2023年高考数学模拟试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图，这是某校高三年级甲、乙两班在上学期的5次数学测试的班级平均分的茎叶图，则下列说法不正确的是（　　）

甲班		乙班
7	9	5　8
7　3　1	10	1　3
2	11	3

A．甲班的数学成绩平均分的平均水平高于乙班

B．甲班的数学成绩的平均分比乙班稳定

C．甲班的数学成绩平均分的中位数高于乙班

D．甲、乙两班这5次数学测试的总平均分是103

2．为得到函数$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图像，只需将函数$y=\sin 2x$的图像（ ）

A．向右平移$\frac{5\pi}{6}$个长度单位　　B．向右平移$\frac{5\pi}{12}$个长度单位

C．向左平移$\frac{5\pi}{6}$个长度单位　　D．向左平移$\frac{5\pi}{12}$个长度单位

3．一只蚂蚁在边长为4的正三角形区域内随机爬行，则在离三个顶点距离都大于2的区域内的概率为(　　)

A．$1-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　B．$\frac{3}{4}$　C．$\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　D．$\frac{1}{4}$

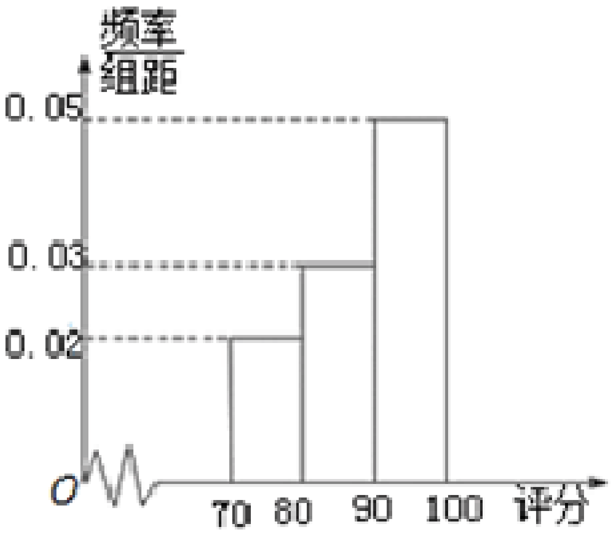
4．已知A，B是函数$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+x+a, x\le 0\\ x\ln x-a, x>0\end{cases}$图像上不同的两点，若曲线$y=f\left(x\right)$在点$A$，$B$处的切线重合，则实数$a$的最小值是（　　）

A．-1　B．$-\frac{1}{2}$　C．$\frac{1}{2}$　D．1

5．某歌手大赛进行电视直播，比赛现场有6名特约嘉宾给每位参赛选手评分，场内外的观众可以通过网络平台给每位参赛选手评分.某选手参加比赛后，现场嘉宾的评分情况如下表，场内外共有数万名观众参与了评分，组织方将观众评分按照$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$分组，绘成频率分布直方图如下：

嘉宾	A	B	C	D	E	F

评分	96	95	96	89	97	98



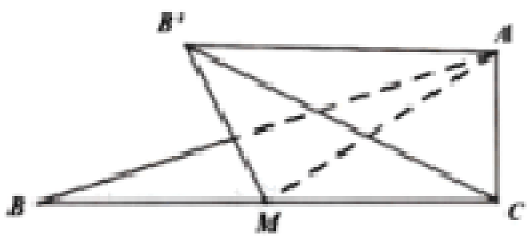
嘉宾评分的平均数为$\overline{x}_1$，场内外的观众评分的平均数为$\overline{x}_2$，所有嘉宾与场内外的观众评分的平均数为$\overline{x}$，则下列选项正确的是（　　）

A．$\overline{x}=\frac{\overline{x}_1+\overline{x}_2}{2}$　B．$\overline{x}>\frac{\overline{x}_1+\overline{x}_2}{2}$　C．$\overline{x}<\frac{\overline{x}_1+\overline{x}_2}{2}$　D．$\overline{x}_1>\overline{x}_2>\overline{x}>\frac{\overline{x}_1+\overline{x}_2}{2}$

6．已知函数$f(x)=\begin{cases}2x+1, x\le 0\\ |\ln x|, x>0\end{cases}$,则方程$f\left[f(x)\right]=3$的实数根的个数是（　　）

