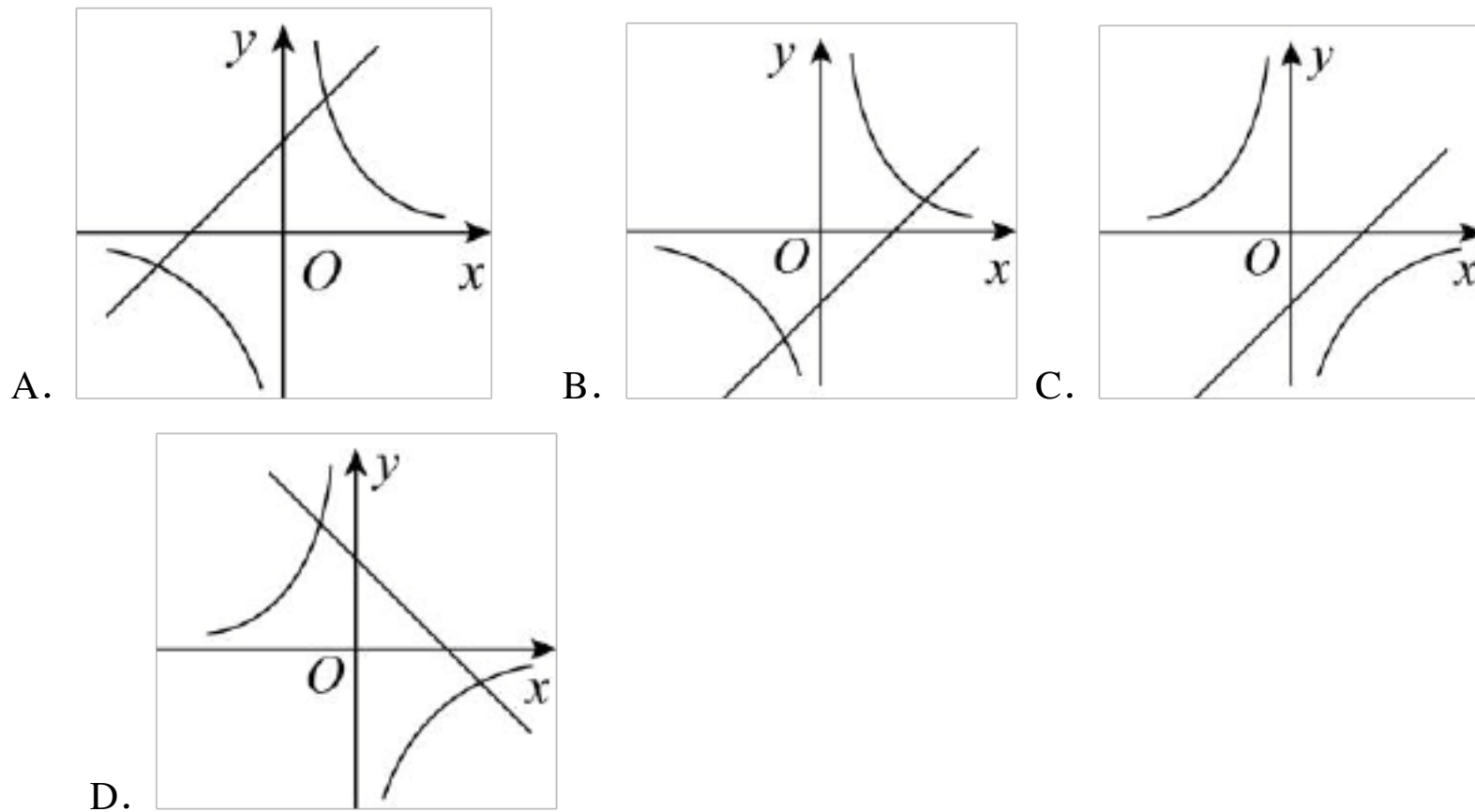
$\therefore c > 0$,

$\therefore y = ax + c$ 的图像分布在第一，第二，第四象限，

故选 C.

【点睛】 本题考查了二次函数的图像，一次函数的图像，熟练掌握二次函数的图像与各系数之间的关系，一次函数中 k, b 与图像分布之间的关系是解题的关键.

7. (2022·山东济南·统考三模) 函数 $y = -kx - 5$ 与 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在同一坐标系内的图像可能是 ()



【答案】 C

【分析】 分别讨论 $k > 0$ 和 $k < 0$ 时，一次函数和反比例函数的性质及图像特征，即可得到答案.

