2024年新结构模拟适应性特训卷（三）

高三数学

（考试时间：150 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8 小题，每小题5 分，共40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知数据$4x_1+1$，$4x_2+1$，…，$4x_{10}+1$的平均数和方差分别为4，10，那么数据x_1，x_2，…，x_{10}的平均数和方差分别为（　）

A．-1，$\frac{5}{2}$ B．1，$\frac{5}{2}$　C．1，$\frac{3}{2}$　D．$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{8}$

2．“$1<x<3$”是“$\frac{1}{x-2}>1$”的（　）

A．充分不必要条件B．必要不充分条件

C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

3．已知$\tan\alpha=-2$，且$0<\alpha<\pi$，则$\cos\alpha-\sin\alpha$ 的值为（　）

A．$-\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　C．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}$

4．在财务审计中，我们可以用“本•福特定律”来检验数据是否造假.本福特定律指出，在一组没有人为编造的自然生成的数据（均为正实数）中，首位非零的数字是1～9这九个事件不是等可能的.具体来说，随机变量χ 是一组没有人为编造的首位非零数字，则$P(\chi=k)=\lg\frac{k+1}{k}$，$k=1,2,\cdots,9$.则根据本•福特定律，首位非零数字是1 与首位非零数字是8 的概率之比约为（　）（保留至整数，参考数据：$\lg2=0.301,\lg3=0.477$）.

A．4　B．6　C．7　D．8

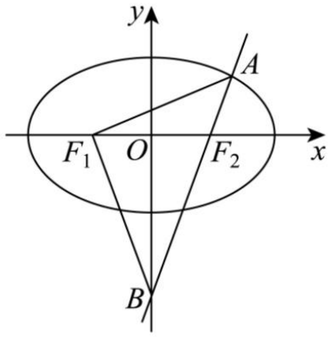
5．一个球的内接正四棱柱的侧面积与上、下两底面面积的和的比为4:1，且正四棱柱的体积是$4\sqrt{2}$，则这个球的体积是（　）

A．$\sqrt{3}\pi$　B．$2\sqrt{3}\pi$　C．$3\sqrt{2}\pi$　D．$4\sqrt{3}\pi$

6．在某次美术专业测试中，若甲、乙、丙三人获得优秀等级的概率分别是0.6,0.7 和0.5，且三人的测试结果相互独立，则测试结束后，在甲、乙、丙三人中恰有两人没达优秀等级的前提条件下，乙没有达优秀等级的概率为（　）

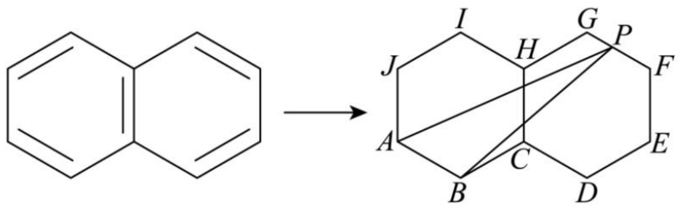
A. $\frac{15}{29}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{17}{29}$

7．如图，椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$A$为椭圆$C$上一点，$B$为$y$轴上一点，$F_1$在以$AB$为直径的圆上，且$3F_2A=-2F_2B$，则椭圆$C$的离心率为（ ）



A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

8．键线式可以简洁直观地描述有机物的结构，在有机化学中极其重要．有机物萘可以用左图所示的键线式表示，其结构简式可以抽象为右图所示的图形．已知$ABCHIJ$与$CDEFGH$为全等的正六边形，且$AB=2$，点P为该图形边界（包括顶点）上的一点，则$AP\cdot BP$的取值范围为（ ）



A. $[0,42]$ B. $[-1,42]$ C. $[0,36]$ D. $[-1,36]$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9．已知集合$A=\{x\mid y=\sqrt{2-x}\}$，$B=\{y|y=x^2+1\}$，则（ ）

A. $A\cap B=\varnothing$ B. $A\cap B=[1,2]$

C. $A\cup B=\mathbf{R}$ D. $A\cup(\complement_{\mathrm{R}}B)=(-\infty,2]$

10．在$\triangle ABC$中，$AB=\sqrt{6}$，$BC=2$，$\angle A=45^\circ$，则$\triangle ABC$的面积可以为（ ）

A. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

11．正项等比数列$\{a_n\}$的前n项积为T_n，且满足$a_1>1$，$(a_6-1)(a_7-1)<0$，则下列判断正确的是（ ）

A. $0<q<1$ B. $a_5a_7>1$ C. T_n的最大值为T_6 D. $T_{13}>1$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．

12．i是虚数单位，复数$\frac{4+2i}{1-i}=$______．

13．函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(-x^2-x+6)$ 的单调递减区间是____________.