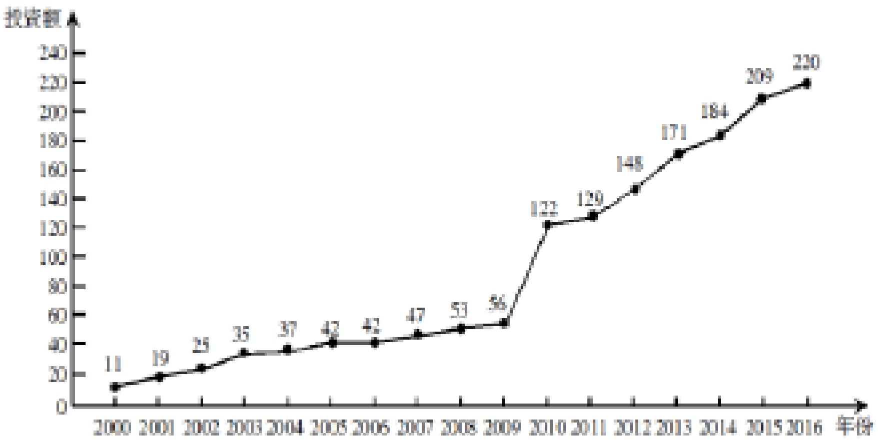
A．6　B．3　C．4　D．5

7．如图，在$\triangle ABC$中，点 M 是边BC的中点，将$\triangle ABM$沿着 AM 翻折成$\triangle AB'M$，且点B'不在平面AMC内，点P是线段$B'C$上一点.若二面角$P-AM-B'$与二面角$P-AM-C$的平面角相等，则直线AP经过$\triangle AB'C$的（　　）



A．重心 B．垂心 C．内心 D．外心

8．如图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额y（单位：亿元）的折线图. 则下列结论中表述不正确的是(　　)



A．从 2000 年至 2016 年，该地区环境基础设施投资额逐年增加；

B．2011 年该地区环境基础设施的投资额比 2000 年至 2004 年的投资总额还多；

C．2012 年该地区基础设施的投资额比 2004 年的投资额翻了两番 ；

D．为了预测该地区2019年的环境基础设施投资额，根据2010年至2016年的数据（时间变量t的值依次为$1,2,\ \ ,7$）建立了投资额y与时间变量t的线性回归模型$\hat{y}=99+17.5t$，根据该模型预测该地区2019的环境基础设施投资额为256.5亿元.

9．已知三点A(1,0)，B(0，$\sqrt{3}$)，C(2，$\sqrt{3}$)，则△ABC外接圆的圆心到原点的距离为(　　)

A．$\frac{5}{3}$　B．$\frac{\sqrt{21}}{3}$

C．$\frac{2\sqrt{5}}{3}$　D．$\frac{4}{3}$

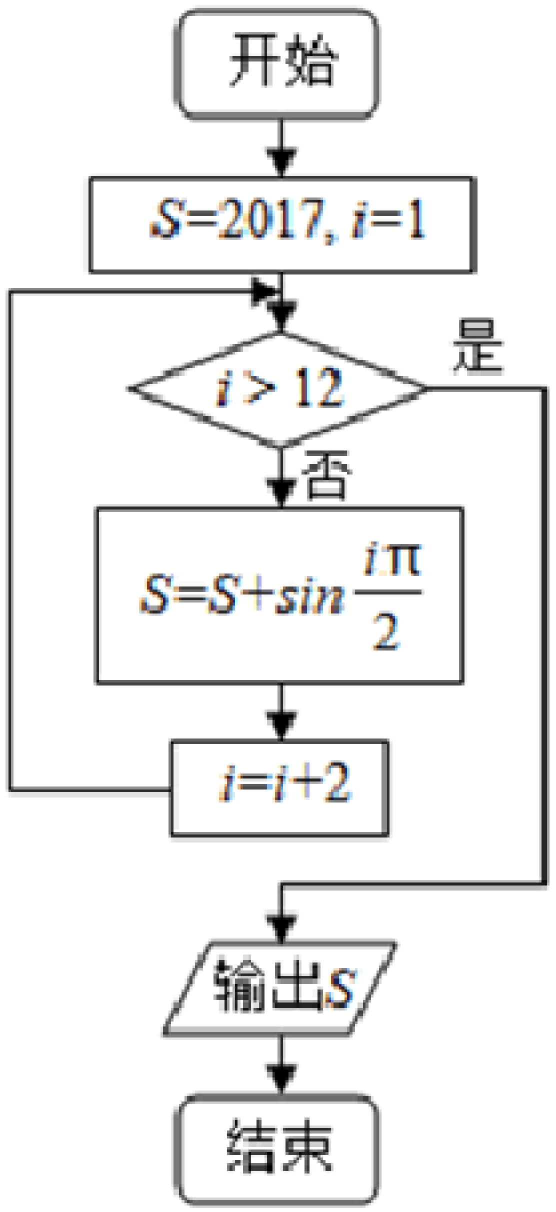
10．函数$f(x)=2\cos^2 x+(\sin x+\cos x)^2-2$的一个单调递增区间是（　　）

