高 2025 届高二（上）月考

数学试卷（答案在最后）

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、班级、学校在答题卡上填写清楚.

2.每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.在试卷上作答无效.

3.考试结束后，请将答题卡交回，试卷自行保存.满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $3x+\sqrt{3}y+3=0$ 的倾斜角为（　　）

A. 30°　　　B. 60°　　　C. 120°　　　D. 150°

2. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面（　　）

A. 若 $m\,//\,n,n\,//\,\alpha$，则 $m\parallel\alpha$

B. 若 $m\perp\beta,\alpha\,//\,\beta$，则 $m\perp\alpha$

C. 若 $m\,//\,\beta,\beta\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$

D. 若 $m\perp n,n\,//\,\alpha$，则 $m\perp\alpha$

3. 过点 $P(1,-1)$ 且垂直于 $l:x-2y+1=0$ 的直线方程为（　　）

A. $\frac{1}{2}x+y+\frac{1}{2}=0$　　　B. $-2x+y+3=0$

C. $2x-y-1=0$　　　D. $2x+y-1=0$

4. 已知直线 $l_1:x+2my-1=0$ 与 $l_2:(3m-1)x-my+9m-1=0$ 平行，则实数 $m=$（　　）

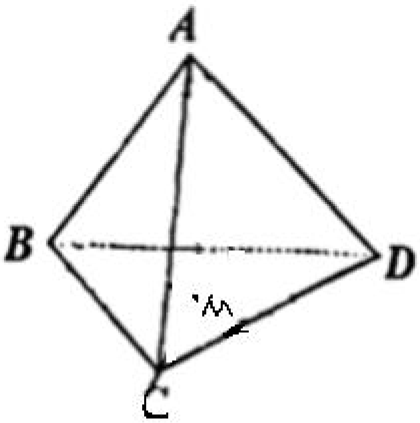
A. 0　　　B. $\frac{1}{6}$　　　C. 0 或 $\frac{1}{6}$　　　D. 0 或 $-\frac{1}{6}$

5. 已知圆 C 经过 $A(1,0),B(2,-1)$ 两点，且圆心 C 在直线 $x+y=0$ 上，则过点 $D\left(1,-\frac{1}{2}\right)$ 的直线与圆 C 相交所截最短弦长为（　　）

A. 1　　　B. $\sqrt{3}$　　　C. $\frac{3}{2}$　　　D. 2

6. 如图，在四面体 $ABCD$ 中，$AB=AC=AD=2$，$\angle BAC=\angle BAD=60^\circ$，$\angle CAD=90^\circ$，点 M 为

$\triangle BCD$的重心，则AM的长是（　　）



A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　　　B. $\frac{8}{3}$　　　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　　　D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

7. 已知A,B是圆C：$x^2-2x+y^2-6y=0$上两点，若存在$M\left(5,t\right)$满足$MA\perp MB$，则实数t的取值范围是（　　）

A. $\left[1,3\right]$　　　　B. $\left[1,5\right]$　　　　C. $\left[3,5\right]$　　　　D. $\left[3,6\right]$

8. 正四棱锥$P-ABCD$的底面边长为$4\sqrt{2}$，$PA=4\sqrt{5}$则平面PCD截四棱锥$P-ABCD$外接球所得截面的面积为（　　）.

A. $\frac{100\pi}{9}$　　　　B. $\frac{50\pi}{3}$　　　　C. $\frac{200\pi}{9}$　　　　D. $\frac{100\pi}{3}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知点P在圆$C:x^2-6x+y^2-6y+14=0$上，直线$AB:x+y-2=0$，则（　　）

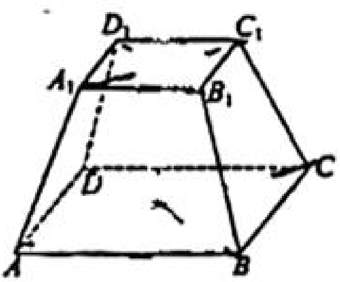
A. 直线AB与圆C相交

B. 直线AB与圆C相离

C. 点P到直线AB距离大于$\frac{1}{2}$

D. 点P到直线AB距离小于5

10. 正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，上底面$A_1B_1C_1D_1$的边长为2，下底面$ABCD$的边长为4，棱台高为$\sqrt{3}$，则下列结论正确的是（　　）