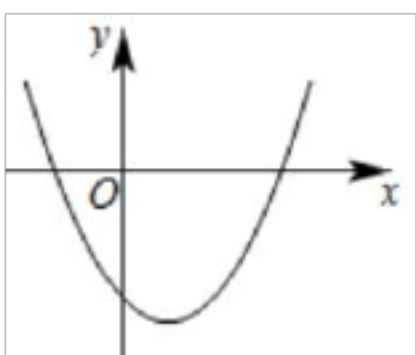
【详解】 解：若 $k > 0$ ，则 $-k < 0$ ，一次函数单调递减且过点 $(0, -5)$ ，所以一次函数的图像单调递减，过二、三、四象限；反比例函数图像在一、三象限，此时没有选项的图像符合要求.

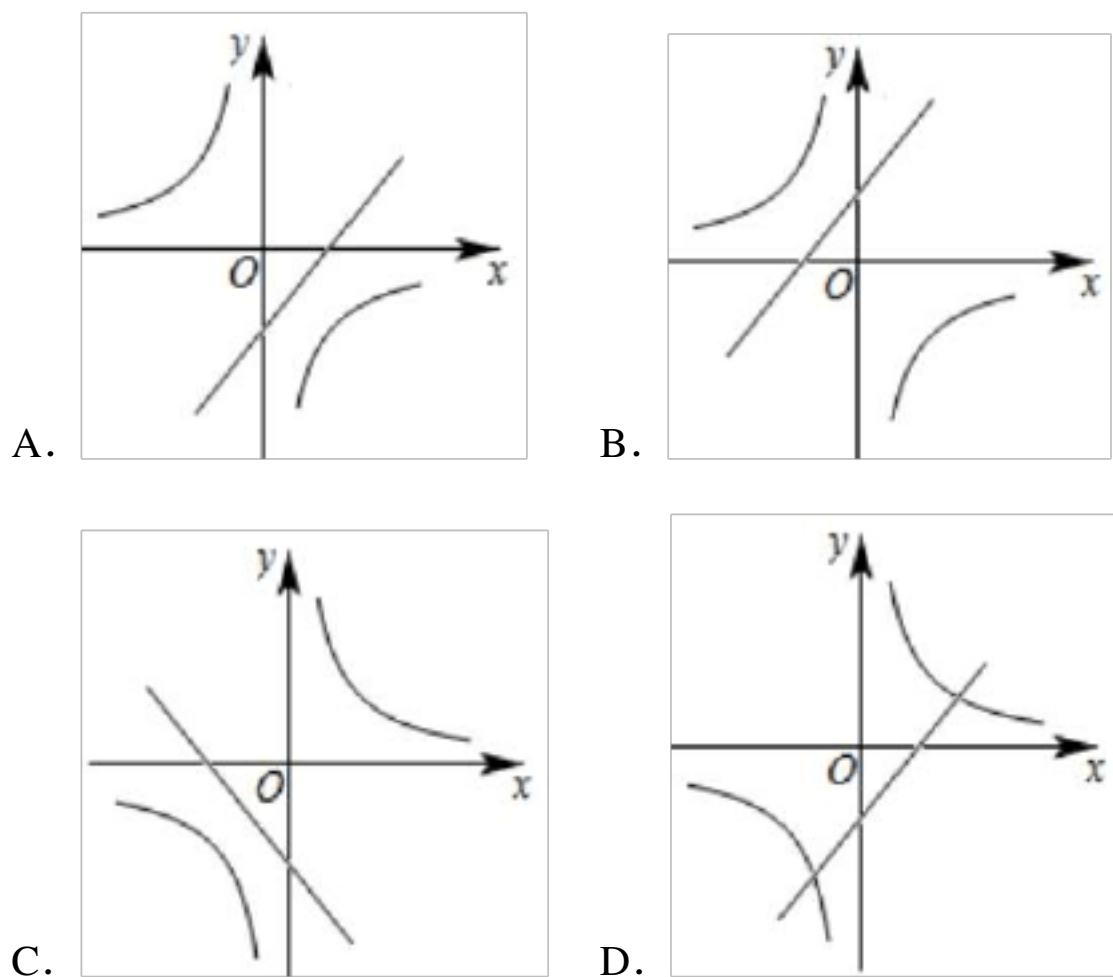
若 $k < 0$ ，则 $-k > 0$ ，一次函数单调递增且过点 $(0, -5)$ ，所以一次函数的图像单调递增，过一、三、四象限；反比例函数在二、四象限，此时选项 C 符合要求.

故选：C.

【点睛】 本题考查一次函数的图像和性质、反比例函数的图像和性质；熟练掌握相关知识是解题的关键.