A．$\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$　B．$\left[-\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{8}\right]$　C．$\left[\frac{\pi}{8},\frac{5\pi}{8}\right]$　D．$\left[\frac{5\pi}{8},\frac{9\pi}{8}\right]$

11．已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=n^2\sin\left(\frac{2n+1}{2}\pi\right)$，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12}=$（　　）

A．0　B．55　C．66　D．78

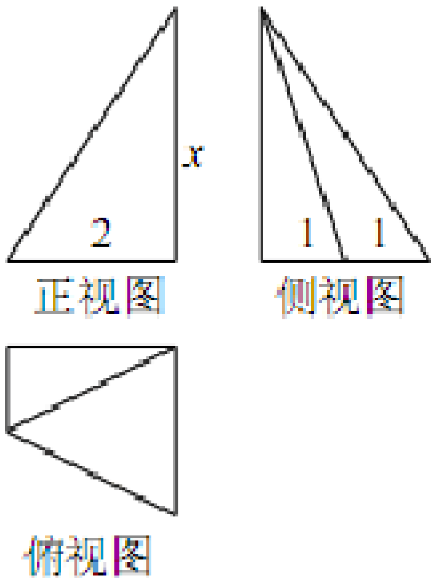
12．运行如图程序，则输出的S的值为（　　）



A．0　B．1　C．2018 D．2017

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．某几何体的三视图如图所示，且该几何体的体积是3，则正视图的x的值__________.



14．设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $2S_n = 5a_n - 7$ ，则 $a_n =$ ____

15．已知向量 $\vec{a}=(m,4),\vec{b}=(3,-2)$ ，且 $\vec{a}//\vec{b}$ ，则 $m=$ __________.

16．已知 x ， y 满足约束条件 $\begin{cases} x\geq 0 \\ x+y\geq 1 \\ 2x+y\leq 2 \end{cases}$ ，则 $z=3x+2y$ 的最小值为______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=(x-1)^2+ax-a\ln x$

（I）若 $a\geq -2$ 讨论 $f(x)$ 的单调性；

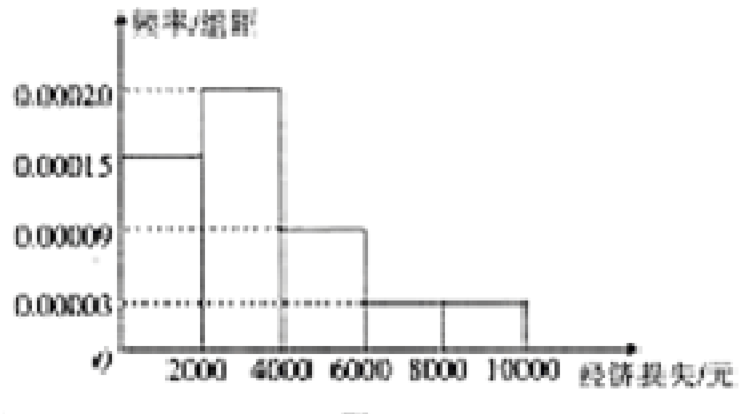
（II）若 $a>0$，且对于函数 $f(x)$ 的图象上两点 $P_1(x_1,f(x_1)),P_2(x_2,f(x_2))(x_1<x_2)$ ，存在 $x_0\in(x_1,x_2)$ ，使得函数 $f(x)$ 的图象在 $x=x_0$ 处的切线 $l//P_1P_2$.求证： $x_0<\frac{x_1+x_2}{2}$.

18．（12 分）已知函数 $f(x)=xe^x$ ， $g(x)=\frac{\ln x}{x}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）当 $x>0$ 时，求证： $f(x)>g(x)$.

