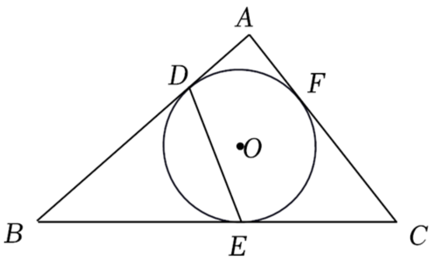
24.2　点和圆、直线和圆的位置关系（2）

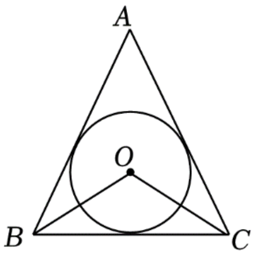
一、选择题（共 8 小题）

1．（2024 秋•姑苏区校级月考）如图，$\triangle ABC$ 的内切圆⊙O 与 AB 、 BC 、 AC 相切于点 D 、 E 、 F ，已知 $AB=4$ ， $AC=3$ ， $BC=5$ ，则 DE 的长是(　　)



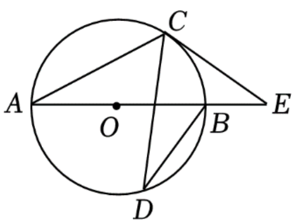
A． $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　　B． $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$　　　C． $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$　　　D． $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$

2．（2024 秋•建湖县月考）如图，⊙O 是$\triangle ABC$ 的内切圆，若 $\angle A=80^{\circ}$ ，则 $\angle BOC$ 的度数为(　　)



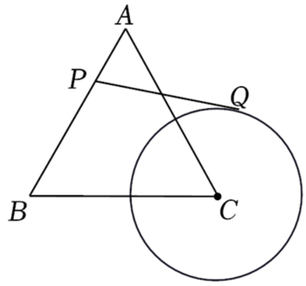
A． 40°　　　B． 150°　　　C． 130°　　　D． 100°

3．（2023 秋•民权县期末）如图，线段 AB 是⊙O 的直径， CD 是⊙O 的弦，过点 C 作⊙O 的切线交 AB 的延长线于点 E ， $\angle E=40^{\circ}$ ，则 $\angle CDB=$(　　)



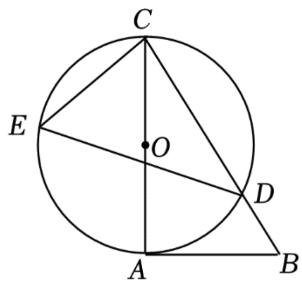
A． 20°　　B． 25°　　C． 40°　　D． 50°

4．（2024•宿迁二模）如图，等边三角形 ABC 的边长为 4，$\odot C$ 的半径为 $\sqrt{3}$，P 为 AB 边上一动点，过点 P 作 $\odot C$ 的切线 PQ，切点为 Q，则 PQ 的最小值为(　　)



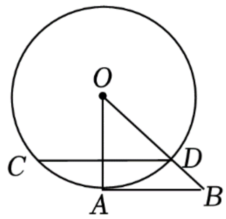
A． $\frac{1}{2}$　　B． $\sqrt{3}$　　C． $2\sqrt{3}$　　D．3

5．（2024•重庆模拟）如图，已知 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A，AC 是 $\odot O$ 的直径，连接 BC 交 $\odot O$ 于点 D，E 为 $\odot O$ 上一点，连接 EC，ED，若 $\angle CED=\alpha$，则 $\angle B$ 的度数是(　　)



A． $90^\circ-\alpha$　　B． α　　C． $45^\circ+\frac{\alpha}{2}$　　D． $\frac{\alpha}{2}$

6．（2024•沙坪坝区自主招生）如图，AB 是 $\odot O$ 的切线，点 A 为切点，弦 $CD\perp OA$，连接 OD 并延长交 AB 于点 B．若 $\angle O=45^\circ$，$CD=2$，则 AB 的长是(　　)

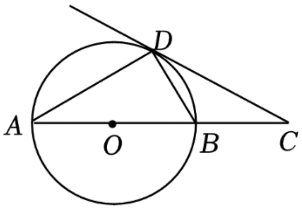


A．1　　B． $\sqrt{2}$　　C．2　　D． $2\sqrt{2}$

7．（2024•石家庄模拟）已知一个三角形的内心与外心重合，若它的内切圆的半径为 2，则它的外接圆的面积为(　　)