8. (2022·山东泰安·统考二模) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像如图所示，则一次函数 $y = ax + b$ 和反比例函数 $y = \frac{c}{x} (c \neq 0)$ 在同一直角坐标系中的图像可能是 ()





【答案】A

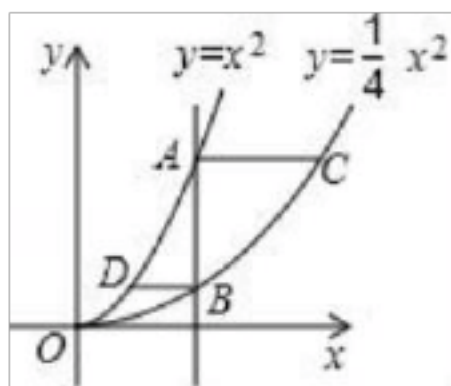
【分析】根据二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像开口向上，得出 $a > 0$ ，与 y 轴交点在 y 轴的负半轴，得出 $c < 0$ ，利用对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得出 $b < 0$ ，然后对照四个选项中的图像判定即可。

【详解】解：因为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像开口向上，得出 $a > 0$ ，与 y 轴交点在 y 轴的负半轴，得出 $c < 0$ ，利用对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得出 $b < 0$ ，

所以一次函数 $y = ax + b$ 经过一、三、四象限，反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 经过二、四象限。
 故选：A。

【点睛】本题主要考查了反比例函数的图像、一次函数的图像以及二次函数的图像等知识点，根据二次函数图像得到 $a > 0$ 、 $b < 0$ 、 $c < 0$ 是解题的关键。

9. (2020·河北唐山·统考一模) 如图，在平面直角坐标系中，垂直于 x 轴的直线分别交抛物线 $y = x^2$ ($x \geq 0$) 和抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ ($x \geq 0$) 于点 A 和点 B ，过点 A 作 $AC \parallel x$ 轴交抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 于点 C ，过点 B 作 $BD \parallel x$ 轴交抛物线 $y = x^2$ 于点 D ，则 $\frac{BD}{AC}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】 C

【分析】 设 A (m, m^2), 则 B ($m, \frac{1}{4}m^2$), 根据题意得出 C ($2m, m^2$), D ($\frac{1}{2}m, \frac{1}{4}m^2$), 即可求得 $BD = m - \frac{1}{2}m = \frac{1}{2}m$, $AC = 2m - m = m$, 从而求得 $\frac{BD}{AC} = \frac{1}{2}$.

【详解】 设 A (m, m^2), 则 B ($m, \frac{1}{4}m^2$),

$\because AC \parallel x$ 轴交抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 于点 C, $BD \parallel x$ 轴交抛物线 $y = x^2$ 于点 D,

