

## 第十届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛决赛试题

一、填空（每题 10 分，共 80 分）

1. 下表中每一列为同一年在不同历法中的年号，请完成下表：

公元历	2005	1985	1910
希伯莱历		5746	
伊斯兰历			1332
印度历	1927		

第 1 小题：

公元历	2005	1985	1910
希伯莱历	5766	5746	5671
伊斯兰历	1427	1407	1332
印度历	1927	1907	1832

2. 计算：

①  $18.3 \times 0.25 + 5.3 \div 0.4 - 7.13 = ( )$  ;      ②  $\frac{1}{2004^3 - 2003 \times (2004^2 + 2005)} = ( )$  .

答案：10.695； 1

3. 计算机中最小的存储单位称为“位”，每个“位”有两种状态：0 和 1。一个字节由 8 个“位”组成，记为 B。常用 KB，MB 等记存储空间的大小，其中 1KB=1024B， 1MB=1024KB。现将 240MB 的教育软件从网上下载，已经下载了 70%。如果当前的下载速度为每秒 72KB，则下载完毕还需要（ ）分钟。（精确到分钟）

答案：17

4. a, b 和 c 都是二位的自然数，a, b 的个位分别是 7 与 5，c 的十位是 1。如果它们满足等式  $ab+c=2005$ ，则  $a+b+c=( )$ 。

答案：102

5. 一个正方体的每个顶点都有三条棱以其为端点，沿这三条棱的三个中点，从这个正方体切下一个角，这样一共切下八个角，则余下部分的体积（图 1 中的阴影部分）和正方体体积的比是（ ）。

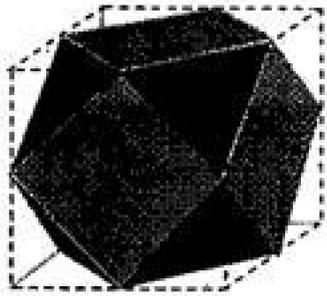


图 1

答案： $\frac{5}{6}$

6. 某种长方体形的集装箱，它的长宽高的比是 4 : 3 : 2，如果用甲等油漆喷涂它的表面，每平方米的费用是 0.9 元，如果改用乙等油漆，每平方米的费用降低为 0.4 元，一个集装箱可以节省 6.5 元，则集装箱总的表面积是 ( ) 平方米，体积是 ( ) 立方米。

答案：13: 3

7. 一列自然数 0, 1, 2, 3, ..., 2005, ..., 2004, 第一个数是 0, 从第二个数开始，每一个都比它前一个大 1，最后一个数是 2024。现在将这列自然数排成以下数表：

0	3	8	15	...
1	2	7	14	...
4	5	6	13	...
9	10	11	12	...
...	...	...	...	...

规定横排为行，竖排为列，则 2005 在数表中位于第 ( ) 行和第 ( ) 列。

答案：20; 45

8. 图 2 中，ABCD 是长方形，E, F 分别是 AB, DA 的中点，G 是 BF 和 DE 的交点，四边形 BCDG 的面积是 40 平方厘米，那么 ABCD 的面积是 ( ) 平方厘米。

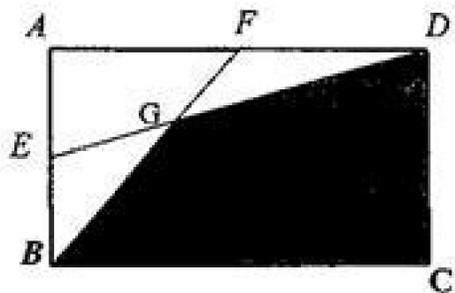
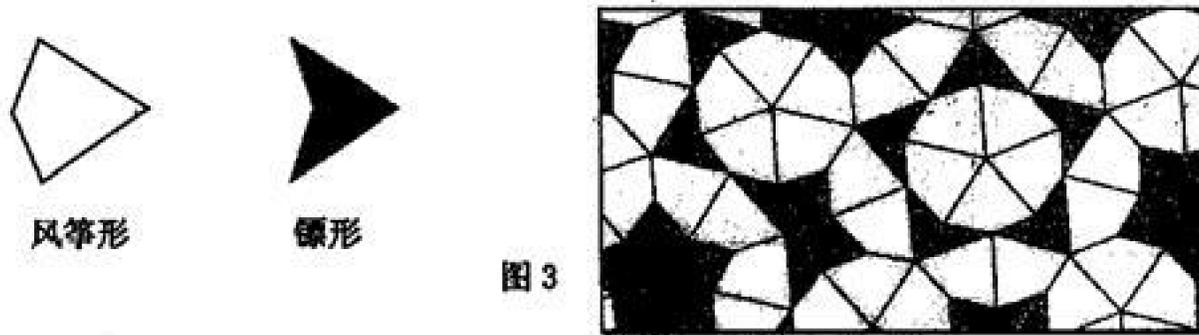


