七年级上册数学新定义阅读训练

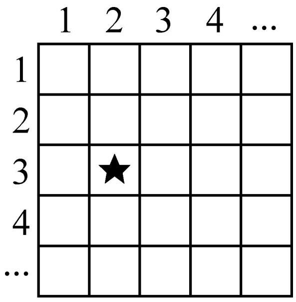
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知$a_1+a_2=1$，$a_2+a_3=2$，$a_3+a_4=-3$，$a_4+a_5=-4$，$a_5+a_6=5$，$a_6+a_7=6$，$a_7+a_8=-7$，$a_8+a_9=-8$，……，$a_{99}+a_{100}=-99$，$a_{100}+a_1=-100$，$a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_{100}$的值为（　）

A．-48　　B．-50　　C．-98　　D．-100

2．如图，若一个表格的行数代表关于x的整式的次数，列数代表关于x的整式的项数（规定单项式的项数为1)，那么每个关于x的整式均会对应表格中的某个小方格，若关于x的整式A是三次二项式，则A对应表格中标★的小方格，已知B也是关于x的整式，下列说法正确的个数为（　）



①若B对应的小方格行数是4，则$A+B$对应的小方格行数一定是4;

②若$A+B$对应的小方格列数是5，则B对应的小方格列数一定是3;

③若B对应小方格列数是3，$A+B$对应的小方格列数是5，则B对应的小方格行数不可能是3．

A．0个　　B．1个　　C．2个　　D．3个

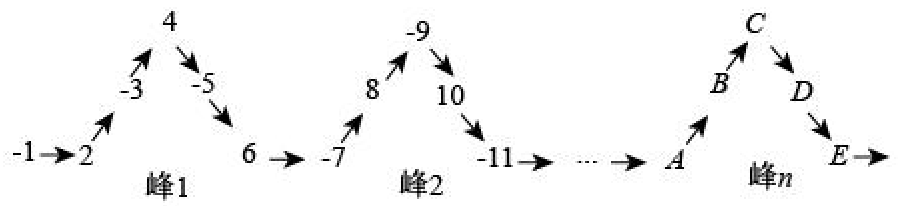
3．有一列数，记为$a_1,a_2\cdots,a_n$，我们记其前n项和为$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，定义$F_n=\dfrac{S_1+S_2+\cdots+S_n}{n}$为这列数的“新海和”，现如果有2020个数$a_1,a_2\cdots,a_{2020}$，其“新海和”为2021，则2，$a_1,a_2\cdots,a_{2020}$这2021个数的“新海和”为（　　）．

A．2019　　B．2020　　C．2021　　D．2022

4．形如$a_1a_2\ldots a_{n-1}a_na_{n-1}a_2a_1$的自然数(其中 n为正整数，$a_1\le a_2\le\ldots\le a_{n-1}\le a_n$，$a_1>0$，$a_1$，$a_2$,…，$a_n$为$0,1,\ldots,9$中的数字)称为“单峰回文数”，不超过5位的“单峰回文数”的个数是(　)

A．273　　B．219　　C．429　　D．129

5．将一列有理数-1，2，-3，4，-5，6，…按如图所示有序排列：



根据图中的排列规律可知，-2021应排在“峰”（　　）的位置

A．403，C　　B．403，E　　C．404，C　　D．404，E

6．已知a_1为实数，规定运算：$a_2=1-\frac{1}{a_1}$，$a_3=1-\frac{1}{a_2}$，$a_4=1-\frac{1}{a_3}$，$a_5=1-\frac{1}{a_4}$，…，$a_n=1-\frac{1}{a_{n-1}}$，按上述方法计算：当$a_1=3$时，a_{2024}的值等于（　　）

A．$-\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

7．当今大数据时代，“二维码”具有存储量大，保密性强、追踪性高等特点，它已被广泛应用于我们的日常生活中，尤其在全球“新冠”疫情防控期间，区区“二维码”已经展现出无穷威力，看似“码码相同”，实则“码码相同”．通常，一个“二维码”由1000个大大小小的黑白小方格组成，其中小方格专门用做纠错码和其他用途的编码，这相当于1000个方格只有200个方格作为数据码，根据相关数学知识，这200个方格可以生成2^{200}个不同的数据二维码，现有四名网友对2^{200}的理解如下：