$\therefore C (2m, m^2), D (\frac{1}{2}m, \frac{1}{4}m^2),$

$\therefore BD = m - \frac{1}{2}m = \frac{1}{2}m, AC = 2m - m = m,$

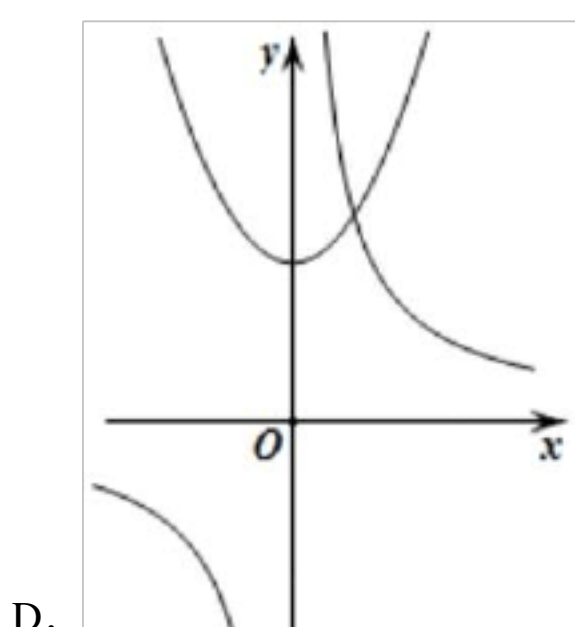
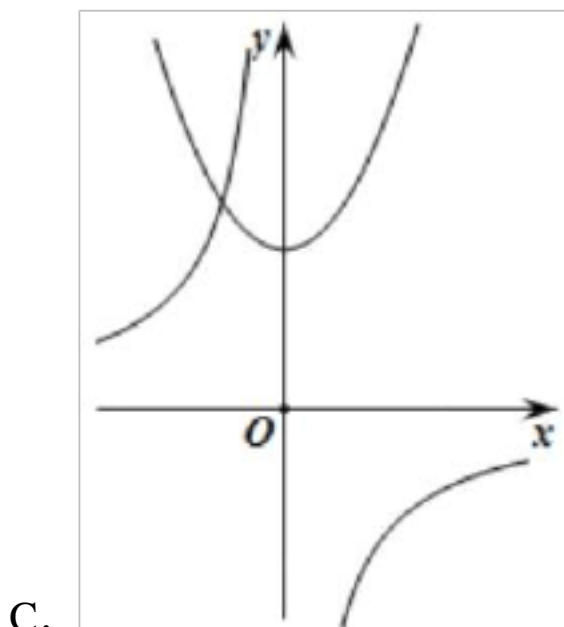
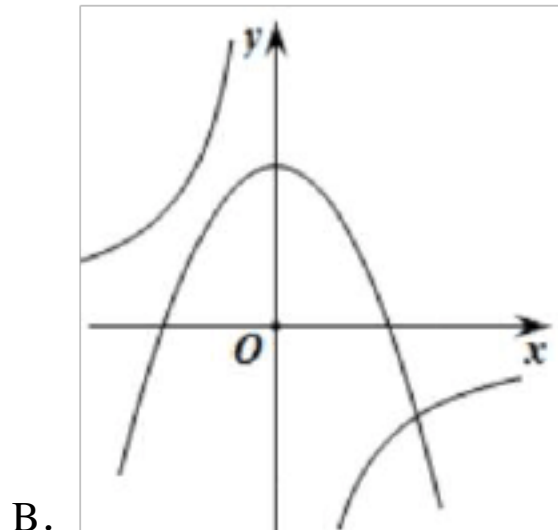
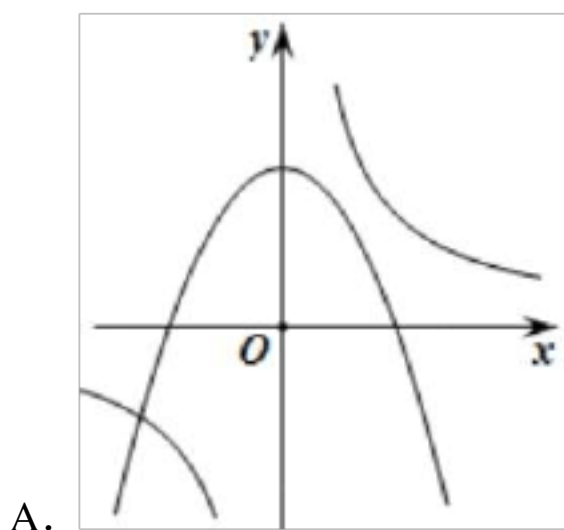
$$\therefore \frac{BD}{AC} = \frac{\frac{1}{2}m}{m} = \frac{1}{2}.$$

故选 C.

【点睛】 本题考查了二次函数图像上点的坐标特征. 根据特征表示出 A、B、C、D 点的坐标是解题的关键.

10. (2022·山东德州·统考二模) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = -x^2 - k$ 与 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像大致是

