2023年高考数学模拟试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的右焦点为 F，过原点 O 作斜率为 $\frac{4}{3}$ 的直线交 C 的右支于点 A，若 $|OA|=|OF|$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．2　　D．$\sqrt{3}+1$

2．已知奇函数 $f\left(x\right)$ 是 R 上的减函数，若 m,n 满足不等式组 $\begin{cases} f(m)+f(n-2)\ge 0 \\ f(m-n-1)\ge 0 \\ f(m)\le 0 \end{cases}$，则 $2m-n$ 的最小值为（　　）

A．-4　　B．-2　　C．0　　D．4

3．四人并排坐在连号的四个座位上，其中 A 与 B 不相邻的所有不同的坐法种数是（　　）

A．12　　B．16　　C．20　　D．8

4．设数列 $\left\{a_n\right\}$ 是等差数列，$a_1+a_3+a_5=6$，$a_7=6$.则这个数列的前7项和等于（　　）

A．12　　B．21　　C．24　　D．36

5．$a^2+b^2=1$ 是 $a\sin\theta+b\cos\theta\le 1$ 恒成立的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．要得到函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图象（　　）

A．向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位　　B．向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

C．向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位　　D．向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

7．小明有3本作业本，小波有4本作业本，将这7本作业本混放在-起，小明从中任取两本.则他取到的均是自己的作业本的概率为(　　)

A．$\frac{1}{7}$　　B．$\frac{2}{7}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{18}{35}$

8．若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的渐近线与圆$\left(x-2\right)^2+y^2=1$相切，则双曲线的离心率为(　　)

A．2　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

9．已知函数$f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为$\pi$，且满足$f\left(x+\varphi\right)=f\left(\varphi-x\right)$，则要得到函数$f\left(x\right)$的图像，可将函数$g\left(x\right)=\sin\omega x$的图像（　　）

A．向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度　　B．向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度

C．向左平移$\frac{5\pi}{12}$个单位长度　　D．向右平移$\frac{5\pi}{12}$个单位长度

10．已知圆C_1：$(x-1)^2+(y+1)^2=1$，圆C_2：$(x-4)^2+(y-5)^2=9$，点M、N分别是圆C_1、圆C_2上的动点，P为x轴上的动点，则$\left|PN\right|-\left|PM\right|$的最大值是（ ）

A．$2\sqrt{5}+4$　　B．9　　C．7　　D．$2\sqrt{5}+2$

11．已知函数$f\left(x\right)=x\left(x-ln\frac{x^2}{a}\right)$，关于 ***x*** 的方程 ***f***（***x***）＝***a*** 存在四个不同实数根，则实数 ***a*** 的取值范围是（　　）

A．（0，1）∪（1，*e*）　　B．$\left(0,\frac{1}{e}\right)$

C．$\left(\frac{1}{e},1\right)$　　D．（0，1）

12．由实数组成的等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若复数z满足$2z+\bar{z}=3+i$，其中 i 是虚数单位，$\bar{z}$是z的共轭复数，则$z=$________.

14．已知盒中有 2 个红球，2 个黄球，且每种颜色的两个球均按A，B编号，现从中摸出 2 个球（除颜色与编号外球没有区别），则恰好同时包含字母A，B的概率为________.

15．已知数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1=1,a_2=\frac{1}{3}$对任意$n\geq 2,n\in N^*$，若$a_n\left(a_{n-1}+2a_{n+1}\right)=3a_{n-1}a_{n+1}$，则数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式$a_n=$________.

16．$\left(a-2b\right)^{5}\left(1-c\right)$的展开式中，$a^{3}b^{2}c$的系数是______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点分别为$F_1,F_2$，直线$l:y=kx+m$与椭圆$C$相交于$P,Q$两点；当直线$l$经过椭圆$C$的下顶点$A$和右焦点$F_2$时，$\Delta F_1PQ$的周长为$4\sqrt{2}$，且$l$与椭圆$C$的另一个交点的横坐标为$\dfrac{4}{3}$

（1）求椭圆C的方程；

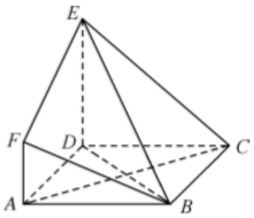
（2）点M为$\triangle POQ$内一点，O为坐标原点，满足$\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MQ}=\mathbf{0}$，若点$M$恰好在圆$O$：$x^2+y^2=\dfrac{4}{9}$上，求实数$m$的取值范围.