A. 该四棱台的体积为$\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$

B. 该四棱台的侧棱长为 2

C. $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

D. 几何体$C_1D_1D-B_1A_1A$ 是三棱柱

11. 已知圆 C：$x^2+y^2=4$ 则（　　）

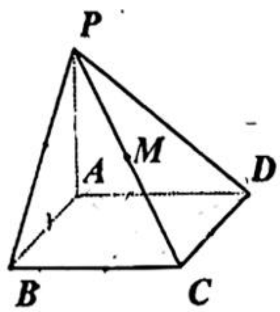
A. 圆 C 与直线 $mx+y-m-1=0$ 必有两个交点

B. 圆C上存在 4 个点到直线$l:x-y+\sqrt{2}=0$的距离都等于 1

C. 圆 C 与圆 $x^2+y^2-6x-8y+m=0$ 恰有三条公切线，则 $m=16$，

D. 动点 P 在直线$x+2y-4=0$上，过点 P 向圆C引两条切线，A、B为切点，直线 AB 经过定点$(1,2)$

12. 四棱锥$P-ABCD$的底面为正方形，PA与底面垂直，$PA=2,AB=1$，动点M 在线段PC上，则（　　）



A. 存在点M，使得$AC\perp BM$

B. $MA+MB$的最小值为 6

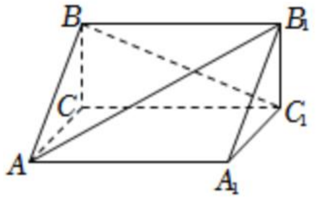
C. M 到直线 AB 距离最小值为$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 三棱锥 $A-MBC$ 与 $A-MDP$ 体积之和为$\dfrac{1}{3}$

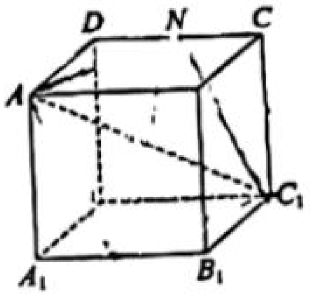
三、填空题：本题共 4 小莛，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知圆锥的底面半径为 1，侧面积为2π，则此圆锥的体积是__________.

14. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp BC, CC_1=2AC=2BC$，则直线 AB_1 与直线 BC_1 夹角的余弦值为__________.



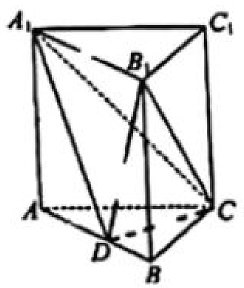
15. 棱长为 2 的正方体 $ABCD-AB_1C_1D_1$ 中，点 M、N 分别是线段 AC_1, CD 的中点，则平面 AMN 截正方体所得截面的面积为__________.



16. 已知 P 是圆 $M: x^2-4x+y^2-4y+6=0$ 上动点，A,B 是圆 $x^2+2x+y^2+2y-2=0$ 的上两点，若 $|AB|=2\sqrt{3}$，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|$ 的范围为__________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2, AA_1=4$，点 D 是 AB 的中点.



（1）求正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的表面积；

（2）求三棱锥 B_1-A_1DC 的体积.

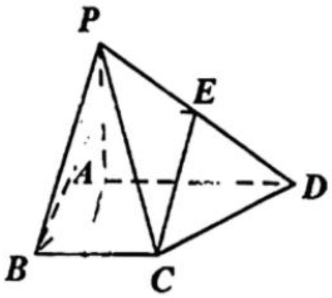
18. 已知圆 O 的圆心为原点，斜率为 1 且过点 $M\left(\sqrt{2}, 3\sqrt{2}\right)$ 的直线与圆相切

（1）求圆 O 的方程；

（2）过 M 的直线 l 交圆 O 于 A 、B，若 $\triangle OAB$ 面积为 2，求直线 l 方程.