19．（12 分）2018 年 9 月，台风“山竹”在我国多个省市登陆，造成直接经济损失达 52 亿元.某青年志愿者组织调查了某地区的 50 个农户在该次台风中造成的直接经济损失，将收集的数据分成五组：$[0,2000]$ ，$(2000,4000]$ ，$(4000,6000]$ ，$(6000,8000]$ ，$(8000,10000]$ （单位：元），得到如图所示的频率分布直方图.



（1）试根据频率分布直方图估计该地区每个农户的平均损失（同一组中的数据用该组区间的中点值代表）；

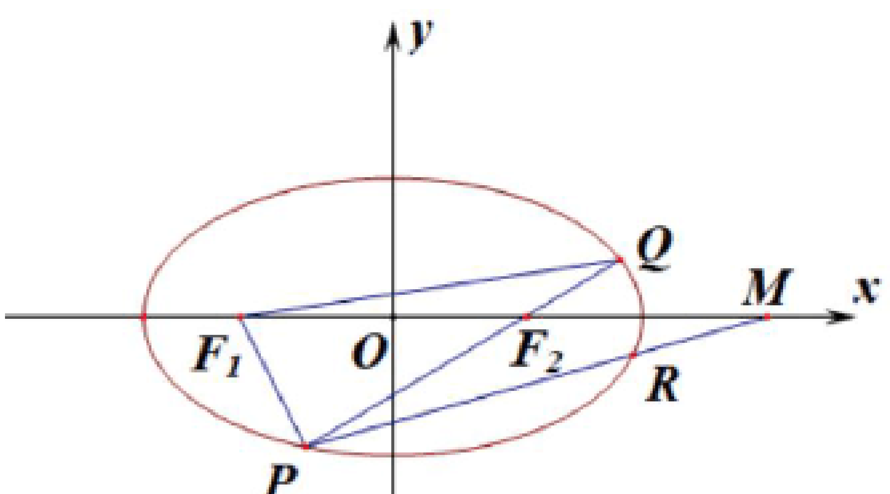
（2）台风后该青年志愿者与当地政府向社会发出倡议，为该地区的农户捐款帮扶，现从这 50 户并且损失超过 4000 元的农户中随机抽取 2 户进行重点帮扶，设抽出损失超过 8000 元的农户数为 X ，求 X 的分布列和数学期望.

20.（12 分）一年之计在于春，一日之计在于晨，春天是播种的季节，是希望的开端．某种植户对一块地的 $n(n\in N^*)$ 个坑进行播种，每个坑播 3 粒种子，每粒种子发芽的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，且每粒种子是否发芽相互独立．对每一个坑而言，如果至少有两粒种子发芽，则不需要进行补播种，否则要补播种.

（1）当 n 取何值时，有 3 个坑要补播种的概率最大？最大概率为多少？

（2）当 $n=4$ 时，用 X 表示要补播种的坑的个数，求 X 的分布列与数学期望.

21.（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，焦距为 4，且椭圆过点 $(2,\frac{5}{3})$ ，过点 F_2 且不平行于坐标轴的直线 l 交椭圆与 P,Q 两点，点 Q 关于 x 轴的对称点为 R，直线 PR 交 x 轴于点 M .



（1）求 $\triangle PF_1Q$ 的周长；

（2）求 $\triangle PF_1M$ 面积的最大值.

22.（10 分）高铁和航空的飞速发展不仅方便了人们的出行,更带动了我国经济的巨大发展.据统 计,在 2018 年这一年内从 A 市到 B 市乘坐高铁或飞机出行的成年人约为 50 万人次.为了 解乘客出行的满意度,现从中随机抽取 100 人次作为样本,得到下表(单位:人次):

满意度	老年人		中年人		青年人	
	乘坐高铁	乘坐飞机	乘坐高铁	乘坐飞机	乘坐高铁	乘坐飞机

10 分(满意)	12	1	20	2	20	1
5 分(一般)	2	3	6	2	4	9
0 分(不满意)	1	0	6	3	4	4

（1）在样本中任取1个,求这个出行人恰好不是青年人的概率;

（2）在 2018 年从A市到B市乘坐高铁的所有成年人中,随机选取2人次,记其中老年人出行的人次为X.以频率作为概率,求X的分布列和数学期望;

（3）如果甲将要从A市出发到B市,那么根据表格中的数据,你建议甲是乘坐高铁还是飞机？并说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

计算两班的平均值，中位数，方差得到ABC正确，两班人数不知道，所以两班的总平均分无法计算，D错误，得到答案.