A．4π　　　　B．8π　　　　C．12π　　　　D．16π

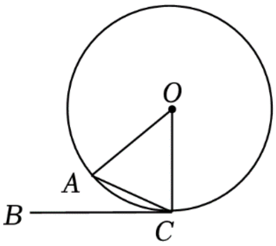
8．（2023 秋•北碚区校级期末）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，CD 是 $\odot O$ 的切线，切点为 D，CD 与 AB 的延长线交于点 C，若 $\angle A=30^{\circ}$，$AD=5$，则 BC 的长度为(　　)



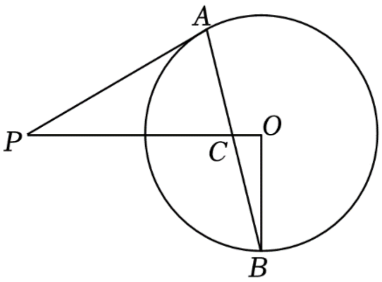
A．$\frac{5}{2}$　　　　B．$\frac{5}{2}\sqrt{3}$　　　　C．$\frac{5}{3}$　　　　D．$\frac{5}{3}\sqrt{3}$

二、填空题（共 8 小题）

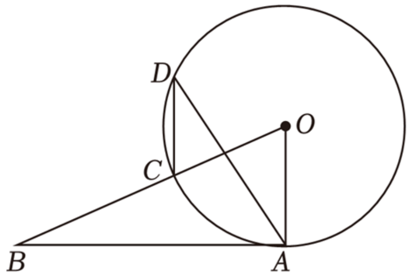
9．（2024 秋•建邺区校级月考）如图，点 A 在 $\odot O$ 上，射线 CB 切 $\odot O$ 于点 C，若 $\angle ACB=25^{\circ}$，则 $\angle A=$_____$^{\circ}$．



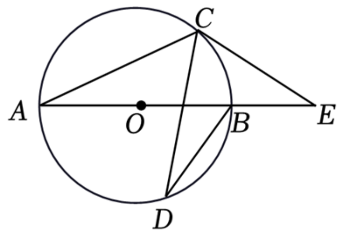
10．（2024•鹤壁模拟）如图，PA 与 $\odot O$ 相切于点 A，PO 与弦 AB 相交于点 C，$OB\perp OP$，若 $OB=3$，$OC=1$，则 PA 的长为 ____．



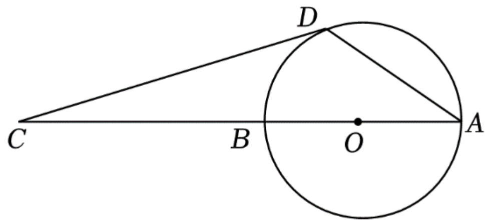
11．（2024•河南模拟）如图，AB 切 $\odot O$ 于点 A，BO 交 $\odot O$ 于点 C，点 D 在 $\odot O$ 上，若 $\angle ADC=32^{\circ}$，则 $\angle ABO$ 的度数是 ____．



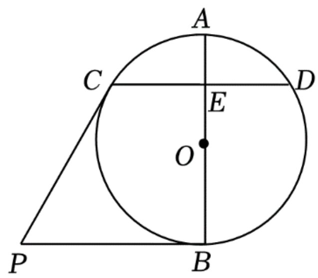
12．（2024•禅城区校级开学）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C，D 是 $\odot O$ 上的两点，$\angle CDB = 25^{\circ}$，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 延长线于点 E，则 $\angle E$ 的度数为 ____.



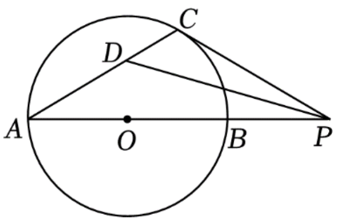
13．（2024•徐州）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 AB 的延长线上，CD 与 $\odot O$ 相切于点 D，若 $\angle C = 20^{\circ}$，则 $\angle CAD =$____$^{\circ}$.