图 2

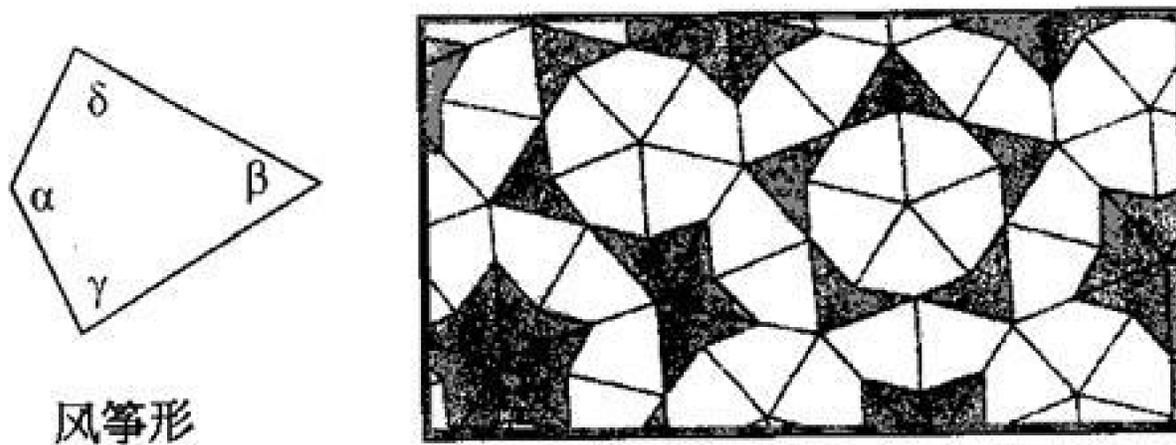
答案：60

二、解答下列各题，要求写出简要过程（每题 10 分，共 40 分）

9. 图 3 是由风筝形和镖形两种不同的砖铺设而成。请仔细观察这个美丽的图案，并且回答风筝形砖的四个内角各是多少度？



9. 解：



如图案所示， $\gamma = \delta$ ，5 个风筝形拼成一个正 10 边形，所以，

$$\alpha = (10-2) \times 180 \div 10 = 8 \times 18 = 144 \text{ 度}, \quad 5\beta = 360 \text{ (度)}, \quad \beta = 72 \text{ (度)}。$$

风筝形是个四边形，内角和是 360 度，并且  $\gamma = \delta$ （证明省略），所以， $\gamma = (360 - 144 - 72) \div 2 = 72 \text{ (度)}$ 。

答：在风筝形中，有一个是钝角，是 144 度，其它三个角都是 72 度。

【说明】在正式出版试题解答时将给出本题  $\gamma = \delta$ ，5 个风筝形拼成的图形是一个正 10 边形的严格的证明。

【评分参考】角度正确，6 分；理由正确，4 分。

10. 有 2、3、4、5、6、7、8、9、10 和 11 共 10 个自然数，

①从这 10 个数中选出 7 个数，使这 7 个数中的任何 3 个数都不会两两互质；

②说明从这 10 个数中最多可以选出多少个数，这些数两两互质。

10. 解答：①这 7 个数是 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10;

②将这 10 个自然数分为三组：偶数 2, 4, 6, 8, 10 为第一组；3, 9 为第二组；5, 7, 11 为第三组。显然，第一和第二组每组至多只能选出 1 个数，第三组的 3 个自然数两两互质，最多能选 3 个。例如：2, 3, 5, 7, 11 就两两互质。所以从 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 和 11 最多可以选出 5 个数，这 5 个自然数两两互质。

【评分参考】①正确，给 4 分；②答案 5 正确，给 4 分，理由陈述正确，给 2 分。

11. 一个直角三角形的三条边的长度是 3、4、5，如果分别以各边为轴旋转一周，得到三个立体。求这三个立体中最大的体积和最小的体积的比。

11. 解：①以长为 3 的直角边分为轴旋转得到的是一个圆锥，体积  $V_3 = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$  ；

②以长为 4 的直角边为轴旋转得到的立体也是圆锥，体积  $V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$  ；