【详解】

由题意可得甲班的平均分是 104，中位数是 103，方差是 26.4；

乙班的平均分是 102，中位数是 101，方差是 37.6，则 A，B，C 正确.

因为甲、乙两班的人数不知道，所以两班的总平均分无法计算，故 D 错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查了茎叶图，平均值，中位数，方差，意在考查学生的计算能力和应用能力.

2、D

【解析】

$y=\cos(2x+\frac{\pi}{3})=\sin(2x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2})=\sin(2x+\frac{5\pi}{6})=\sin 2(x+\frac{5\pi}{12})$，所以要的函数$y=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$的图象，只需将函数$y=\sin 2x$的图象向左平移$\frac{5\pi}{12}$个长度单位得到，故选 D

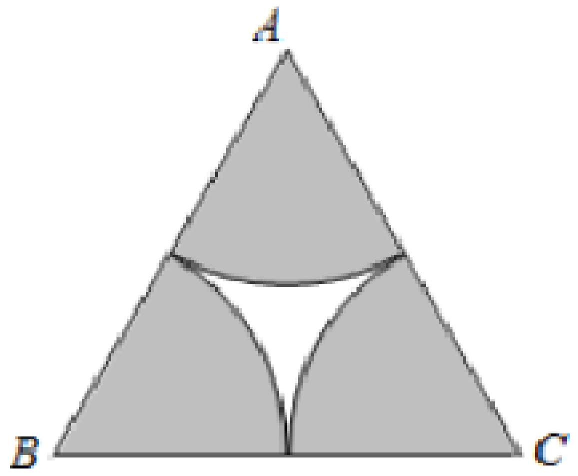
3、A

【解析】

求出满足条件的正ΔABC的面积，再求出满足条件的正ΔABC内的点到顶点A、B、C的距离均不小于2的图形的面积，然后代入几何概型的概率公式即可得到答案.

【详解】

满足条件的正ΔABC如下图所示：



其中正ΔABC的面积为$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}$，

满足到正ΔABC的顶点A、B、C的距离均不小于2的图形平面区域如图中阴影部分所示，

阴影部分区域的面积为$S=\frac{1}{2}\times\pi\times 2^2=2\pi$.

则使取到的点到三个顶点A、B、C的距离都大于2的概率是$P=1-\frac{2\pi}{4\sqrt{3}}=1-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查几何概型概率公式、三角形的面积公式、扇形的面积公式的应用，考查计算能力，属于中等题.

4、B

【解析】

先根据导数的几何意义写出$f(x)$在A,B两点处的切线方程，再利用两直线斜率相等且纵截距相等，列出关系树，从而得出$a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)$，令函数$g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)(x\le 0)$，结合导数求出最小值，即可选出正确答案.

【详解】

解：当$x\le 0$时，$f(x)=x^2+x+a$，则$f'(x)=2x+1$;当$x>0$时，$f(x)=x\ln x-a$

则$f'(x)=\ln x+1$.设$A\left(x_1,f\left(x_1\right)\right),B\left(x_2,f\left(x_2\right)\right)$为函数图像上的两点，

当$x_1<x_2<0$或$0<x_1<x_2$时，$f'\left(x_1\right)\ne f'\left(x_2\right)$，不符合题意，故$x_1<0<x_2$.

则$f(x)$在A处的切线方程为$y-\left(x_1^2+x_1+a\right)=\left(2x_1+1\right)\left(x-x_1\right)$；

$f(x)$在B处的切线方程为$y-x_2\ln x_2+a=\left(\ln x_2+1\right)\left(x-x_2\right)$.由两切线重合可知

$\begin{cases}\ln x_2+1=2x_1+1\\-x_2-a=a-x_1^2\end{cases}$，整理得$a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)\left(x_1\le 0\right)$.不妨设$g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)(x\le 0)$

则$g'(x)=x-e^{2x},g''(x)=1-2e^{2x}$，由$g''(x)=0$可得$x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$

则当 $x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$ 时，$g'(x)$ 的最大值为 $g'\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}-\frac{1}{2}<0$.