18．（12 分）设椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，左、右焦点分别为$F_1, F_2$，点 $\boldsymbol{D}$ 在椭圆 $\boldsymbol{C}$ 上，$\triangle DF_1F_2$ 的周长为$2\sqrt{2}+2$.

（1）求椭圆 $\boldsymbol{C}$ 的标准方程；

（2）过圆$E:x^2+y^2=\dfrac{2}{3}$上任意一点 $\boldsymbol{P}$ 作圆 $\boldsymbol{E}$ 的切线 $\boldsymbol{l}$，若 $\boldsymbol{l}$ 与椭圆 $\boldsymbol{C}$ 交于 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 两点，$\boldsymbol{O}$ 为坐标原点，求证：$\angle AOB$为定值.

19．（12 分）如图，四边形$ABCD$是边长为 3 的菱形，$DE\perp$平面$ABCD, AB\perp AD, AF//DE, DE=3AF$.



（1）求证：$AC\perp$平面BDE；

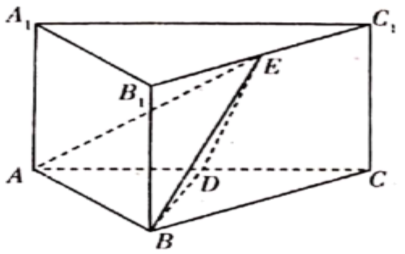
（2）若BE与平面$ABCD$所成角为$60°$，求二面角$F-BE-D$的正弦值.

20．（12 分）已知$a,b,c\in R^{*}$，$a+b+c=1$，求证：

（1）$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\le\sqrt{3}$；

（2）$\dfrac{1}{3a+1}+\dfrac{1}{3b+1}+\dfrac{1}{3c+1}\ge\dfrac{3}{2}$.

21．（12 分）如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=BC=AA_1=1$，$AC=\sqrt{3}$，点D，E分别为AC和B_1C_1的中点.



（Ⅰ）棱 AA_1 上是否存在点 P 使得平面 $PBD \perp$ 平面 ABE？若存在，写出 PA 的长并证明你的结论；若不存在，请说明理由.

（Ⅱ）求二面角 $A-BE-D$ 的余弦值.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=\ln x-x^2+ax(a\in \mathbf{R})$.

（1）若 $f(x)\le 0$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（2）设函数 $f(x)$ 的极值点为 x_0，当 a 变化时，点 $(x_0, f(x_0))$ 构成曲线 M，证明：过原点的任意直线 $y=kx$ 与曲线 M 有且仅有一个公共点.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

以 O 为圆心，以 $|OF|$ 为半径的圆的方程为 $x^2+y^2=c^2$，联立 $\begin{cases} x^2+y^2=c^2 \\ \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$，可求出点 $A\left(\dfrac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}, \dfrac{b^2}{c}\right)$，则

$\dfrac{\dfrac{b^2}{c}}{\dfrac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}}=\dfrac{4}{3}$，整理计算可得离心率.

【详解】

解：以 O 为圆心，以 $|OF|$ 为半径的圆的方程为 $x^2+y^2=c^2$，

联立$\begin{cases}x^2+y^2=c^2\\ \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，取第一象限的解得$\begin{cases}x=\dfrac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}\\ y=\dfrac{b^2}{c}\end{cases}$，

即$A\left(\dfrac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c},\dfrac{b^2}{c}\right)$，则$\dfrac{\frac{b^2}{c}}{\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}}=\dfrac{4}{3}$，

整理得$\left(9c^2-5a^2\right)\left(c^2-5a^2\right)=0$，

则$\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{5}{9}<1$（舍去），$\dfrac{c^2}{a^2}=5$，

$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{5}$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求解，考查学生的计算能力，是中档题.