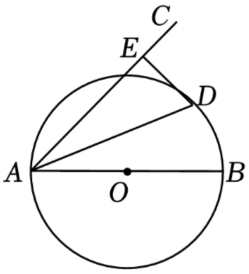
14．（2024 春•海淀区校级月考）如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，PB，PC 分别与 $\odot O$ 相切于点 B，C，过点 C 作 AB 的垂线，垂足为 E，交 $\odot O$ 于点 D．若 $\angle BPC = 60^{\circ}$，$CD = 2$，则线段 PB 的长为 ____.



15．（2024•顺城区一模）已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 P 是 AB 延长线上的一个动点，过 P 作 $\odot O$ 的切线，切点为 C，$\angle APC$ 的平分线交 AC 于点 D，则 $\angle CDP$ 等于 ____.



16．（2023 秋•交城县期末）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 AD 平分 $\angle BAC$，过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 E，若 $\angle BAD = 23^\circ$，则 $\angle ADE =$ ____ $^\circ$．

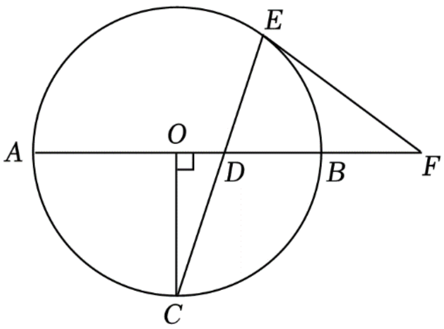


三、解答题（共 7 小题）

17．（2024•港南区二模）如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，$OC \perp AB$ 交 $\odot O$ 于点 C，D 为 OB 上一点，延长 CD 交 $\odot O$ 于点 E，延长 OB 至 F，使 $DF = FE$，连接 EF．

（1）求证：EF 为 $\odot O$ 的切线；

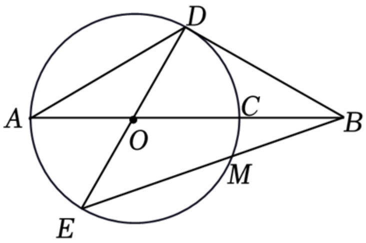
（2）若 $OD = 1$ 且 $BD = BF$，求 $\odot O$ 的半径．



18．（2024 秋•天门校级月考）如图，线段 AB 经过 $\odot O$ 的圆心 O，交 $\odot O$ 于 A，C 两点，$BC = 5$，AD 为 $\odot O$ 的弦，连接 BD，$\angle BAD = \angle ABD = 30^\circ$，连接 DO 并延长交 $\odot O$ 于点 E，连接 BE 交 $\odot O$ 于点 M．

（1）求证：直线 BD 是 $\odot O$ 的切线；

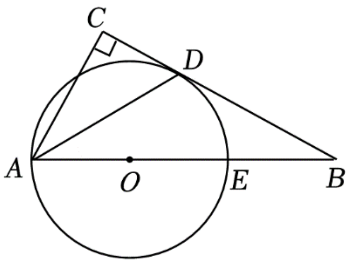
（2）求 $\odot O$ 的半径和线段 BM 的长



19．（2024•武威二模）如图，直角三角形 ABC 中，$\angle C=90^{\circ}$，点 E 为 AB 上一点，以 AE 为直径的 $\odot O$ 上一点 D 在 BC 上，且 AD 平分 $\angle BAC$．

（1）证明：BC 是 $\odot O$ 的切线；

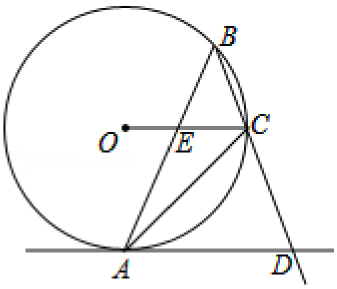
（2）若 $BD=4$，$BE=2$，求 AB 的长．



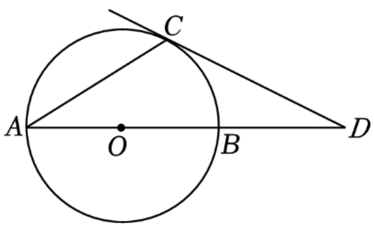
20．（2024•青川县三模）如图 $\odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，$\angle ABC=45^{\circ}$，延长 BC 于 D，连接 AD，使得 $AD//OC$，AB 交 OC 于 E．