()



【答案】 B

【分析】 根据 $k > 0$, $k < 0$, 结合两个函数的图像及其性质分类讨论.

【详解】 解: 分两种情况讨论:

①当 $k > 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在一、三象限, 而二次函数 $y = -x^2 - k$ 开口向下, 与 y 轴交点在原点下方, 都不符.

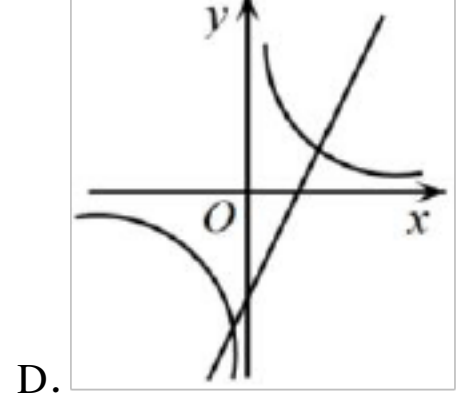
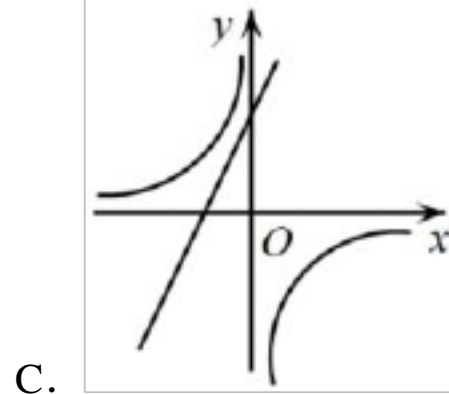
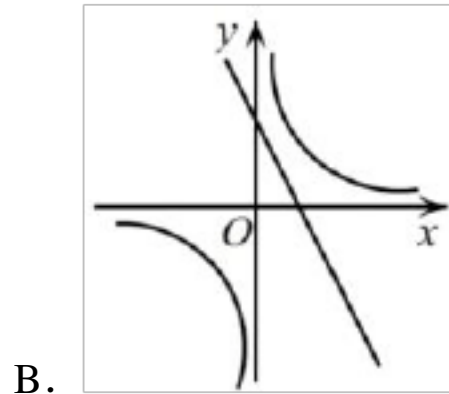
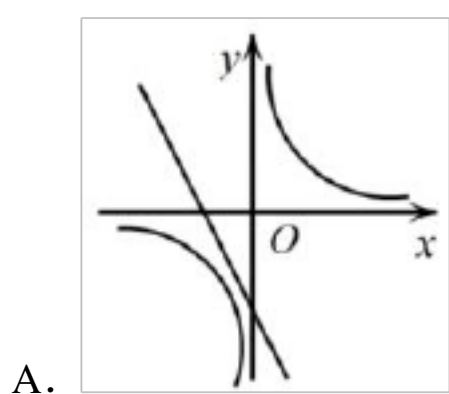
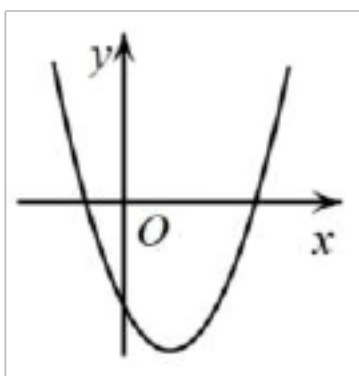
②当 $k < 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在二、四象限, 而二次函数 $y = -x^2 - k$ 开口向下, 与 y 轴交点在原点上方, B 符合.