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD, AD\parallel BC, AD=2BC=2AB=4, PA=2$，且

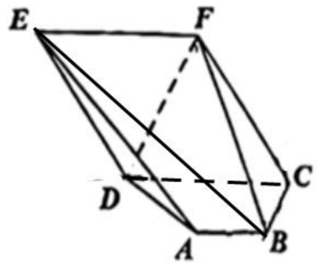
$\angle ABC=60^{\circ}$，点 E 为棱 PD 上一点（不与 P,D 重合），平面 BCE 交棱 PA 于点 F .



（1）求证：$BC\parallel EF$ ：

（2）若 E 为 PD 中点，求平面 ACE 与平面 PAD 夹角的余弦值.

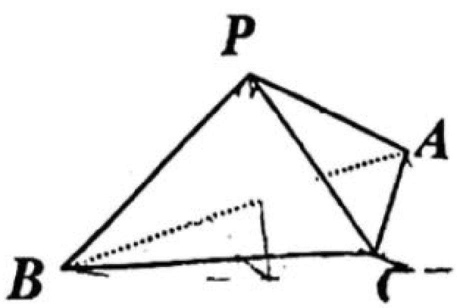
20. 如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，平面 $ABCD\perp$ 平面 $CDEF$ ，四边形 $CDEF$ 为菱形，$\angle DCF=\dfrac{\pi}{3}$，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AB\parallel CD, AB\perp BC$ ，$DC=2BC=4, AB=3$ ，



（1）证明：$BE\perp DF$；

（2）在棱 FB 上是否存在点 M ，使得二面角 $M-DC-B$ 的余弦值为$\frac{1}{2}$，若存在求$\dfrac{FM}{FB}$：若不存在，请说明理由.

21. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中，平面 $PBC\perp$ 平面 $ABC, AB=2AC=2, \tan\angle PBC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$PB\perp PC$.



（1）若 $BC=AB$ ，求 PA 与平面 ABC 所成角的正切值；

（2）当二面角 $P-AB-C$ 最小时，求三棱锥 $P-ABC$ 体积.

22. 已知圆$O:x^2+y^2=9$，动点A在圆O上，点A关于x轴的对称点为点C，点C与点$D\left(\frac{9}{4},0\right)$所在直线交圆$O$于另一点$B$，直线$AB$交$x$轴于点$T$，

（1）求AD中点P的轨迹方程；

（2）若A在第二象限，求$\triangle TBC$面积的最大值.

高 2025 届高二（上）月考

数学试卷

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、班级、学校在答题卡上填写清楚.

2.每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.在试卷上作答无效.

3.考试结束后，请将答题卡交回，试卷自行保存.满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $3x+\sqrt{3}y+3=0$ 的倾斜角为（　　）

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

【答案】C

【解析】

【分析】根据直线的斜率与倾斜角的关系，得到 $\tan\alpha=-\sqrt{3}$，即可求解.

【详解】设直线的倾斜角为 α，

因为直线 $3x+\sqrt{3}y+3=0$，可得斜率 $k=-\sqrt{3}$，即 $\tan\alpha=-\sqrt{3}$

又因为 $0^{\circ}\le\alpha<180^{\circ}$，所以 $\alpha=120^{\circ}$.

故选：C.

2. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面（　　）

A. 若 $m\,//\,n,n\,//\,\alpha$，则 $m\,||\,\alpha$

B. 若 $m\perp\beta,\alpha\,//\,\beta$，则 $m\perp\alpha$

C. 若 $m\,//\,\beta,\beta\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$

D. 若 $m\perp n,n\,//\,\alpha$，则 $m\perp\alpha$

【答案】B

【解析】

【分析】由线面平行的判定，面面平行性质，线面垂直的判定可依次判断各选项.

【详解】对 A 选项，$m//n$，$n//\alpha$ 时，m 可能在平面 α 内，故 A 错误；

对 B 选项，由$\alpha // \beta$，$m \perp \beta$，结合线面垂直的判定可得 B 正确；

对 C 选项，由$m // \beta$，$\beta \perp \alpha$，则直线m可能在平面α内，可能与平面α平行，也可能与平面α相交，故 C 错误；

对 D 选项，由$m \perp n$，$n // \alpha$，则直线m可能在平面α内，可能与平面α平行，也可能与平面α相交，故 D 错误.