③以长为 5 的斜边为轴旋转得到的立体是由两个圆锥底面上下叠合在一起组成的纺锥体。设两个圆锥的高为  $h_1$  和  $h_2$ ，则有  $h_1 + h_2 = 5$ ，设底面的半径是  $h$ ，它是直角三角形斜边上的高，

由直角三角形面积公式： $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4$ ， $\therefore h = \frac{12}{5}$ ，

④再由圆锥的体积公式计算纺锥体的体积应当是：

$$V_5 = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot h_1 + \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \pi h^2 (h_1 + h_2) = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot 5 = \frac{48}{5} \pi.$$

⑤既然  $16\pi > 12\pi > \frac{48}{5}\pi$ ， $16\pi : \frac{48}{5}\pi = \frac{5}{3}$ 。

答：最大的体积和最小的体积的比是  $\frac{5}{3}$ 。

【评分参考】每步 2 分。

12. A 码头在 B 码头的上游，“2005 号”遥控舰模从 A 码头出发，在两个码头之间往返航行。已知舰模在静水中的速度是每分钟 200 米，水流的速度是每分钟 40 米。出发 20 分钟后，舰模位于 A 码头下游 960 米处，并向 B 码头行驶。求 A 码头和 B 码头之间的距离。

12. 解：①舰模从 A 码头顺流而下 960 米，航行时间= $\frac{960}{200+40}=4$  分， $20-4=16$ （分）。

因此，舰模出发后第 16 分钟又回到 A 码头。

②既然舰模出发后第 16 分钟又回到 A 码头，所以，在这 16 分钟中，舰模顺流行驶的路程与逆流行驶的路程相同。设在 16 分钟中，舰模顺流航行的时间为  $t$ ，逆流航行的时间为  $16-t$ ，顺流航行的速度是  $200+40=240$  米/分，逆流航行的速度是  $200-40=160$  米/分，应当有：  
 $240 \times t = 160 \times (16-t)$ ， $t=6.4$ （分）。

③因此，出发 20 分钟后舰模的总的航程是： $6.4 \times 240 + (16-6.4) \times 160 + 960 = 4032$ （米）

④设两个码头的距离是  $L$  米，则有， $4032 = 2mL + 960$ ， $m$  是整数， $m = \frac{4032 - 960}{2L} = \frac{1536}{L}$ ，

由于， $L > 960$ 。所以， $1 \leq m = \frac{1536}{L} < \frac{1536}{960} = 1.6$ ，即  $m=1$ ， $L=1536$  米。

答：两个码头的距离是 1536 米。

【评分参考】①能计算出舰模出发后第 16 分钟又回到 A 码头，2 分；②计算出顺流航行的时间，4 分；③计算出舰模总的航程，2 分；④计算出两个码头的距离，2 分。

三、解答下列各题，要求写出详细过程（每题 15 分，共 30 分）

13. 已知等式  $\frac{1}{15} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ ，其中 A, B 是非零自然数，求 A+B 的最大值。

13. 解：设  $A=ka$ ， $B=kb$ ， $(a, b)=1$ ，即有  $\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{ka} + \frac{1}{kb} = \frac{a+b}{k \times a \times b}$ ，

因为  $(a, b) = 1$ ，所以有  $(a+b, b) = 1$  和  $(a, a+b) = 1$ ，只能有  $a+b$  整除  $k$ 。设  $k=m \times (a+b)$ ，

则有  $A = m \times (a+b) \times a$ ， $B = m \times (a+b) \times b$ ， $A+B = m \times (a+b)^2$

因为  $\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{m \times (a+b) \times a} + \frac{1}{m \times (a+b) \times b} = \frac{1}{m \times a \times b}$ ,

上式意味着  $m, a, b$  必须是 15 的约数。考虑到交换  $a$  和  $b$  的取值, 不改变  $A+B$  的值。所以  $m, a, b$  可能的取值和  $A+B$  的值是:

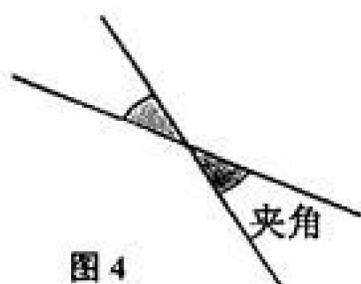
$m$	1	1	3	5	15
$a$	3	1	1	1	1
$b$	5	15	5	3	1
$A+B$	64	256	108	80	60