YYDS（永远的神）：2^{200}就是200个2相乘，它是一个非常非常大的数；

DDDD（懂的都懂）：2^{200}等于$200^2\ 200^2$；

JXND（觉醒年代）：2^{200}的个位数字是6；

QGYW（强国有我）：我知道$2^{10}=1024, 10^3=1000$，所以我估计2^{200}比10^{60}大．

其中对2^{200}的理解错误的网友是（　　）

A．*YYDS*　　B．*DDDD*　　C．*JXND*　　D．*QGYW*

8．对于依次排列的整式，用任意相邻的两个整式中的左边的整式减去右边的整式，所得之差写在这两个整式之间，可以产生一列新的整式，称此为1次“友好操作”．例如：对于9，2进行1次“友好操作”得到9，7，2；对于9，2连续进行2次“友好操作”得到9，2，7，5，2；对于依次排列的5个整式a，b，c，d，e，连续进行n次“友好操作”后得到一列新的整式，关于所得的一列新的整式，下列说法：①当$n=2$时，这一列新的整式中共有17个整式；②当$n=100$时，这一列新的整式中有一个整式为$d-100e$；③存在正整数n，使得这一列新的整式中所有整式之和为$2023a+b+c+d-2021e$；其中正确的个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

二、填空题

9．1261年，我国南宋数学家杨辉用图中的三角形解释二项和的乘方规律，比欧洲的相同发现要早三百多年，我们把这个三角形称为“杨辉三角”，请观察图中的数字排列规律，求 $a^3+a^2b-a^2c$ 的值为_________.

1

1　1

1　2　1

1　3　3　1

1　4　6　4　1

1　5　10　10　5　1

1　a　b　c　15　6　1

10．用“△”定义新运算：对于任意有理数 a，b，当 $a\le b$ 时，都有 $a\triangle b=a^2b$；当 $a>b$ 时，都有 $a\triangle b=ab^2$．那么 $\left(-\dfrac{2}{3}\right)\triangle(-3)=$_________.

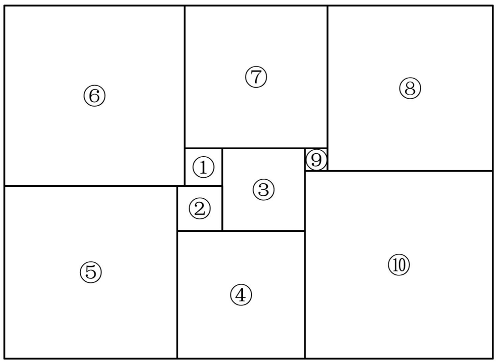
11．把具有某种规律的一列数2，-4，6，-8，10，-12，…排列成如下图所示的阵型，那么，从左往右看，2022排在第______列.

			2			
		-4	6	-8		
	10	-12	14	-16	18	
-20	22	-24	26	-28	30	-32

12．任意大于1的正整数 m 的三次幂均可以“分裂”成 m 个连续奇数的和.例：

$2^3=3+5, 3^3=7+9+11$，$4^3=13+15+17+19\cdots\cdots$ 若 m^3 中的“分裂数”中有一个是49，则 $m=$___________.

13．数学家莫伦发现了第一个完美长方形，即在一个长方形内切割出数个大小不一样的小正方形，小红尝试用10个大小不同的正方形拼完美长方形（如图），已知编号①的正方形边长为1，编号②的正方形边长为 a，则编号⑤的正方形边长为____________.（用含 a 的式子表示）；经过测算，当 $a=1.2$ 时，恰好拼成完美长方形，则该完美长方形的周长为________.



14．观察下列等式：$\frac{1}{2\times1+1^2}=\frac{1}{2}\times(1-\frac{1}{3})$，$\frac{1}{2\times2+2^2}=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2}-\frac{1}{4})$，$\frac{1}{2\times3+3^2}=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})$，$\frac{1}{2\times4+4^2}=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{4}-\frac{1}{6})$，…根据该规律计算：

$\frac{1}{2\times1+1^2}+\frac{1}{2\times2+2^2}+\frac{1}{2\times3+3^2}+\cdots+\frac{1}{2\times10+10^2}=$________．

15．阅读材料，并回答问题：

钟表中蕴含着有趣的数学运算，不用负数也可以作减法，例如：现在是 10 点钟，4 小时以后是几点钟？虽然$10+4=14$，但在表盘中看到的是 2 点钟．如果用符号“$\oplus$”表示钟表上的加法，则$10\oplus4=2$．若问 2 点钟之前 4 小时是几点钟，就得到钟表上的减法概念，用符号“$\ominus$”表示钟表上的减法．（注：我们用 0 点钟代替 12 点钟）．

（1）$9\oplus6=$______；

（2）在有理数运算中，相加得零的两个数互为相反数，如果在钟表运算中沿用这个概念，则 7 的相反数是______

16．设$[x)$表示大于x的最小整数，如$[3)=4$，$[-1.6)=-1$，则下列结论中正确的是____________．（填写所有正确结论的序号）

①$[0)=0$；

②$[x)-x$的最小值是 0;