14．我们称 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 元有序实数组 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 为 n 维向量，$|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|$ 为该向量的范数.已知 n 维向量 $a=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，其中 $x_i\in\{-1,0,1\}(i=1,2,\ldots n)$，记范数为奇数的 a 的个数为 A_n，则 $A_3=$________；$A_{2n}=$____（用含 n 的式子表示，$n\in\mathbf{N}^*$）.

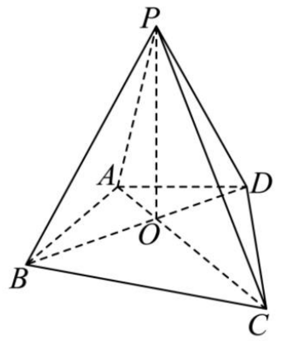
四、解答题：本题共5小题，其中第15题13分，第16,17题15分，第18,19题17分，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．（满分13分）已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=1$，前 n 项和为 S_n，且 $S_{n+1}=2S_n+n+1(n\in\mathbf{N}^*)$．设 $b_n=a_n+1$.

(1)求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $c_n=\dfrac{1}{4(\log_2 b_n)^2-1}$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，证明：$\dfrac{1}{3}\le T_n<\dfrac{1}{2}$.

16．（满分15分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，$PO\perp$ 平面 $ABCD$，$BC=BD=CD=\sqrt{3}AB=\sqrt{3}AD$，$PO=OC$.



(1)求证：$BD\perp$ 平面 PAC；

(2)求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值.

17．（满分15分）2024年“元旦档”，某连锁购物中心在2023年12月31日隆重开业，该购物中心随机调查统计了连续8天的客流量 y（单位：百人），如下表：

日期	2月31日	1月1日	1月2日	1月3日	1月4日	1月5日	1月6日	1月7日
日期代码 x	1	2	3	4	5	6	7	8
客流量 y	16.6	18.8	22	24.9	28.6	33.1	38.9	46.3

(1)由表中数据，知可用线性回归模型拟合 y 与 x 之间的关系，请用相关系数加以说明；（结果精确到0.01）

(2)求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$（系数精确到0.01，并用精确后的 $\hat{b}$ 的值计算 $\hat{a}$ 的值），并预测1 月 9 日的客流量.（预测结果精确到0.1）

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}$，线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式

分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2},\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

参考数据：$\overline{y}=28.65,\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)^2=42,\sum_{i=1}^{8}\left(y_i-\overline{y}\right)^2=736.9,\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)=172.7$，$\sqrt{4.2}\approx 2.05,\sqrt{7369}\approx 85.84$.

18（满分17 分）. 在$\triangle ABC$中，$\tan B=\dfrac{1}{\tan(C-A)}$.

(1)求A 的值；

(2)若 $\tan B=2,S_{\triangle ABC}=6$，求$AB$的长.

19. （满分17分）悬链线（*Catenary*）指的是一种曲线，指两端固定的一条（粗细与质量分布）均匀，柔软（不能伸长）的链条，在重力的作用下所具有的曲线形状，适当选择坐标系后，悬链线的方程是一个双曲余弦函数，其解析式为 $f(x)=\frac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{2}$，与之对应的函数 $g(x)=\frac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{2}$ 称为双曲正弦函数，令 $F(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$.

(1)若关于 x 的方程 $F[f(2x)]+F[2\lambda g(x)-5]=0$ 在 $(0,\ln 3)$ 上有解，求实数 λ 的取值范围；

(2)把区间 $(0,2)$ 等分成 $2n\ (n\in\mathbf{N}^{*})$ 份，记等分点的横坐标依次为 x_i，$i=1$、2、3、…、$2n-1\ (n\in\mathbf{N}^{*})$，设 $h(x)=\frac{4}{3}-\frac{2}{2^{x-1}+1}$，记 $H(n)=h(x_1)+h(x_2)+h(x_3)+\cdots+h(x_{2n-1})\ (n\in\mathbf{N}^{*})$，是否存在正整数 n，使不等式 $\frac{F(2x)}{F(x)}\geq H(n)$ 有解？若存在，求出所有 n 的值，若不存在，说明理由.