答:  $A+B$  的最大值是 256。

【评分参考】答案正确, 6 分, 推理正确, 即能列出  $A+B$  的 5 种取值, 给 9 分。

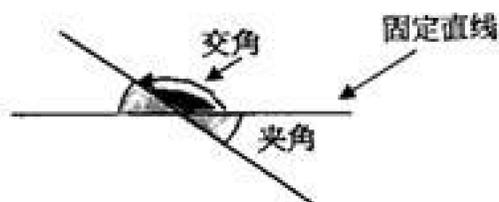
14. 两条直线相交, 四个交角中的一个锐角或一个直角称为这两条直线的“夹角”(见图 4)。如果在平面上画  $L$  条直线, 要求它们两两相交, 并且“夹角”只能是  $15^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $75^\circ$ 、 $90^\circ$  之一, 问:

- (1)  $L$  的最大值是多少?
- (2) 当  $L$  取最大值时, 问所有的“夹角”的和是多少?

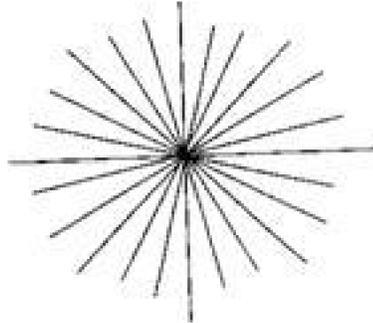


14. 解答:

◆固定平面上一条直线, 其它直线与此条固定直线的交角自这条固定直线起逆时针计算, 只能是  $15^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $75^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $105^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $135^\circ$ 、 $150^\circ$ 、 $165^\circ$  十一种角度之一, 所以, 平面上最多有 12 条直线。否则, 必有两条直线平行。



◆如右下图，将所有直线做平行移动，使它们交于同一个点，这样的平行移动显然不改变两条直线的“夹角”。无妨设其中一条直线水平，从水平直线开始，逆时针将 12 条直线分别记为第一条、第二条、……和第十二条直线。



(1) 第二条至第十二条直线与第一条直线的“夹角”和是：

$$15+30+45+60+75+90+75+60+45+30+15=540 \text{ (度)}；$$

(2) 第三条至第十二条直线与第二条直线相交的“夹角”和是：

$$15+30+45+60+75+90+75+60+45+30=(540-15) \text{ (度)}；$$

(3) 第四条至第十二条直线与第三条直线相交的“夹角”和是：

$$15+30+45+60+75+90+75+60+45=(540-15-30) \text{ (度)}；$$

……；

(10) 第十一条和第十二条直线与第十条直线相交的“夹角”和是  $(30+15)$  (度)，

(11) 第十二条直线与第十一条直线相交的“夹角”和是：15 (度)；

◆将 (2) 和 (11)、(3) 和 (10)、(4) 和 (9)、(5) 和 (8)、(6) 和 (7) 配对，得到所有的“夹角”之和是  $6 \times 540 = 3240$  (度)。

【评分参考】第 1 问答案正确，给 5 分；第 2 问中，能完成②，给 8 分；能求出“夹角的总和”，即完成③，给 2 分。

## 第十一届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛决赛试题

一、填空。

1. 计算： $\left[10\frac{1}{20} + (3 - 0.85) \div \frac{5}{6}\right] \div 126.3 = (\quad)$ 。

2. 图 1a 是一个长方形，其中阴影部分由一副面积为 1 的七巧板拼成 (如图 1b)，那么这个长方形的面积是 ( )。

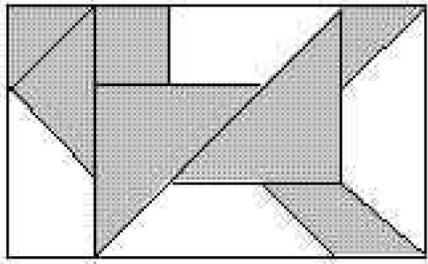


图 1a

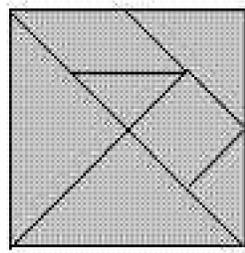


图 1b

3. 有甲、乙、丙、丁四支球队参加的足球循环赛，每两队都要赛一场，胜者得 3 分，负者得 0 分，如果踢平，两队各得 1 分。现在甲、乙和丙分别得 7 分、1 分和 6 分，已知甲和乙踢平，那么丁得（ ）分。