2、**B**

【解析】

根据函数的奇偶性和单调性得到可行域，画出可行域和目标函数，根据目标函数的几何意义平移得到答案.

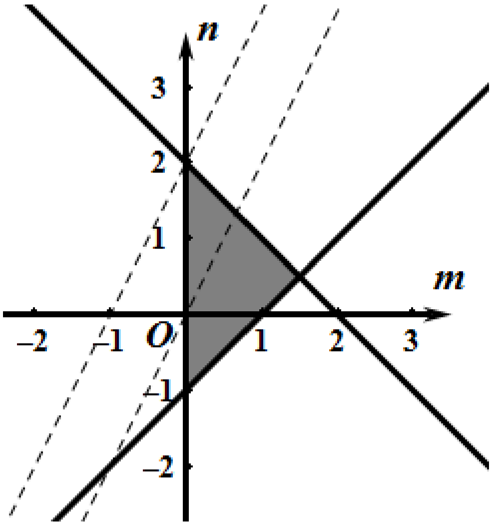
【详解】

奇函数$f\left(x\right)$是R上的减函数，则$f\left(0\right)=0$，且$\begin{cases}m\le 2-n\\ m-n-1\le 0\\ m\ge 0\end{cases}$，画出可行域和目标函数，

$z=2m-n$，即$n=2m-z$，z表示直线与y轴截距的相反数，

根据平移得到：当直线过点$\left(0,2\right)$，即$m=0.n=2$时，$z=2m-n$有最小值为-2.

故选：B.



【点睛】

本题考查了函数的单调性和奇偶性，线性规划问题，意在考查学生的综合应用能力，画出图像是解题的关键.

3、A

【解析】

先将除 *A*，*B* 以外的两人先排，再将 *A*，*B* 在 3 个空位置里进行插空，再相乘得答案.

【详解】

先将除 *A*，*B* 以外的两人先排，有 $A_2^2=2$ 种；再将 *A*，*B* 在 3 个空位置里进行插空，有 $A_3^2=3\times2=6$ 种，所以共有 $2\times6=12$ 种.

故选：A

【点睛】

本题考查排列中不相邻问题，常用插空法，属于基础题.

4、B

【解析】

根据等差数列的性质可得 a_3，由等差数列求和公式可得结果.

【详解】

因为数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1+a_3+a_5=6$，

所以 $3a_3=6$，即 $a_3=2$，

又 $a_7=6$，

所以 $d=\dfrac{a_7-a_3}{7-3}=1$，$a_1=a_3-2d=0$，

故 $S_7=\dfrac{7(a_1+a_7)}{2}=21$

故选：***B***

【点睛】

本题主要考查了等差数列的通项公式，性质，等差数列的和，属于中档题.

5、A

【解析】

设$\begin{cases}a=\cos\alpha\\b=\sin\alpha\end{cases}\Rightarrow a\sin\theta+b\cos\theta=\sin\theta\cos\alpha+\cos\theta\sin\alpha=\sin(\theta+\alpha)\le 1$ 成立；反之，$a=b=0$满足

$a\sin\theta+b\cos\theta\le 1$，但$a^2+b^2\ne 1$，故选 A.

6、D

【解析】

直接根据三角函数的图象平移规则得出正确的结论即可；

【详解】

解：函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]$，

$\therefore$要得到函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象，

只需将函数$y=\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位.

故选：D.

【点睛】

本题考查三角函数图象平移的应用问题，属于基础题.

7、A

【解析】

利用$P=\frac{n_A}{n}$计算即可，其中n_A表示事件 ***A*** 所包含的基本事件个数，n为基本事件总数.

【详解】

从 7 本作业本中任取两本共有C_7^2种不同的结果，其中，小明取到的均是自己的作业本有C_3^2种不同结果，

由古典概型的概率计算公式，小明取到的均是自己的作业本的概率为$\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{1}{7}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查古典概型的概率计算问题，考查学生的基本运算能力，是一道基础题.

8、**C**

【解析】

利用圆心$(2,0)$到渐近线的距离等于半径即可建立a,b,c间的关系.