故在同一平面直角坐标系中的图像大致是 B.

故选: B.

【点睛】 本题主要考查的是二次函数和反比例函数的图像的性质, 掌握二次函数和反比例函数的图像的性质是解题的关键.

11. (2022·山东菏泽·统考中考真题) 根据如图所示的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像, 判断反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 与一次函数 $y = bx + c$ 的图像大致是 ()



【答案】 A

【分析】 先根据二次函数的图像, 确定 a 、 b 、 c 的符号, 再根据 a 、 b 、 c 的符号判断反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 与一次函数 $y = bx + c$ 的图像经过的象限即可.

【详解】 解: 由二次函数图像可知 $a > 0$, $c < 0$,

由对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$, 可知 $b < 0$,

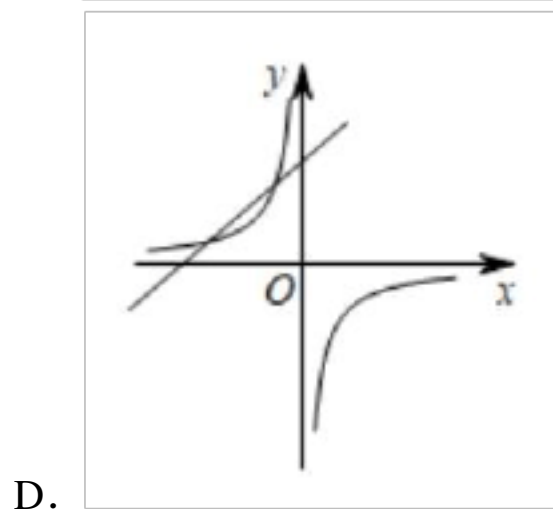
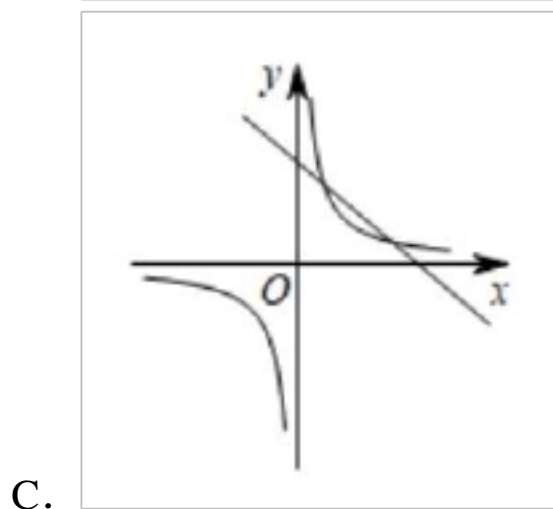
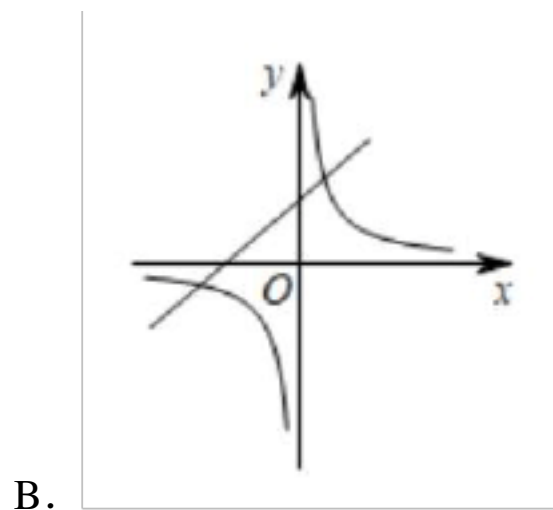
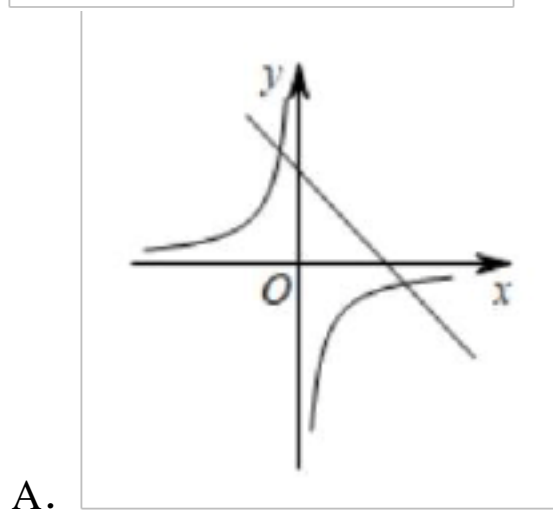
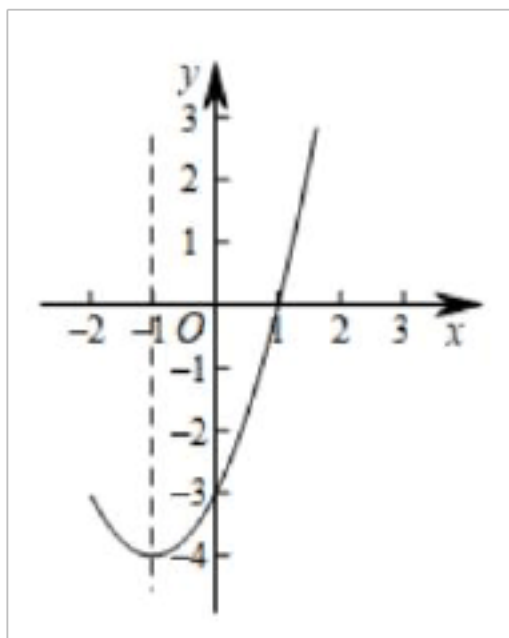
所以反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 的图像在一、三象限，
一次函数 $y = bx + c$ 经过二、三、四象限。

故选：A.

【点睛】 本题主要考查二次函数图像的性质、一次函数的图像的性质、反比例函数图像的性质，关键在于通过二次函数图像推出 a 、 b 、 c 的取值范围。

12. (2022·黑龙江绥化·统考中考真题) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分函数图像如图所示，则一次函数

$y = ax + b^2 - 4ac$ 与反比例函数 $y = \frac{4a + 2b + c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图像大致是 ()



【答案】 B

【分析】 根据 $y = ax^2 + bx + c$ 的函数图像可知， $a > 0$ ， $b^2 - 4ac > 0$ ，即可确定一次函数图像，根据 $x = 2$ 时， $y = 4a + 2b + c > 0$ ，即可判断反比例函数图像，即可求解。

【详解】解：∵二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像开口向上，则 $a > 0$ ，与 x 轴存在 2 个交点，则 $b^2 - 4ac > 0$ ，

∴一次函数 $y = ax + b^2 - 4ac$ 图像经过一、二、三象限，

∵二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像，当 $x = 2$ 时， $y = 4a + 2b + c > 0$ ，