4. 图 2 中，小黑格表示网络的结点，结点之间的连线表示它们有网线相连。连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量。现在从结点 A 向结点 B 传递信息，那么单位时间内传递的最大信息量是（ ）。

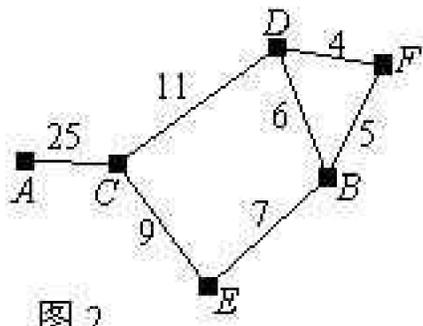


图 2

5. 先写出一个两位数 62，接着在 62 右端写这两个数字的和为 8，得到 628，再写末两位数字 2 和 8 的和 10，得到 62810，用上述方法得到一个有 2006 位的整数：628101123……，则这个整数的数字之和是（ ）。

6. 智慧老人到小明的年级访问，小明说他们年级共一百多同学。老人请同学们按三人一行排队，结果多出一人，按五人一行排队，结果多出二人，按七人一行排队，结果多出一人，老人说我知道你们年级的人数应该是（ ）人。

7. 如图 3 所示，点 B 是线段 AD 的中点，由 A, B, C, D 四个点所构成的所有线段的长度均为整数，若这些线段的长度之和为 10500，则线段 AB 的长度是（ ）。

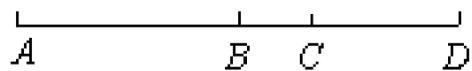


图 3

8. 100 个非 0 自然数的和等于 2006，那么它们的最大公约数最大可能值是（ ）。

二、解答下列各题，要求写出简要过程。（每题 10 分，共 40 分）

9. 如图 4，圆 O 中直径 AB 与 CD 互相垂直，AB = 10 厘米。以 C 为圆心，CA 为半径画弧 AEB。求月牙形 ADBEA（阴影部分）的面积？

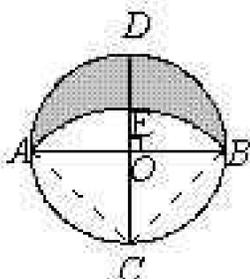
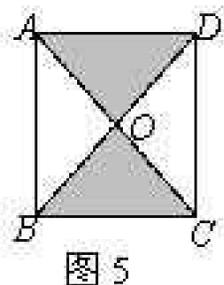


图 4

10. 甲、乙和丙三只蚂蚁爬行的速度之比是 8: 6: 5, 它们沿一个圆圈从同一点同时同向爬行, 当它们首次同时回到出发点时, 就结束爬行。问蚂蚁甲追上蚂蚁乙一共多少次? (包括结束时刻)。

11. 如图 5, ABCD 是矩形,  $BC = 6\text{cm}$ ,  $AB = 10\text{cm}$ , AC 和 BD 是对角线。图中的阴影部分以 CD 为轴旋转一周, 则阴影部分扫过的立体的体积是多少立方厘米? ( $\pi$  取 3.14)



12. 将一根长线对折后, 再对折, 共对折 10 次, 得到一束线。用剪刀将这束线剪成 10 等份, 问: 可以得到不同长度的短线段各多少根?

三、解答下列各题, 要求写出详细过程。(每题 15 分, 共 30 分)

13. 华罗庚爷爷在一首诗文中勉励青少年: “猛攻苦战是第一, 熟练生成百巧来, 勤能补拙是良训, 一分辛苦一分才。” 现在将诗文中不同的汉字对应不同的自然数, 相同的汉字对应相同的自然数, 并且不同汉字所对应的自然数可以排列成一串连续的自然数。如果这 28 个自然数的平均值是 23, 问 “分” 字对应的自然数的最大可能值是多少?

猛攻苦战是第一,  
 熟练生成百巧来,  
 勤能补拙是良训,  
 一分辛苦一分才。  
 华罗庚  
 1978.10.6

14. 一根长为L的木棍,用红色刻度线将它分成m等份,用黑色刻度线将它分成n等份( $m > n$ )。
- (1) 设X是红色与黑色刻度线重合的条数,请说明: $X + 1$ 是m和n的公约数;
- (2) 如果按刻度线将该木棍锯成小段,一共可以得到170根长短不等的小棍,其中最长的小棍恰有100根。试确定m和n的值。

第十二届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛决赛试卷(小学组)

(时间2007年4月21日10:00~11:30)