2024年新结构模拟适应性特训卷（三）

高三数学

（考试时间：150分钟　试卷满分：150分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知数据$4x_1+1$，$4x_2+1$，…，$4x_{10}+1$的平均数和方差分别为4，10，那么数据x_1，x_2，…，x_{10}的平均数和方差分别为（　）

A．-1，$\frac{5}{2}$　B．1，$\frac{5}{2}$　C．1，$\frac{3}{2}$　D．$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{8}$

【答案】D

【分析】利用平均数与方差的运算性质求解即可．

【详解】设数据x_1，x_2，…，x_{10}的平均数和方差分别为μ和s，

则数据$4x_1+1$，$4x_2+1$，…，$4x_{10}+1$的平均数为$4\times\mu+1=4$，方差为$4^2\times s=10$，

得$\mu=\frac{3}{4}$，$s=\frac{5}{8}$，

故选：D．

2．“$1<x<3$”是“$\frac{1}{x-2}>1$”的（　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件

C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】对$\frac{1}{x-2}>1$化简，结合充分条件和必要条件的定义判断即可．

【详解】不等式$\frac{1}{x-2}>1$可化为$\frac{1}{x-2}-1>0$，即$\frac{3-x}{x-2}>0$，即$(x-3)(x-2)<0$，解得$2<x<3$，

因为“$1<x<3$”不能推出“$2<x<3$”，“$2<x<3$”能推出“$1<x<3$”，

所以“$1<x<3$”是“$\frac{1}{x-2}>1$”的必要不充分条件，

故选：B．

3．已知$\tan\alpha=-2$，且$0<\alpha<\pi$，则$\cos\alpha-\sin\alpha$的值为（ ）

A．$-\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　B．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}$

【答案】A

【分析】由α的正切值，求出α正弦及余弦值，即可得出结果.

【详解】因为$\tan\alpha=-2$，且$0<\alpha<\pi$，

所以$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\begin{cases}\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-2\\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\end{cases}$，则$\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

则$\cos\alpha-\sin\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{2\sqrt{5}}{5}=-\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

故选：A.

4．在财务审计中，我们可以用“本•福特定律”来检验数据是否造假.本福特定律指出，在一组没有人为编造的自然生成的数据（均为正实数）中，首位非零的数字是1～9这九个事件不是等可能的.具体来说，随机变量χ是一组没有人为编造的首位非零数字，则$P(\chi=k)=\lg\frac{k+1}{k}$，$k=1,2,\cdots,9$.则根据本•福特定律，首位非零数字是1与首位非零数字是8的概率之比约为（ ）（保留至整数，参考数据：$\lg2=0.301,\lg3=0.477$）.

A．4　B．6　　C．7　　D．8

【答案】B

【分析】根据题意结合对数运算即可得.

【详解】由题意可得$\frac{P(\chi=1)}{P(\chi=8)}=\frac{\lg\frac{1+1}{1}}{\lg\frac{8+1}{8}}=\frac{\lg2}{\lg\frac{9}{8}}=\frac{\lg2}{2\lg3-3\lg2}\approx\frac{0.301}{2\times0.477-3\times0.301}\approx6$.

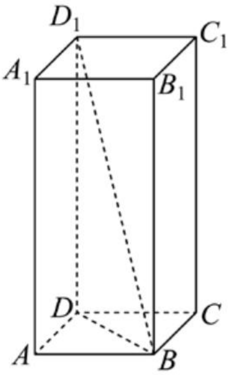
故选：B.

5．一个球的内接正四棱柱的侧面积与上、下两底面面积的和的比为$4:1$，且正四棱柱的体积是$4\sqrt{2}$，则这个球的体积是（ ）

A．$\sqrt{3}\pi$　B．$2\sqrt{3}\pi$　　C．$3\sqrt{2}\pi$　　D．$4\sqrt{3}\pi$

【答案】D

【分析】根据该四棱柱的侧面积和底面积的关系可得底面边长与侧棱长的关系，再利用其体积关系式联立求出相关量，结合正四棱柱外接球直径与其体对角线长的关系求得球半径即得.

【详解】

如图，正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，设其底面边长为 a，侧棱长为 b，体积为 V，外切球的半径为 R.

依题可得：$\dfrac{4ab}{2a^2}=4$，解得：$b=2a$ ①.

又 $V=a^2b=4\sqrt{2}$ ②，由①②解得：$a=\sqrt{2},b=2\sqrt{2}$.

因正四棱柱的体对角线 BD_1 即其外切球的直径，故 $R=\dfrac{\sqrt{a^2+a^2+b^2}}{2}=\sqrt{3}.$

于是，这个球的体积为：$\dfrac{4\pi R^3}{3}=4\sqrt{3}\pi$.

故选：D.