∴反比例函数 $y = \frac{4a + 2b + c}{x}$ 图像经过一、三象限

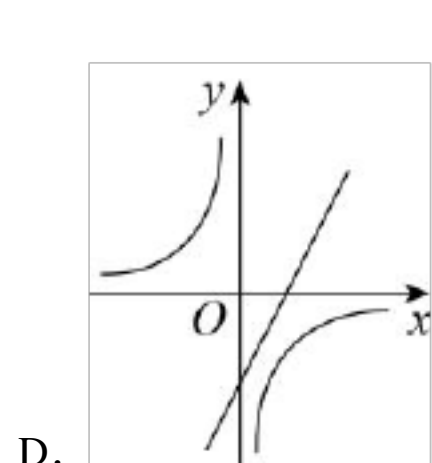
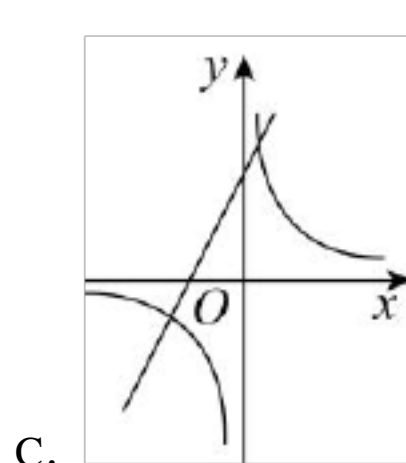
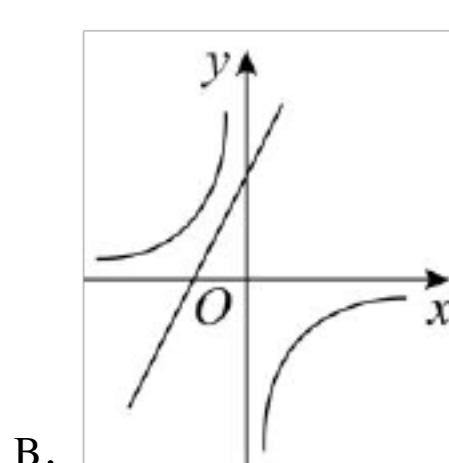
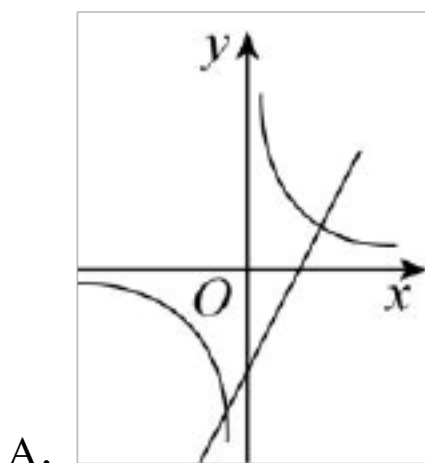
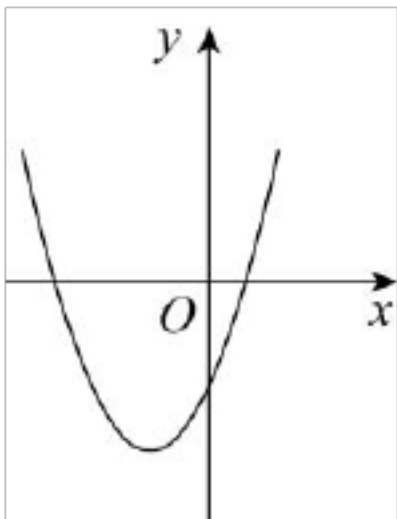
结合选项，一次函数 $y = ax + b^2 - 4ac$ 与反比例函数 $y = \frac{4a + 2b + c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图像大致是 B 选项

故选 B

【点睛】本题考查了一次函数，二次函数，反比例函数的图像与性质，掌握二次函数的图像与系数的关系是解题的关键。

13. (2022·贵州黔东南·统考中考真题) 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像如图所示，则一次函数

$y = ax + b$ 与反比例函数 $y = -\frac{c}{x}$ 在同一坐标系内的大致图像为 ()



【答案】C

【分析】根据二次函数的图像确定 a ， b ， c 的正负，即可确定一次函数 $y = ax + b$ 所经过的象限和反比例函数

$y = -\frac{c}{x}$ 所在的象限。

【详解】解：∵二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像开口向上，对称轴在 y 轴左边，与 y 轴的交点在 y 轴负半轴，

$$\therefore a > 0, \quad -\frac{b}{2a} < 0, \quad c < 0,$$

$$\therefore b > 0, \quad -c > 0,$$

∴一次函数 $y = ax + b$ 的图像经过第一、二、三象限，反比例函数 $y = -\frac{c}{x}$ 的图像在第一、三象限，选项 C 符合题意。

故选：C

【点睛】本题考查二次函数图像与系数的关系，一次函数图像与系数的关系，反比例函数图像与系数的关系，熟练并灵活运用这些知识是解题关键。

◆ 题型二：函数的基本性质

例题精讲：

【例 2】已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + 4$ ，关于该函数在 $-2 \leq x \leq 2$ 的取值范围内，下列说法正确的是（ ）

- A. 有最大值 5，有最小值 -4 B. 有最大值 0，有最小值 -4
C. 有最大值 4，有最小值 -4 D. 有最大值 4，有最小值 0

【答案】A

【分析】根据题目中的函数解析式和二次函数的性质，可以得到该函数的对称轴和开口方向，然后根据 $-2 \leq x \leq 2$ ，即可得到相应的最大值和最小值，从而可以解答本题。

【详解】解：∵ $y = -x^2 + 2x + 4$ ，

∴二次函数图像的对称轴为： $x = -\frac{2}{2 \times (-1)} = 1$ ，抛物线开口向下，

∴在 $-2 \leq x \leq 2$ 的取值范围内，当 $x = 1$ 时，函数取最大值 $y = -1 + 2 + 4 = 5$ ，

当 $x = -2$ 时，函数取最小值 $y = -(-2)^2 + 2 \times (-2) + 4 = -4$ ，

故选 A.