故选：B.

3. 过点$P(1,-1)$且垂直于$l: x-2y+1=0$的直线方程为（　　）

A. $\frac{1}{2}x+y+\frac{1}{2}=0$　　B. $-2x+y+3=0$

C. $2x-y-1=0$　　D. $2x+y-1=0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，设所求直线的方程为$2x+y+m=0$，代入点P的坐标，求得m的值，即可求解.

【详解】设过点$P(1,-1)$且垂直于$1: x-2y+1=0$的直线方程为$2x+y+m=0$，

将点$P(1,-1)$代入，可得$2-1+m=0$，解得$m=-1$，

所以所求直线方程为$2x+y-1=0$.

故选：D.

4. 已知直线$l_1: x+2my-1=0$与$l_2:(3m-1)x-my+9m-1=0$平行，则实数$m=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{6}$　　C. 0 或$\frac{1}{6}$　　D. 0 或$-\frac{1}{6}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据两直线平行要求，若直线$A_1x+B_1y+C_1=0$与$A_2x+B_2y+C_2=0$平行,则满足

$A_1B_2-A_2B_1=0$且$A_1C_2 \neq A_2C_1$计算即可.

【详解】因为直线$l_1: x+2my-1=0$与$l_2:(3m-1)x-my+9m-1=0$平行，

所以$1\times(-m)-2m\cdot(3m-1)=0$，解得$m=0$或$m=\frac{1}{6}$，

经检验$m=\frac{1}{6}$时两直线重合.

故选：A

5. 已知圆 C 经过 $A(1,0),B(2,-1)$ 两点，且圆心 C 在直线 $x+y=0$ 上，则过点 $D\left(1,-\frac{1}{2}\right)$ 的直线与圆 C 相交所截最短弦长为（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】设圆心为 $(a,-a)$，半径为 r，代点求得圆方程，当直线与 CD 垂直时，弦长最短.

【详解】设圆 C 的圆心为 $(a,-a)$，半径为 r，

代入 $A(1,0),B(2,-1)$ 两点有 $(a-1)^2+a^2=r^2,(a-2)^2+(-a+1)^2=r^2$，

解得圆 $C:(x-1)^2+(y+1)^2=1$，

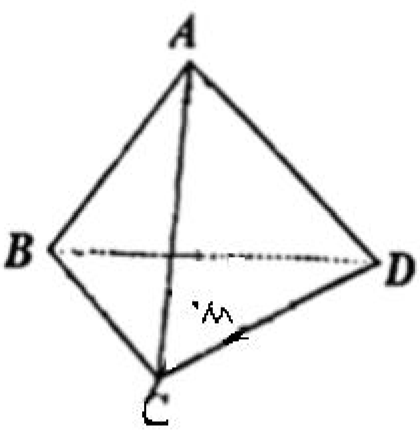
圆心 $C(-1,1)$，设圆心到直线的距离为 d，

$|CD|=\sqrt{(1-1)^2+(-1-(-\frac{1}{2}))^2}=\frac{1}{2}$，

则弦长为 $2\sqrt{r^2-d^2}\geq 2\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\sqrt{3}$，当直线与 CD 垂直时，弦长最短为 $\sqrt{3}$.

故选：B.

6. 如图，在四面体 $ABCD$ 中，$AB=AC=AD=2$，$\angle BAC=\angle BAD=60^{\circ}$，$\angle CAD=90^{\circ}$，点 M 为 $\triangle BCD$ 的重心，则 AM 的长是（　　）



A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{8}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】计算得出$3\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$，再利用空间向量数量积的运算性质可求得$AM$的长.

【详解】因为M为$\triangle BCD$的重心，则$\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\vec{0}$，

即$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AM}=\vec{0}$，所以，$3\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$，

所以，$9\overrightarrow{AM}^2=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{AD}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

$=2^2\times3+2\times2\times2\times\cos60^\circ\times2+0=20$，故$\left|\overrightarrow{AM}\right|=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.