6．在某次美术专业测试中，若甲、乙、丙三人获得优秀等级的概率分别是0.6,0.7和0.5，且三人的测试结果相互独立，则测试结束后，在甲、乙、丙三人中恰有两人没达优秀等级的前提条件下，乙没有达优秀等级的概率为（　）

A．$\dfrac{15}{29}$　B．$\dfrac{7}{8}$　C．$\dfrac{5}{8}$　D．$\dfrac{17}{29}$

【答案】A

【分析】根据条件概率的计算公式计算得解.

【详解】设甲、乙、丙三人获得优秀等级分别为事件 A,B,C，三人中恰有两人没有达到优秀等级为事件 D，

$\therefore P(A)=0.6$，$P(B)=0.7$，$P(C)=0.5$，$P(D)=P(\bar{A}\bar{B}C\cup\bar{A}B\bar{C}\cup A\bar{B}\bar{C})=P(\bar{A}\bar{B}C)+P(\bar{A}B\bar{C})+P(A\bar{B}\bar{C})$

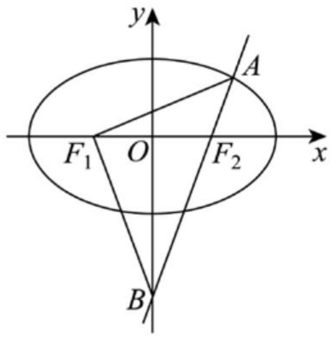
$=0.4\times0.3\times0.5+0.4\times0.7\times0.5+0.6\times0.3\times0.5=0.29$，

$P(\bar{B}D)=P(\bar{A}\bar{B}C)+P(A\bar{B}\bar{C})=0.3\times0.4\times0.5+0.3\times0.5\times0.6=0.15$，

$\therefore P(\bar{B}|D)=\dfrac{P(\bar{B}D)}{P(D)}=\dfrac{0.15}{0.29}=\dfrac{15}{29}$.

故选：A.

7．如图，椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，A 为椭圆 C 上一点，B 为 y 轴上一点，F_1 在以 AB 为直径的圆上，且 $3\overrightarrow{F_2A}=-2\overrightarrow{F_2B}$，则椭圆 C 的离心率为（　）



A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【答案】D

【分析】由$3F_2A=-2F_2B$，可设$|F_2A|=2t,|F_2B|=3t(t>0)$，结合椭圆定义以及$F_1A\perp F_1B$得$t=\frac{a}{3}$，再结合余弦定理知识求得a,c等量关系式，则椭圆的离心率可求.

【详解】由$3F_2A=-2F_2B$，可设$|F_2A|=2t,|F_2B|=3t(t>0)$，则$|AB|=5t$，

由对称性知$|F_2B|=|F_1B|=3t$，

由题可知$F_1A\perp F_1B$，则$|F_1A|=4t,\cos\angle F_1AB=\frac{4}{5}$，

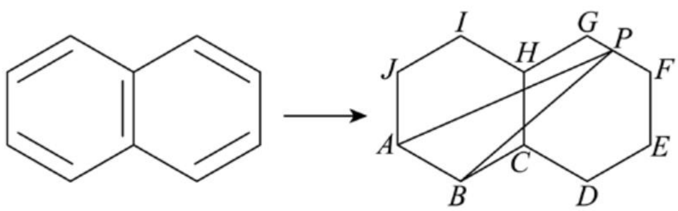
由椭圆的定义知$|AF_2|+|AF_1|=6t=2a$，则$t=\frac{a}{3}$，

在□F_1AF_2中，$\cos\angle F_1AF_2=\frac{16t^2+4t^2-4c^2}{2\cdot 4t\cdot 2t}=\frac{4}{5}$，

则$\dfrac{\frac{20}{9}a^2-4c^2}{\frac{16}{9}a^2}=\frac{4}{5}$，整理得$\frac{c^2}{a^2}=\frac{1}{5}$，故$C$的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：D.

8．键线式可以简洁直观地描述有机物的结构，在有机化学中极其重要．有机物萘可以用左图所示的键线式表示，其结构简式可以抽象为右图所示的图形．已知$ABCHIJ$与$CDEFGH$为全等的正六边形，且$AB=2$，点P为该图形边界（包括顶点）上的一点，则$AP\cdot BP$的取值范围为（　　）



A. $[0,42]$　　B. $[-1,42]$　C. $[0,36]$　　D. $[-1,36]$

【答案】B

【分析】取线段AB的中点M，可得出$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=\left|\overrightarrow{PM}\right|^2-1$，求出$\left|\overrightarrow{PM}\right|$的最大值和最小值，即可得出$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}$的取值范围.