【详解】

由已知，双曲线的渐近线方程为$bx\pm ay=0$，故圆心$(2,0)$到渐近线的距离等于1，即$\dfrac{|2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$，

所以$a^2=3b^2$，$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=\sqrt{1+\dfrac{1}{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求法，求双曲线离心率问题，关键是建立a,b,c三者间的方程或不等关系，本题是一道基础题.

9、**C**

【解析】

依题意可得$\omega=2$，且$x=\varphi$是$f(x)$的一条对称轴，即可求出φ的值，再根据三角函数的平移规则计算可得；

【详解】

解：由已知得$\omega=2$，$x=\varphi$是$f(x)$的一条对称轴，且使$f(x)$取得最值，则$3\varphi=k\pi$，$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，

$f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\left[2\left(x+\dfrac{5\pi}{12}\right)-\dfrac{\pi}{2}\right]$，$g(x)=\sin 2x=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)$，

故选：C.

【点睛】

本题考查三角函数的性质以及三角函数的变换规则，属于基础题.

10、**B**

【解析】

试题分析: 圆C_1:$(x-1)^2+(y+1)^2=1$的圆心$E(1,-1)$，半径为1，圆C_2:$(x-4)^2+(y-5)^2=9$的圆心$F(4,5)$，半径是3．要使$|PN|-|PM|$最大，需$|PN|$最大，且$|PM|$最小，$|PN|$最大值为$|PF|+3$,$|PM|$的最小值为$|PE|-1$，故$|PN|-|PM|$最大值是$(|PF|+3)-(|PE|-1)=|PF|-|PE|+4$；$F(4,5)$关于$x$轴的对称点$F'(4,-5)$，

$|PF|-|PE|=|PF'|-|PE|\le|EF'|=\sqrt{(4-1)^2+(-5+1)^2}=5$，故$|PF|-|PE|+4$的最大值为$5+4=9$，故选**B**.

考点：圆与圆的位置关系及其判定.

【思路点睛】先根据两圆的方程求出圆心和半径，要使$|PN||-|PM|$最大，需$|PN|$最大，且$|PM|$最小，$|PN|$最大值为$|PF|+3,|PM|$的最小值为$|PE|-1$，故$|PN|-|PM|$最大值是$(|PF|+3)-(|PE|-1)=|PF|-|PE|+4$，再利用对称性，求出所求式子的最大值.

11、D

【解析】

原问题转化为$\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$有四个不同的实根，换元处理令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，对$g(t)=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$进行零点个数讨论.

【详解】

由题意，$a>2$，令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，

则$f(x)=a\Leftrightarrow x\left(x-ln\frac{x^2}{a}\right)=a\Leftrightarrow\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$

$\Leftrightarrow t^2-\frac{1}{\sqrt{a}}tlnt^2=1\Leftrightarrow lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)=0$.

记$g(t)=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$.

当$t<2$时，$g(t)=2ln(-t)-\sqrt{a}\ (t-\frac{1}{t})$单调递减，且$g(-2)=2$，

又$g(2)=2$，∴只需$g(t)=2$在$(2,+\infty)$上有两个不等于2的不等根.

则$lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{a}=\frac{2tlnt}{t^2-1}$，

记$h(t)=\frac{2tlnt}{t^2-1}$（$t>2$且$t\neq2$），

则$h'(t)=\frac{(2lnt+2)(t^2-1)-4t^2lnt}{(t^2-1)^2}=\frac{2(t^2+1)\left(\frac{t^2-1}{t^2+1}-lnt\right)}{(t^2-1)^2}$.

令$\varphi(t)=\frac{t^2-1}{t^2+1}-lnt$，则$\varphi'(t)=\frac{2t(t^2+1)-2t(t^2-1)}{(t^2+1)^2}-\frac{1}{t}=-\frac{(t^2-1)^2}{t(t^2+1)^2}<2$.

∵$\varphi(2)=2$，∴$\varphi(t)=\frac{t^2-1}{t^2+1}-lnt$在$(2,2)$大于2，在$(2,+\infty)$上小于2.

∴$h'(t)$在$(2,2)$上大于2，在$(2,+\infty)$上小于2，