③$[x)-x$的最大值是 0;

④ 存在实数x，使$[x)-x=0.5$成立．

17．定义：如果$a^x=N$（$a>0$，且$a\neq1$），那么x叫做以a为底N的对数，记做$x=\log_a N$．例如：因为$7^2=49$，所以$\log_7 49=2$；因为$5^3=125$，所以$\log_5 125=3$．下列说法：

①$\log_6 6=36$；②$\log_3 81=4$；③若$\log_4(a+14)=2$，则$a=2$；④$\log_2 64=\log_2 32+\log_2 2$；

正确的序号有______（填序号）．

18．阅读材料：如果欲求$1+2+4+8+16+\cdots+2^{30}$的值，可以按照如下步骤进行：

令$S=1+2+4+\cdots+2^{30}$……①

等式两边同时乘以 2，得

$2S=2+4+8+16+32\cdots+2^{30}+2^{31}\cdots\cdots$②

由②式减去①式，得$S=2^{31}-1$

参考以上解答过程可得， $3+2+\frac{2^2}{3}+\frac{2^3}{3^2}+\frac{2^4}{3^3}+\cdots+\frac{2^{m+1}}{3^n}=$____，其中 m 为正整数.（结果请用含 m 的代数式表达）

三、解答题

19．对于一个数x，我们用$(x]$ 表示小于x的最大整数，例如： $(2.6]=2,(-3]=-4$.

(1)填空：$(0]=$___ ；$(2022]=$____ ；$(-2021]=$___；$\left(\frac{3}{4}\right]=$______.

(2)若a,b都是整数，且$(a-1]$和$(b+2]$互为相反数，求代数式$(a+b]^2$的值.

20．观察算式：

①$1\times3+1=4=2^2$；②$2\times4+1=9=3^2$；③$3\times5+1=16=4^2$；④$4\times6+1=25=5^2$.

根据你发现的规律解决下列问题：

(1)写出第 5 个算式：____________；

(2)写出第n个算式：______________；

(3)计算：$\left(1+\frac{1}{1\times3}\right)\times\left(1+\frac{1}{2\times4}\right)\times\left(1+\frac{1}{3\times5}\right)\times\cdots\left(1+\frac{1}{98\times100}\right)\times\left(1+\frac{1}{99\times101}\right)$.

21．在有理数的范围内，定义三个数之间的新运算“$\otimes$”：$a\otimes b\otimes c=\frac{|a-b-c|+a+b+c}{2}$，例如$(-1)\otimes2\otimes3=\frac{|-1-2-3|+(-1)+2+3}{2}=5$.

(1)计算：$4\otimes(-2)\otimes(+8)$；

(2)计算：$3\otimes(-7)\otimes\left(+\frac{11}{3}\right)$；

(3)已知 $-\frac{6}{7}$，$-\frac{5}{7}$，…，$-\frac{1}{7}$，0，$\frac{1}{9}$，$\frac{2}{9}$，…，$\frac{8}{9}$ 这十五个数中．从中任取三个数作为 a，b，c 的值，进行“$a\otimes b\otimes c$”运算，直接写出所有计算结果中的最小值是______.

22．我们常用的数是十进制数，计算机程序使用的是二进制数（只有数码 0 和1)，它们两者之间可以互相换算，如将$(101)_2$，$(1011)_2$换算成十进制数为：

$(101)_2=1\times2^2+0\times2^1+1=4+0+1=5$；$(1011)_2=1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1=11$；

两个二进制数可以相加减，相加减时，将对应数位上的数相加减．与十进制中的“逢十进一”、“退一还十”相类似，应用“逢二进一”、“退一还二”的运算法则，如：

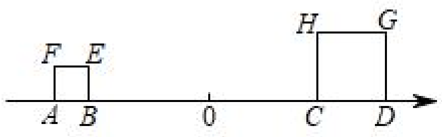
$(101)_2+(11)_2=(1000)_2$；$(110)_2-(11)_2=(11)_2$，用竖式运算如右侧所示．.

$$\begin{array}{r} 101 \\ +\ \ 11 \\ \hline 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 110 \\ -\ \ 11 \\ \hline 11 \end{array}$$

(1)按此方式，将二进制$(1001)_2$换算成十进制数的结果是_______.

(2)计算：$(10101)_2+(111)_2=$_____（结果仍用二进制数表示）；$(110010)_2-(1111)_2=$____（结果用十进制数表示）.