故选：C.

7. 已知A,B是圆C：$x^2-2x+y^2-6y=0$上两点，若存在$M\left(5,t\right)$满足$MA\perp MB$，则实数t的取值范围是（　　）

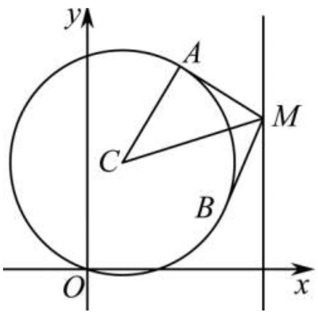
A. $[1,3]$　　B. $[1,5]$　　C. $[3,5]$　　D. $[3,6]$

【答案】B

【解析】

【分析】利用题设条件，分析$MA\perp MB$且与圆C交于A,B的临界情况，由点M在临界点之间移动的变化情况运算即可得解.

【详解】圆C：$x^2-2x+y^2-6y=0$可化为$\left(x-1\right)^2+\left(y-3\right)^2=10$，则其半径为$\sqrt{10}$，$C\left(1,3\right)$，



如上图，对于直线$x=5$上任意一点$M\left(5,t\right)$，

当AM,BM均为圆的切线时$\angle AMB$最大，

由题意，$MA\perp MB$即$\angle AMB=90^\circ$时，此时M为满足题设条件的临界点，

此时有$\dfrac{|AC|}{|CM|}=\sin\angle AMC\geq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

当 M 在临界点之间移动时，有 $\frac{|AC|}{|CM|} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{(5-1)^2+(t-3)^2}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$，

即有：$(t-3)^2 \leq 4$，解得：$1 \leq t \leq 5$.

故选：B.

8. 正四棱锥 $P-ABCD$ 的底面边长为 $4\sqrt{2}$，$PA=4\sqrt{5}$ 则平面 PCD 截四棱锥 $P-ABCD$ 外接球所得截面的面积为（　　）.

A. $\frac{100\pi}{9}$　　B. $\frac{50\pi}{3}$　　C. $\frac{200\pi}{9}$　　D. $\frac{100\pi}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用直角三角形求出外接圆的半径，设 CD 中点为 F，连接 PF，过 O 作 $OQ \perp PF$，则 OQ 即为点 O 到平面 PCD 的距离，根据相似即可求出 PQ，得到外接球所得截面的面积.

【详解】设正方形 $ABCD$ 边长为 $a=4\sqrt{2}$，底面中心为 E, CD 中点为 F，

连接 PE, EF, PF, CE，如图所示，

由题意得 $PE=8$，且正四棱锥的外接球球心 O，

设外接球半径为 R，则 $OP=OA=OB=OC=OD=R$，

在 Rt△OEC 中，$OC^2=OE^2+EC^2$，且 $EC=4$，

所以 $R^2=16+(8-R)^2$，解得 $R=5$，即 $OP=5$，

在 RT ！PEF 中，$PF=\sqrt{PE^2+EF^2}=\sqrt{8^2+(2\sqrt{2})^2}=6\sqrt{2}$，

过 O 作 $OQ \perp PF$，则 OQ 即为点 O 到平面 PCD 的距离，且 Q 为平面 PCD 截其外接球所得截面圆的圆心，

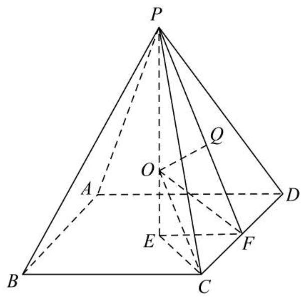
所以 $\triangle PEF \sim \triangle PQO$，

则 $\frac{PQ}{PE}=\frac{OP}{PF}=\frac{5}{6\sqrt{2}}$，

所以 $PQ=\frac{10\sqrt{2}}{3}$，

所以截面的面积 $S=\pi PQ^2=\frac{200\pi}{9}$.