则 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，则 $a\geq g(0)=-\frac{1}{2}$.

故选:B.

【点睛】

本题考查了导数的几何意义，考查了推理论证能力，考查了函数与方程、分类与整合、转化与化归等思想方法.本题的难点是求出 a 和 x 的函数关系式.本题的易错点是计算.

5、C

【解析】

计算出 $\overline{x}_1$、$\overline{x}_2$，进而可得出结论.

【详解】

由表格中的数据可知，$\overline{x}_1=\frac{96+95+96+89+97+98}{6}\approx 95.17$，

由频率分布直方图可知，$\overline{x}_2=75\times 0.2+85\times 0.3+95\times 0.5=88$，则 $\overline{x}_1>\overline{x}_2$，

由于场外有数万名观众，所以，$\overline{x}_2<\overline{x}<\frac{\overline{x}_1+\overline{x}_2}{2}<\overline{x}_1$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平均数的大小比较，涉及平均数公式以及频率分布直方图中平均数的计算，考查计算能力，属于基础题.

6、D

【解析】

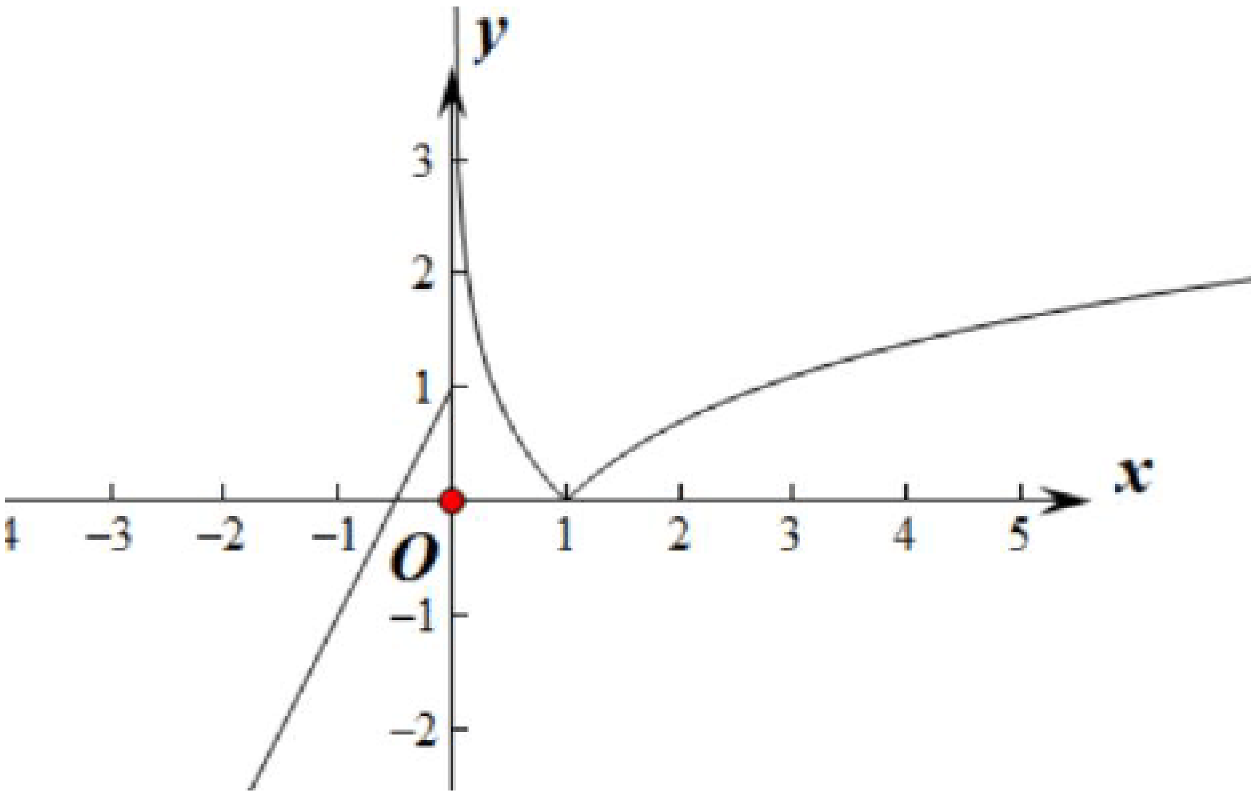
画出函数 $f(x)=\begin{cases}2x+1, x\leq 0\\ |\ln x|, x>0\end{cases}$,将方程 $f\left[f(x)\right]=3$ 看作 $t=f(x), f(t)=3$ 交点个数，运用图象判断根的个数.

