4.2.1指数爆炸和指数衰减

一、激思导学

实数指数幂：$N = a^u \xrightarrow{a\text{ 为常数}} y = a^x$

$\Big\downarrow$ u 为常数

一般的，函数 $y = x^{\alpha}$ 叫做幂函数，

其中 x 为自变量，α 为非零常数.

二、概念探究

一般的，函数 $y=a^x$ 叫做**指数函数**.

其中 x 是自变量 $x\in R$ ，

底数 a 满足 $a>0$ 且 $a\neq 1$.

二、概念探究

问题1：定义中为什么规定底数 $a>0$ 且 $a\neq 1$ ？

二、概念探究

若$a<0$，如$y=(-2)^x$，当x 取$\frac{1}{2},\frac{1}{4}$ 等类似有理数时，幂无意义，函数的定义域过于复杂.

若$a=0$ 或$a=1$ ，函数为常值函数，性质简单.

若 $a>0$ 且 $a\neq1$ ，如$y=(2)^x$ ，函数定义域为R .

三、概念深化

问题2：指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq 1)$ **中**

两变量间有着怎样的变化规律？

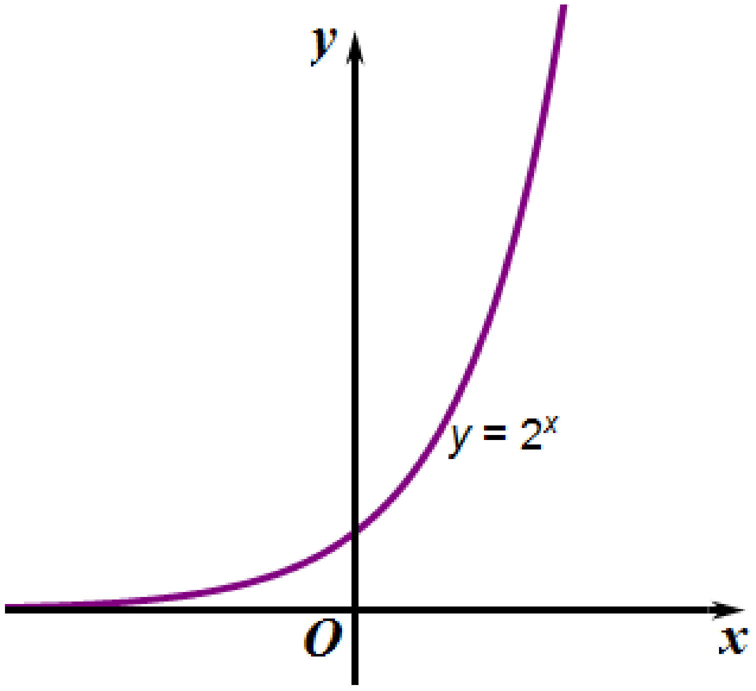
当底数$a>1$ 时，指数函数值随自变量增大而增大，如$y=2^x$.

当底数$0<a<1$ 时，指数函数值随自变量增大而减小，

如 $y=(\frac{1}{2})^x$.