故选：C



【点睛】关键点点睛：本题关键在于求出外接圆半径以及找到点 O 到平面 PCD 的距离.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知点 P 在圆 $C: x^2-6x+y^2-6y+14=0$ 上，直线 $AB: x+y-2=0$，则（　　）

A. 直线 AB 与圆 C 相交

B. 直线 AB 与圆 C 相离

C. 点 P 到直线 AB 距离大于 $\frac{1}{2}$

D. 点 P 到直线 AB 距离小于 5

【答案】BCD

【解析】

【分析】求出圆心到直线的距离，即可判断 A、B，结合图形知圆上点到直线距离的最值为圆心到直线的距离加减半径.

【详解】解：由 $C:(x-3)^2+(y-3)^2=4$ 知，圆心为 $C\left(3,3\right)$，半径 $r=2$，

直线 $AB: x+y-2=0$，则圆心到直线距离 $d=\frac{|3+3-2|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}>r=2$.

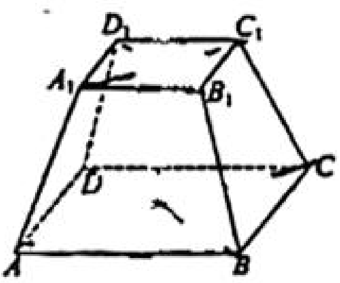
所以直线 AB 与圆 C 相离，故 A 错 B 对；

由圆心到直线的距离知，圆上点到直线距离的最大值为 $2\sqrt{2}+r=2+2\sqrt{2}$，

最小值为 $2\sqrt{2}-r=2\sqrt{2}-2$，故 CD 正确.

故选：BCD

10. 正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 2，下底面 $ABCD$ 的边长为 4，棱台高为 $\sqrt{3}$，则下列结论正确的是（　　）



A. 该四棱台的体积为$\frac{28\sqrt{3}}{3}$

B. 该四棱台的侧棱长为 2

C. $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

D. 几何体$C_1D_1D-B_1A_1A$ 是三棱柱

【答案】AC

【解析】

【分析】对于 A，利用棱台体积公式即可；对于 B，在直角梯形AOO_1A_1中即可求解；对于 C，

$\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$；对于 D，根据三棱柱的上下底面平行进行判断.

【详解】解：在正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$A_1B_1=2, AB=4$，令上

下底面中心分别为O_1, O，连接A_1O_1, O_1O, AO，如图，对于 A，

$V_{A_1B_1C_1D_1-ABCD}=\frac{1}{3}\left(2^2+2\times 4+4^2\right)\times\sqrt{3}=\frac{28\sqrt{3}}{3}$，A 正确；

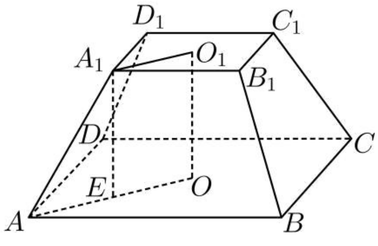
对于 B, $OO_1\perp$平面$ABCD$，在直角梯形AOO_1A_1中，$AO=2\sqrt{2}, A_1O_1=\sqrt{2}, OO_1=\sqrt{3}$，取$AO$中点$E$，

连接A_1E，有$A_1E\,/\!/\,OO_1, A_1E\perp AO$，则$A_1E=OO_1=\sqrt{3}$，$AA_1=\sqrt{AE^2+A_1E^2}=\sqrt{5}$，B 错；

对于 C，$\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$，C 正确；

对于 D，几何体$C_1D_1D-B_1A_1A$ 中，没在任何两个平面平行，选项 D 错误.