【详解】取线段AB的中点M，则$\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MA}$，

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MB}\right)=\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PM}-\overrightarrow{MA}\right)$

$=\left|\overrightarrow{PM}\right|^2-\left|\overrightarrow{MA}\right|^2=\left|\overrightarrow{PM}\right|^2-1$，

由图可知，当点P与点M重合时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}$取最小值，且$\left(\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}\right)_{\min}=0-1=-1$，

由图形可知，当$\left|\overrightarrow{PM}\right|$取最大值时，点$P$在折线段$CDEFGH$上，

连接AH，则$\angle IHG=360^\circ-\angle IHC-\angle GHC=360^\circ-2\times120^\circ=120^\circ$，

同理$\angle BCD=120^\circ$，

由正六边形的几何性质可知，$\angle AHI=\frac{1}{2}\angle CHI=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$，

所以，$\angle AHG=\angle AHI+\angle IHG=60^\circ+120^\circ=180^\circ$，

则A、H、G三点共线，则$\angle CHG<\angle MHG<\angle AHG$，即$120^\circ<\angle MHG<180^\circ$，

当点P在线段HG上从点H运动到点G的过程中，$\left|\overrightarrow{PM}\right|$在逐渐增大，

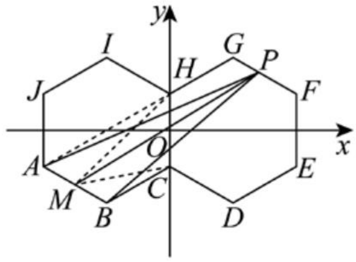
同理可知，$120^\circ<\angle MCD<180^\circ$，

当点P在线段CD上由点C到D的过程中，$\left|\overrightarrow{PM}\right|$在逐渐增大，

所以，当$\left|\overrightarrow{PM}\right|$取最大值时，点$P$在折线段$DEFG$上运动，

以线段CH的中点O为坐标原点，CH所在直线为y轴，

线段CH的垂直平分线所在直线为x轴建立如下图所示的平面直角坐标系，



则$A\left(-2\sqrt{3},-1\right)$、$B\left(-\sqrt{3},-2\right)$、$M\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2}\right)$、$D\left(\sqrt{3},-2\right)$、$E\left(2\sqrt{3},-1\right)$、

$F\left(2\sqrt{3},1\right)$、$G\left(\sqrt{3},2\right)$，设点$P(x,y)$，

（1）当点P在线段GF上运动时，$k_{FG}=\frac{1-2}{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，

直线FG的方程为$y-2=-\frac{\sqrt{3}}{3}\left(x-\sqrt{3}\right)$，即$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$，

所以，线段FG的方程为$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+3\left(\sqrt{3}\le x\le 2\sqrt{3}\right)$，

则$|PM|^2=\left(x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\left(x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{9}{2}\right)^2=\frac{4}{3}x^2+27\in[31,43]$；

（2）当点P在线段EF上运动时，$x=2\sqrt{3}$，$-1\le y\le 1$，则$\frac{1}{2}\le y+\frac{3}{2}\le\frac{5}{2}$，

所以，$|PM|^2=\left(2\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{147}{4}+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2\in[37,43]$；

（3）当点P在线段DE上运动时，$k_{DE}=\frac{-1+2}{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

直线DE的方程为$y+2=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(x-\sqrt{3}\right)$，即$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3$，

所以，线段DE的方程为$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3\left(\sqrt{3}\le x\le 2\sqrt{3}\right)$，

所以，$|PM|^2=\left(x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\left(x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{4}{3}x^2+2\sqrt{3}x+9$，

因为函数$f(x)=\frac{4}{3}x^2+2\sqrt{3}x+9$在$\left[\sqrt{3},2\sqrt{3}\right]$上单调递增，

故$|PM|^2=\frac{4}{3}x^2+2\sqrt{3}x+9\in[19,37]$.

综上所述，$|PM|^2$的最大值为43，故$\left(AP\cdot BP\right)_{\max}=43-1=42$，

故$AP\cdot BP$的取值范围是$[-1,42]$.

故选：B.

【点睛】方法点睛：求两个向量的数量积有三种方法：

（1）利用定义：

（2）利用向量的坐标运算；

（3）利用数量积的几何意义.

具体应用时可根据已知条件的特征来选择，同时要注意数量积运算律的应用.

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9．已知集合$A=\{x\,|\,y=\sqrt{2-x}\}$，$B=\{y|y=x^2+1\}$，则（　　）

A．$A\cap B=\varnothing$ B．$A\cap B=[1,2]$

C．$A\cup B=\mathbf{R}$ D．$A\cup(\complement_{\mathrm{R}}B)=(-\infty,2]$

【答案】BCD