【点睛】本题考查了二次函数的最值问题，解题的关键是熟练掌握二次函数图像的性质。

 真题演练:

1. (2018·四川广安·统考中考模拟) 已知一次函数 $y=(k-2)x+k$ 不经过第三象限, 则 k 的取值范围是()

- A. $k \neq 2$ B. $k > 2$ C. $0 < k < 2$ D. $0 \leq k < 2$

【答案】 D

【分析】 根据一次函数的图像与 k 、 b 的关系列不等式组求解即可.

【详解】 解: \because 一次函数 $y=(k-2)x+k$ 的图像不经过第三象限,

$$\therefore k-2 < 0, \quad k \geq 0,$$

$$\therefore 0 \leq k < 2,$$

故选: D.

【点睛】 本题主要考查一次函数图像在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系. 解答本题注意理解: $k > 0$ 时, 直线必经过一、三象限; $k < 0$ 时, 直线必经过二、四象限; $b > 0$ 时, 直线与 y 轴正半轴相交; $b = 0$ 时, 直线过原点; $b < 0$ 时, 直线与 y 轴负半轴相交.

2. (2021·湖南·长沙市开福区青竹湖湘一外国语学校校考一模) 已知一次函数 $y=(m-4)x+2m+1$ 的图像不经过第三象限, 则 m 的取值范围是()

- A. $m < 4$ B. $m \leq -\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2} \neq m < 4$ D. $-\frac{1}{2} \leq m < 4$

【答案】 D

【分析】 先根据一次函数的图像与系数的关系列出关于 m 的不等式组, 求出 m 的取值范围即可.

【详解】 解: \because 直线 $y=(m-4)x+2m+1$ 的图像不经过第三象限,

$$\therefore \begin{cases} m-4 < 0 \\ 2m+1 \geq 0 \end{cases},$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq m < 4.$$

故选: D.

【点睛】 此题考查的是一次函数的图像与系数的关系, 熟知一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 中图像图像不经过第三象限的意思为: 函数的图像在一、二、四象限是解答此题的关键.

3. (2022·浙江绍兴·模拟预测) 已知二次函数 $y=-x^2+2x+4$, 关于该函数在 $-2 \leq x \leq 2$ 的取值范围内, 下列说法正确的是()

- A. 有最大值 5, 有最小值 -4 B. 有最大值 0, 有最小值 -4
C. 有最大值 4, 有最小值 -4 D. 有最大值 4, 有最小值 0

【答案】 A

【分析】 根据题目中的函数解析式和二次函数的性质, 可以得到该函数的对称轴和开口方向, 然后根据 $-2 \leq x \leq 2$, 即可得到相应的最大值和最小值, 从而可以解答本题.

【详解】 解: $\because y = -x^2 + 2x + 4$,

\therefore 二次函数图像的对称轴为: $x = -\frac{2}{2 \times (-1)} = 1$, 抛物线开口向下,

\therefore 在 $-2 \leq x \leq 2$ 的取值范围内, 当 $x = 1$ 时, 函数取最大值 $y = -1 + 2 + 4 = 5$,

当 $x = -2$ 时, 函数取最小值 $y = -(-2)^2 + 2 \times (-2) + 4 = -4$,

故选 A.

【点睛】 本题考查了二次函数的最值问题, 解题的关键是熟练掌握二次函数图像的性质.

4. (2022·辽宁阜新·统考中考真题) 下列关于二次函数 $y = 3(x+1)(2-x)$ 的图像和性质的叙述中, 正确的是 ()
- A. 点 $(0, 2)$ 在函数图像上 B. 开口方向向上
C. 对称轴是直线 $x = 1$ D. 与直线 $y = 3x$ 有两个交点

【答案】 D

【分析】 A、把 $x=0$ 代入 $y=3(x+1)(2-x)$, 求函数值再与点的纵坐标进行比较; B、化简二次函数: $y = -3x^2 + 3x + 6$, 根据 a 的取值判断开口方向; C、根据对称轴公式计算; D、把函数的问题转化为一元二次方程的问题, 根据判别式的取值来判断.

【详解】 解: A、把 $x=0$ 代入 $y=3(x+1)(2-x)$,
得 $y=6 \neq 2$,

\therefore A 错误;

B、化简二次函数: $y = -3x^2 + 3x + 6$,

$\therefore a = -3 < 0$,

\therefore 二次函数的图像开口方向向下,

\therefore B 错误;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/216005000034010034>