23．如图，AB和CD是数轴上的两条线段，线段AB的长度为1个单位长度，线段CD的长度为2个单位长度，B，C之间的距离为6个单位长度且与原点的距离相等．分别以AB，CD为边作正方形$ABEF$，正方形$CDGH$.



(1)直接写出：B表示的数为______，D表示的数为______；

(2)P，Q是数轴上的动点，点P从B出发，以每秒1个单位长度的速度向C运动，点Q从C出发，向B运动，P，Q相遇后均立即以每秒比之前多1个单位长度的速度返回，分别到达B，C点后立即返回，第二次相遇时P，Q两点同时停止运动．已知第一次相遇时，点P到点C的距离比点P到点B的距离多两个单位长度，求P，Q第二次相遇时，点P所表示的数．

(3)将AB和CD较近的两个端点之间的距离叫做正方形$ABEF$和正方形$CDGH$之间的最小距离，将AB和CD较远的两个端点之间的距离叫做正方形$ABEF$和正方形$CDGH$之间的最大距离．例如图中正方形$ABEF$和正方形$CDGH$之间的最小距离即B，C之间的距离，最大距离即A，D之间的距离．若正方形$ABEF$以每秒1个单位长度的速度向数轴的正方向运动，正方形$CDGH$以每秒2个单位长度的速度向数轴的负方向运动．设运动时间为t秒，当这两个正方形之间的最大距离是最小距离的两倍时，请直接写出t的值．

参考答案：

1．B

【分析】由题意得：$a_1+a_2+a_3+a_4=-2$，$a_5+a_6+a_7+a_8=-2$，由此规律即可求解．

【详解】解：由题意得：$a_1+a_2+a_3+a_4=1-3=-2$，$a_5+a_6+a_7+a_8=5-7=-2$，……，

则

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=(a_1+a_2+a_3+a_4)+(a_5+a_6+a_7+a_8)+\cdots+(a_{97}+a_{98}+a_{99}+a_{100})$

$=-2\times(100\div4)$

$=-2\times25$

$=-50$，

故选：B．

【点睛】本题考查了数字类规律探索，正确找出数字间的规律是解题的关键．

2．C

【分析】根据多项式的次数与项数、整式的加减运算法则逐个分析判断即可得．

【详解】解：$\because A$是三次二次项式，

$\therefore A$对应的行数是 3，列数是 2，

①若B对应的小方格行数是 4，则B是四次多项式，则$A+B$也是四次多项式，则$A+B$对应的小方格行数一定是 4，故①正确；

②若$A+B$对应的小方格列数是 5，则$A+B$是五项多项式，B不一定是三项，有可能是四项或五项，通过$A+B$合并同类项之后仍为五项，故②不正确；

③若B对应的小方格行数为 3，则A 与B中均存在x的三次项，通过$A+B$合并同类项之后的多项式的项数不可能为 5，即$A+B$的列数不为 5，与题意不符，

所以B对应的小方格行数不可能是 3；故③正确；

综上，说法正确的个数为 2 个，

故选：C．

【点睛】本题考查了多项式的次数与项数、合并同类项，弄清题意中的行数和列数分别对应次数和项数是解题的关键．

3．D

【分析】根据“新海和”的定义分析可得：2020 个数$a_1,a_2\cdots,a_{2020}$，其“新海和”为 2021，即

$S_1+S_2+\cdots+S_{2020}=2021\times2020$．同理根据定义求新数列 2，$a_1,a_2\cdots,a_{2020}$这 2021 个数“新海和”.

【详解】解：$\because \dfrac{S_1+S_2+\cdots+S_{2020}}{2020}=2021$，

$\therefore S_1+S_2+\cdots+S_{2020}=2020\times2021$，

$\therefore$2，$a_1,a_2\cdots,a_{2020}$这 2021 个数的“新海和”为

$\dfrac{2+S_1+2+S_2+\cdots+2+S_n}{2021}$

$=\dfrac{2\times2021+S_1+S_2+\cdots+S_n}{2021}$

$=\dfrac{2\times2021+2020\times2021}{2021}$

$=2+2020$

$=2022$．

故选：D.

【点睛】本题是一道找规律的题目，这类题型在中考中经常出现．对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的．关键是找到$S_1+S_2+\cdots+S_{2020}=2021\times2020$．

4．A

【分析】根据“单峰回文数”的定义确定一位的“单峰回文数”有 9 个；两位的“单峰回文数”有 9 个；三位的“单峰回文数”有 45 个；四位的“单峰回文数”有 45 个；

五位的“单峰回文数”有 165 个即可确定不超过 5 位的“单峰回文数”共有$9+45+165=219$．

【详解】解：$\because$一位的“单峰回文数”有 9 个：1、2、3…9；

两位的“单峰回文数”有 9 个：11、22、33…99；

三位的“单峰回文数”有 45 个：111、…191 共 9 个，222…292 共 8 个，依次减少 1 个，总共为$9+8+7+\ldots+1=45$；

四位的“单峰回文数”有 45 个：$9+8+7+\ldots+1=45$；

五位的“单峰回文数”有 165 个：$1+3+6+10+15+21+28+36+45=165$；

根据定义，不可能出现两位和四位的数，只能出现奇位数.