故选：AC



11. 已知圆 C：$x^2+y^2=4$ 则（　　）

A. 圆 C 与直线 $mx+y-m-1=0$ 必有两个交点

B. 圆 C 上存在 4 个点到直线 $l:x-y+\sqrt{2}=0$ 的距离都等于 1

C. 圆 C 与圆 $x^2+y^2-6x-8y+m=0$ 恰有三条公切线，则 $m=16$，

D. 动点 P 在直线 $x+2y-4=0$ 上，过点 P 向圆 C 引两条切线，A、B 为切点，直线 AB 经过定点 $(1,2)$

【答案】ACD

【解析】

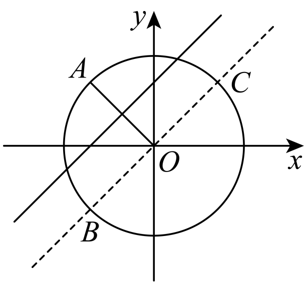
【分析】对选项 A，直线过定点 $(1,1)$，定点在圆内，故 A 正确，对选项 B，圆心到直线 $l:x-y+\sqrt{2}=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1=\frac{1}{2}r$，即可得到只有三个点满足，故 B 错误，对选项 C，根据；两圆外切即可判断 C 正确，对选项 D，设点 $P(m,n)$，根据题意得到 AB 两点在以 OP 为直径的圆上，AB 所在直线方程为 $mx+ny=4$，再求定点即可判断 D 正确.

【详解】对于 A，直线 $mx+y-m-1=0$，$m(x-1)+(y-1)=0$，直线过定点 $(1,1)$，

$1^2+1^2<4$，定点在圆内，故 A 正确；

对于 B，圆 $x^2+y^2=4$ 的圆心到直线 $l:x-y+\sqrt{2}=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$，

如图所示：



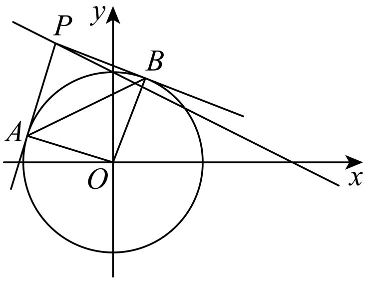
所以只有三个点满足，故 B 错误.

对于 C，圆 $x^2+y^2-6x-8y+m=0$ 化简得到 $(x-3)^2+(y-4)^2=25-m$，

因为两圆有三条公切线，所以两圆外切，故 $\sqrt{(0-3)^2+(0-4)^2}=\sqrt{25-m}+2$，

解得 $m=16$，故 C 正确.

对于 D，设点 $P(m,n)$，如图所示：



因为 A,B 为切点，所以 $OA \perp PA, OB \perp PB$，连接 OP，根

据圆周角与圆直径关系可知，AB 两点在以 OP 为直径的圆上，

以 OP 为直径的圆的方程为 $x^2+y^2-mx-ny=0$，和 $x^2+y^2=4$ 相减可得，

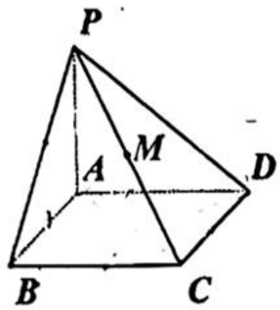
两圆公共弦 AB 所在直线方程为 $mx+ny=4$，

联立方程 $\begin{cases} mx+ny=4 \\ \dfrac{m}{4}+\dfrac{n}{2}=1 \end{cases}$，得 $4(x-1)+n(y-2x)=0$，

令 $x=1$，则 $y=2$，即直线 AB 经过定点 $(1,2)$，故 D 正确.

故选：ACD

12. 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形，PA 与底面垂直，$PA=2, AB=1$，动点 M 在线段 PC 上，则（　　）



A. 存在点 M，使得 $AC \perp BM$

B. $MA+MB$ 的最小值为 6

C. M 到直线 AB 距离最小值为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 三棱锥 $A-MBC$ 与 $A-MDP$ 体积之和为 $\dfrac{1}{3}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】当 M 在 PC 中点时，由线面垂直的判定定理，证得 $AC \perp$ 平面 BDM，得到 $AC \perp BM$，可判定 A 正确；将 $\triangle$PBC 和 $\triangle PAC$ 所在的平面，沿着 PC 展在一个平面上，在 $\triangle ABC$ 中，利用余弦定理得求得 AB，可判定 B 错误；把 M 到直线 AB 距离最小值即为异面直线 PC 与 AB 的距离，再转化为点 A 到平面 PCD 的