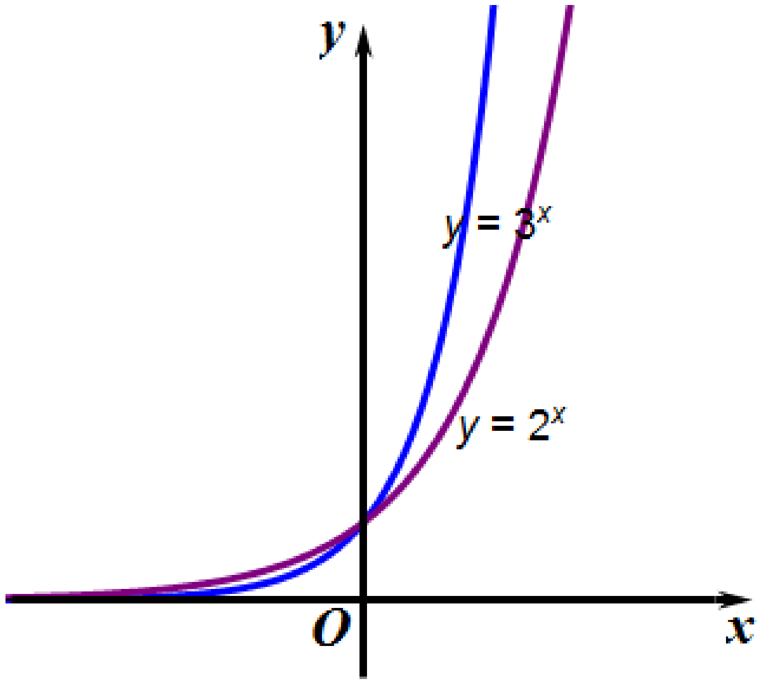
三、概念深化

问题3：底数 $a>1$ 时函数呈增长趋势，有何增长特征？



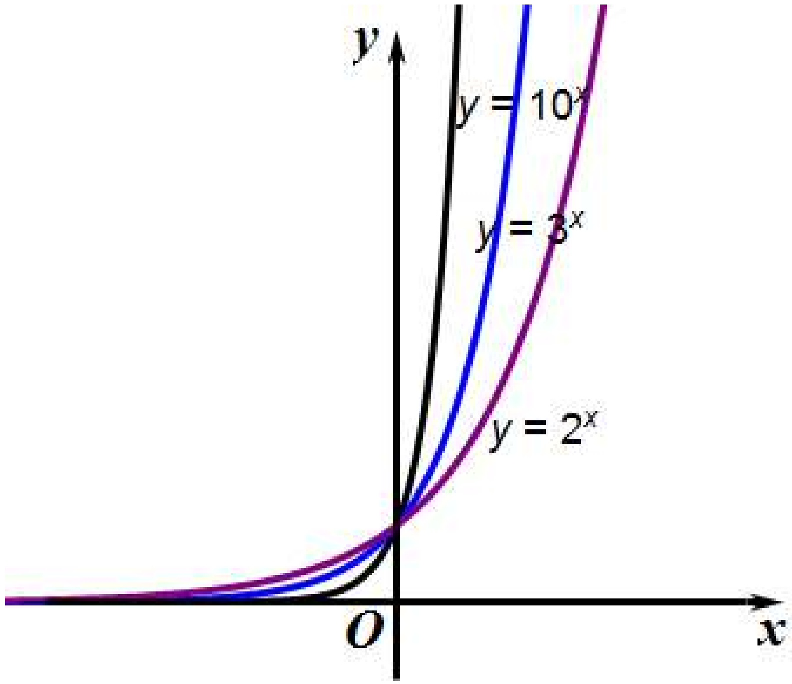
三、概念深化

问题3：底数 $a>1$ 时函数呈增长趋势，有何**增长特征**？



三、概念深化

问题3：底数 $a>1$ 时函数呈增长趋势，有何增长特征？

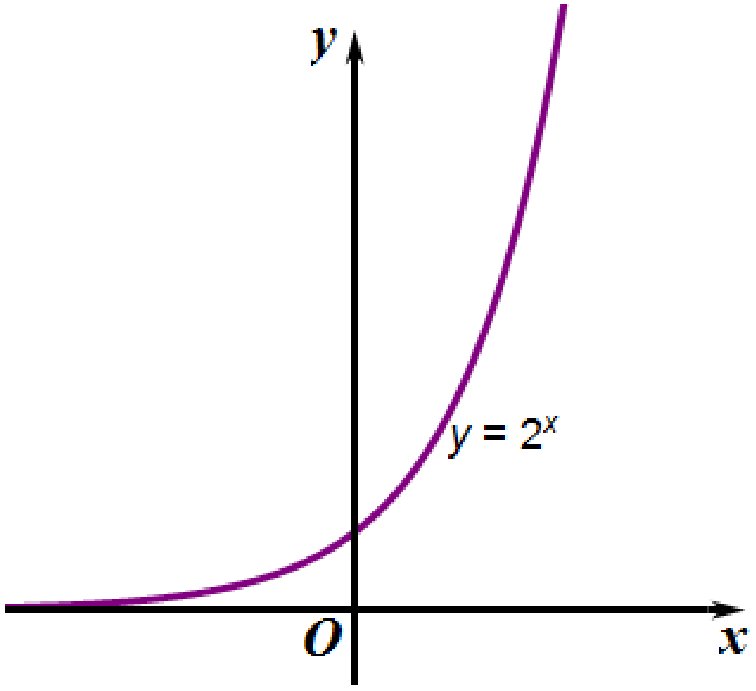


特别的，底数 a 较大时指数函数值增长速度惊人，被称为指数爆炸

.

三、概念深化

问题3：底数 $a>1$ **时函数呈增长趋势，有何增长特征？**



在长为 T 的时间周期 $[u,u+T]$ 中，

函数值增长量：$2^{u+T}-2^{u}$

$=2^{u}(2^{T}-1)$ 变量

增长率：$\dfrac{2^{u+T}-2^{u}}{2^{u}}=2^{T}-1$ 常量

三、概念深化

把自变量 x 看成时间，在长为 T 的时间周期 $[u,u+T]$ 中，指数函数 $y=a^x(a>1)$ 的值从 a^u 增长到 a^{u+T}

增长量：$a^{u+T}-a^u$　　增长率：$\dfrac{a^{u+T}-a^u}{a^u}=a^T-1$

常量

当某个量在一个既定的时间周期中，其**百分比增长（增长率的百分比表示）**是一个**常量**时，这个量就被描述为**指数式增长**，也称**指数增长**

.

三、概念深化

当底数 $0<a<1$ 时，指数函数值随自变量增大而缩小至无限接近于0，叫做**指数衰减**.

在长为 T 的时间周期 $[u,u+T]$ 中，指数函数的值从 a^u 减少到 a^{u+T}

衰减率：$\dfrac{a^u-a^{u+T}}{a^u}=1-a^T$

指数衰减的特点是：在一个既定的时间周期中，**其缩小百分比（衰减率的百分比表示）**是一个**常量**.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/218040134033007006