【详解】

画出函数 $f(x)=\begin{cases}2x+1, x\leq 0\\ |\ln x|, x>0\end{cases}$

令 $t=f(x), \therefore f(t)=3$ 有两解 $t_1\in(0,1), t_2\in(1,+\infty)$ ，则 $t_1=f(x), f(x)=t_2$ 分别有 3 个，2 个解，故方程 $f\left[f(x)\right]=3$ 的实数根的个数是 3+2=5 个

故选：D



【点睛】
本题综合考查了函数的图象的运用，分类思想的运用，数学结合的思想判断方程的根，难度较大，属于中档题.
7、A
【解析】
根据题意P到两个平面的距离相等，根据等体积法得到$S_{\Delta PB'M}=S_{\Delta PCM}$，得到答案.
【详解】
二面角$P-AM-B'$与二面角$P-AM-C$的平面角相等，故P到两个平面的距离相等.

故$V_{P-AB'M}=V_{P-ACM}$，即$V_{A-PB'M}=V_{A-PCM}$，两三棱锥高相等，故$S_{\Delta PB'M}=S_{\Delta PCM}$，

故$B'P=CP$，故P为CB'中点.

故选：A.

【点睛】
本题考查了二面角，等体积法，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.
8、D
【解析】
根据图像所给的数据，对四个选项逐一进行分析排除，由此得到表述不正确的选项.
【详解】
对于A选项，由图像可知，投资额逐年增加是正确的.对于B选项，$2000-2004$投资总额为$11+19+25+35+37=127$亿元，小于2012年的148亿元，故描述正确.2004年的投资额为37亿，翻两翻得到$37\times4=148$，故描述正确.对于D选项，令$t=10$代入回归直线方程得$99+17.5\times10=274$亿元，故D选项描述不正确.所以本题选D.
【点睛】
本小题主要考查图表分析能力，考查利用回归直线方程进行预测的方法，属于基础题.
9、B
【解析】

因为$\triangle ABC$外接圆的圆心在直线BC的垂直平分线上，即直线$x=1$上

可设圆心$P(1,p)$，由$PA=PB$得：$|p|=\sqrt{1+(p-\sqrt{3})^2}$，得$p=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

圆心坐标为$P\left(1,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

所以圆心到原点的距离$|OP|=\sqrt{1+\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{1+\dfrac{12}{9}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

选 B.

考点：圆心坐标

10、D

【解析】

利用同角三角函数的基本关系式、二倍角公式和辅助角公式化简$f(x)$表达式，再根据三角函数单调区间的求法，求得$f(x)$的单调区间，由此确定正确选项.

【详解】

因为$f(x)=2\cos^2 x+(\sin x+\cos x)^2-2$

$=1+\cos 2x+1+\sin 2x-2=\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，由$f(x)$单调递增，则$2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\le 2x+\dfrac{\pi}{4}\le 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），解得$k\pi-\dfrac{3\pi}{8}\le x\le k\pi+\dfrac{\pi}{8}$（$k\in\mathbf{Z}$），当$k=1$时，D 选项正确.C 选项是递减区间，A，B 选项中有部分增区间部分减区间.

故选：D

【点睛】

本小题考查三角函数的恒等变换，三角函数的图象与性质等基础知识；考查运算求解能力，推理论证能力，数形结合思想，应用意识.

11、D

【解析】

先分n为奇数和偶数两种情况计算出$\sin\left(\dfrac{2n+1}{2}\pi\right)$的值，可进一步得到数列$\{a_n\}$的通项公式，然后代入$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12}$转化计算，再根据等差数列求和公式计算出结果.

【详解】

解：由题意得，当n为奇数时，$\sin\left(\dfrac{2n+1}{2}\pi\right)=\sin\left(n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\dfrac{3\pi}{2}=-1$，

当n为偶数时，$\sin\left(\dfrac{2n+1}{2}\pi\right)=\sin\left(n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\dfrac{\pi}{2}=1$

所以当n为奇数时，$a_n=-n^2$；当n为偶数时，$a_n=n^2$，

所以$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12}$