$\therefore$不超过 5 位的“单峰回文数”共有$9+9+45+45+165=273$．

故选：A.

【点睛】本题考查了规律型-数字的变化类，解决本题的关键是 5 位的“单峰回文数”的确定.

5．D

【分析】根据图形发现数字的变化规律，解答即可．

【详解】解：由图形的变化可知，除第一个数外，后面每五个数作为一个峰，

因为，$(2021-1)\div 5=404$，

所以，-2021应排在“峰”404，E的位置，

故选：D．

【点睛】本题考查了数字的变化类，解题的关键是明确题意，发现题目中数字的变化规律．

6．D

【分析】分别求前几个数，得到a_n以三个数为一组，不断循环，然后运用规律求解即可．

【详解】解：∵$a_1=3$，

∴$a_2=1-\frac{1}{a_1}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$，

∴$a_3=1-\frac{1}{a_2}=1-\frac{1}{\frac{2}{3}}=-\frac{1}{2}$，

∴$a_4=1-\frac{1}{a_3}=1-\frac{1}{-\frac{1}{2}}=3$，

∴$a_5=1-\frac{1}{a_4}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$，…，

发现规律：a_n以三个数为一组，不断循环，

∵$2024\div 3=674\cdots 2$，

∴$a_{2024}=a_2=\frac{2}{3}$．

故选：D．

【点睛】本题考查了数字规律的探索，通过计算找到规律是解题的关键．

7．B

【分析】由乘方的定义可知，2^{200}就是200个2相乘，200^2是2个200相乘；通过计算可得2^n的尾数2，4，8，6循环，由循环规律可确定2^{200}的个位数字是6；由积的乘方运算可得$2^{200}=(2^{10})^{20}=(1024)^{20}$，$10^{60}=(10^3)^{20}=1000^{20}$，由此可得$2^{200}>10^{60}$，从而可求解．

【详解】解：$\because 2^{200}$就是200个2相乘，

$\therefore YYDS$（永远的神）的说法正确；

$\because 2^{200}$就是200个2相乘，200^2是2个200相乘，

$\therefore 2^{200}$不等于200^2，

$\therefore DDDD$（懂的都懂）说法不正确；

$\because 2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，$\cdots$，

$\therefore 2^n$的尾数2，4，8，6循环，

$\because 200\div 4=50$，

$\therefore 2^{200}$的个位数字是6，

$\therefore JXND$（觉醒年代）说法正确；

Q $2^{10}=1024$，$10^3=1000$，

$\therefore 2^{200}=(2^{10})^{20}=(1024)^{20}$，$10^{60}=(10^3)^{20}=1000^{20}$，

$\because 1024>1000$，

$\therefore 2^{200}>10^{60}$，

$\therefore QGYW$（强国有我）说法正确；

故选：B．

【点睛】本题考查了有理数的乘方，熟练掌握乘方的性质，积的乘方运算法则，尾数的循环规律是解题的关键．

8．D

【分析】根据给定的“友好操作”的定义，逐一进行判断即可．

【详解】①当$n=1$时，$a,a-b,b,b-c,c,c-d,d,d-e,e$，共9个整式；当$n=2$时，$a,b,a-b,a-2b,b,c,b-c,b-2c,c,d,c-d,c-2d,d,e,d-e,d-2e,e$，共17个整式，①正确；

②类比$n=2$时，整式里有：$a-2b,b-2c,c-2d,d-2e$，可知：当$n=100$时，这一列新的整式中有一个整式为$d-100e$，②正确；

③当$n=1$时，所有整式和：

$S_1=a+a-b+b+b-c+c+c-d+d+d-e+e=2a+b+c+d=2a+b+c+d-0\times e$，

当$n=2$时，所有整式和：

$S_2=a+b+a-b+a-2b+b+c+b-c+b-2c+c+d+c-d+c-2d+d+e+d-e+d-2e+e$

整理得：$S_2=3a+b+c+d-e=3a+b+c+d-1\times e$

L

类比可得：当$n=2022$时，所有整式和：$S_{2022}=2023a+b+c+d-2021e$，③正确；