（1）求证：AD 与 $\odot O$ 相切；

（2）若 $AE=2\sqrt{5}$，$CE=2$．求 $\odot O$ 的半径和 AB 的长度．



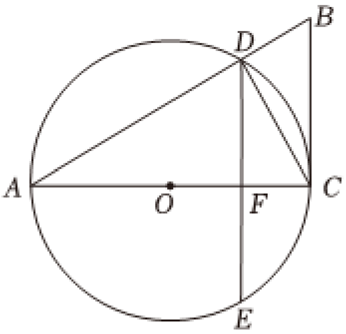
21．（2024 秋•朝阳区校级月考）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的弦，过点 C 作 $\odot O$ 的切线与 AB 的延长线交于点 D．若 $\angle A=30^{\circ}$，求证：$AC=CD$．



22．（2024•湖南模拟）如图，在 ΔABC 中，以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D，过点 D 作 $DE//BC$，交 AC 于点 F，连接 CD，且 $\angle BAC=\angle CDE$．

（1）求证：直线BC是$\odot O$的切线；

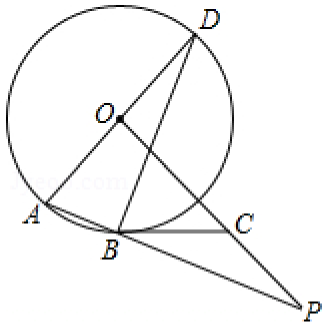
（2）若$DF=8$，$CF=6$，求DB的长．



23．（2024•杂多县三模）如图，AD是$\odot O$的直径，AB为$\odot O$的弦，$OP\perp AD$，OP与AB的延长线交于点P，点C在OP上，满足$\angle CBP=\angle ADB$．

（1）求证：BC是$\odot O$的切线；

（2）若$OA=2$，$AB=1$，求线段BP的长．



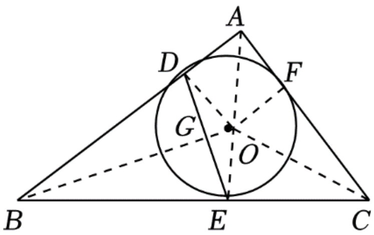
参考答案

一、选择题（共 8 小题）

1．【答案】C

【分析】连接 AO， BO， CO， DO， EO， FO．根据题意可知 $OE=OD=OF$，且 $OE\perp BC$， $OF\perp AC$， $OD\perp AB$，再根据 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle BCO}+S_{\triangle ACO}=6$ 求出 OE，接下来设 $BE=x$，根据切线长定理得出 $CE=CF$， $AD=AF$， $BD=BE$，求出 BE，再根据勾股定理求出 BO，结合 $DO=EO$， $BD=BE$ 可知 BO 是 DE 的垂直平分线，然后根据 $S_{\triangle BEO}=\frac{1}{2}BE\cdot EO=\frac{1}{2}BO\cdot EG$ 求出 EG，进而得出答案．

【解答】解：连接 AO， BO， CO， DO， EO， FO．



根据题意可知 $OE=OD=OF$， 且 $OE\perp BC$， $OF\perp AC$， $OD\perp AB$，

$\because AB=4$， $AC=3$， $BC=5$，

$\therefore AB^2+AC^2=BC^2$

$\therefore\triangle ABC$ 是直角三角形

$\therefore S_{\triangle ABC}=3\times4\times\frac{1}{2}=6$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle BCO}+S_{\triangle ACO}=\frac{1}{2}OE\cdot BC+\frac{1}{2}OF\cdot AC+\frac{1}{2}OD\cdot AB=6$，

即 $\frac{1}{2}OE(BC+AC+AB)=6$，

解得 $OE=12\div(3+4+5)=1$．

设 $BE=x$，

则 $BD=BE=x$， $CE=CF=5-x$， $AD=AF=4-x$， 得 $5-x+4-x=3$，

$-x-x=3-5-4$，

$-2x=-6$，

$x=3$，

$\therefore BE=3$．

在 $Rt\triangle BOE$ 中， $BO=\sqrt{BE^2+EO^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

$\because DO=EO$， $BD=BE$，

$\therefore BO$ 是 DE 的垂直平分线，

$\therefore DG=EG$．

$\because S_{\triangle BEO}=\frac{1}{2}BE\cdot EO=\frac{1}{2}BO\cdot EG$，

即 $\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times EG$，

解得 $EG=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore DE=2EG=\frac{3\sqrt{10}}{5}$．

故选：C．

2．【答案】C

【分析】根据三角形内角和定理得到 $\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-\angle A=100^\circ$，再根据三角形内切圆圆心是其角平分线的交点得到 $\angle OBC=\frac{1}{2}\angle ABC,\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ACB$，据此求出 $\angle OBC+\angle OCB=50^\circ$，则由三角形内角和定理可得答案．

【解答】解：$\because \angle A=80^\circ$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=180^\circ-\angle A=100^\circ$，

$\because \odot O$ 是$\triangle ABC$ 的内切圆，

$\therefore OB$、 OC 分别平分 $\angle ABC$、 $\angle ACB$，

$\therefore \angle OBC=\frac{1}{2}\angle ABC,\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle ACB=50^\circ$，

$\therefore \angle BOC=180^\circ-\angle OBC-\angle OCB=130$，

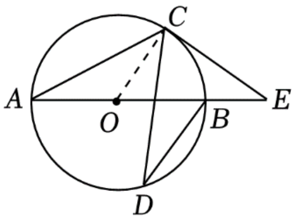
故选：C．

3．【答案】B

【分析】连接 OC，根据切线的性质可知 $\angle OCE=90^\circ$

，再由直角三角形的性质得出$\angle COE$的度数，由圆周角定理即可得出结论.

【解答】解：连接OC，



$\because CE$是$\odot O$的切线，

$\therefore \angle OCE = 90^\circ$，

$\because \angle E = 40^\circ$，

$\therefore \angle COE = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$，

$\therefore \angle CDB = \dfrac{1}{2}\angle COE = 25^\circ$.

故选：B.

4.【答案】D

【分析】连接CQ、CP，过点C作$CH \perp AB$于H，根据切线的性质得到$CQ \perp PQ$，根据勾股定理求出PQ，根据等边三角形的性质求出CH，根据垂线段最短解答即可.

【解答】解：连接CQ、CP，过点C作$CH \perp AB$于H，

$\because PQ$是$\odot C$的切线，

$\therefore CQ \perp PQ$，

$\therefore PQ = \sqrt{CP^2 - CQ^2} = \sqrt{CP^2 - 3}$，

当$CP \perp AB$时，CP最小，PQ取最小值，

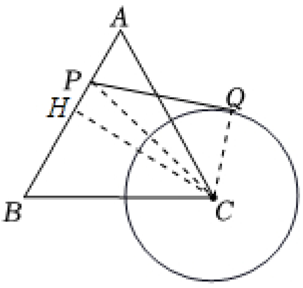
$\because \Delta ABC$为等边三角形，

$\therefore \angle B = 60^\circ$，

$\therefore CH = BC \cdot \sin B = 2\sqrt{3}$，

$\therefore PQ$的最小值为：$\sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3$，

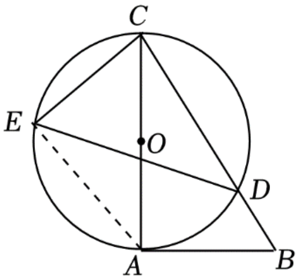
故选：D.



5.【答案】B

【分析】连接 AE，根据直径所对的圆周角是直角得出 $\angle AEC=90^\circ$，即可求出 $\angle AED$ 的度数，再根据同弧所对的圆周角相等得出 $\angle ACB=\angle AED=90^\circ-\alpha$，再根据切线的性质得出 $\angle CAB=90^\circ$，即可求出 $\angle B$ 的度数．

【解答】解：连接 AE，



$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEC=90^\circ$，

$\because \angle CED=\alpha$，

$\therefore \angle AED=\angle AEC-\angle CED=90^\circ-\alpha$，

$\because \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，

$\therefore \angle ACB=\angle AED=90^\circ-\alpha$，

$\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 A， AC 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle CAB=90^\circ$，

$\therefore \angle B=90^\circ-\angle ACB=90^\circ-(90^\circ-\alpha)=\alpha$，

故选：B．

6.【答案】B

【分析】如图，记 OA、CD 的交点为 E，由 AB 是 $\odot O$ 的切线，弦 $CD\perp OA$，可得 $\angle OAB=90^\circ=\angle OED$， $ED=\frac{1}{2}CD=1$，则 $OA=OD=\frac{DE}{\sin 45^\circ}$，根据 $AB=OA\cdot\tan 45^\circ$，计算求解即可．