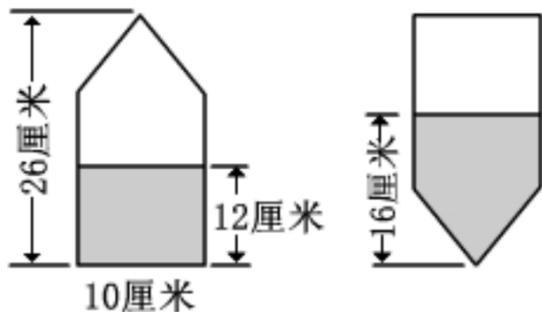
(市)、区\_\_\_\_\_ 学校\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 考号\_\_\_\_\_

一、填空(每题10分,共80分)

1、 “华”、“杯”、“赛”三个字的四角号码分别是“2440”、“4199”和“3088”,将“华杯赛”的编码取为“244041993088”。如果这个编码从左起的奇数位的数码不变,偶数位的数码改变为关于9的补码,例如:0变9,1变8等,那么“华杯赛”新的编码是\_\_\_\_\_。

2、 计算:  $[20.75 + (3.74 - 2\frac{1}{2})9\frac{23}{25}]41.75 =$ \_\_\_\_\_。

3、 如图1所示,两个正方形ABCD和DEFG的边长都是整数厘米。点E在线段CD上,且 $CE < DE$ 。线段 $CF = 5$ 厘米,则五边形ABCFG的面积等于\_\_\_\_\_平方厘米。



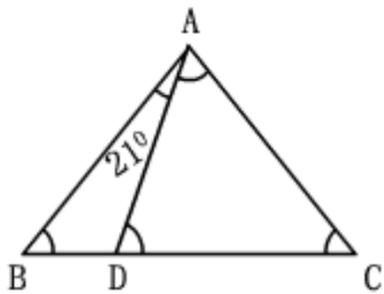
4、 将  $\frac{131}{250}$ 、 $\frac{21}{40}$ 、0.523、0.523、0.52 从小到大排列,第三个数是\_\_\_\_\_。

5、 图2a是一个密封水瓶的切面图,上半部为圆锥状,下半部为圆柱状,底面直径都是10厘米,水瓶高度是26厘米,瓶中液面的高度为12厘米。将水瓶倒置后,如图2b,瓶中液面的高度是16厘米,则水瓶的容积等于\_\_\_\_\_立方厘米。(取 $\pi = 3.14$ ,水瓶壁厚不计)

6、 一列数是按以下条件确定的:第一个是3,第二个是6,第三个是18,以后每一个数是前面所有数的和的2倍,则第六个数等于\_\_\_\_\_,从这列数的第\_\_\_\_\_个数开始,每个都大于2007。

7、 一个自然数,它的最大的约数和次大的约数的和是111,这个自然数是\_\_\_\_\_。

8、 用一些棱长是1的小正方体码成一个立体,从上向下看这个立体,如图3,从正面看这个立体,如图4,则这个立体的表面积最多是\_\_\_\_\_。



二、简答下列各题（每题10分，共40分，要求写出简要过程）

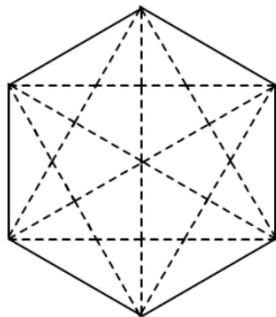
9、如图5，在三角形ABC中，点D在BC上，且 $\angle ABC = \angle ACB$ ， $\angle ADC = \angle DAC$ ， $\angle DAB = 21^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 的度数；并且回答：图中哪些三角形是锐角三角形。

10、李云靠窗坐在一列时速60千米的火车里，看到一辆有30节车厢的货车迎面驶来，当货车车头经过窗口时，他开始记时，直到最后一节车厢驶过窗口时，所记的时间是18秒。已知货车车厢长15.8米，车厢间距1.2米，货车车头长10米。问货车行驶的速度是多少？

11、图6是一个99的方格图，由粗线隔为9个横竖各有3个格子的“小九宫”格，其中，有一些小方格填有1至9的数字。小青在第4列的空格中各填入了一个1至9的自然数，使每行、每列和每个“小九宫”格内的数字都不重复，然后小青将第4列的数字从上向下写成一个9位数。请写出这个9位数，并且简单说明理由。

12、某班一次数学考试，所有成绩得优的同学的平均分数是95分，没有得优的同学的平均分数是80分。已知全班同学的平均成绩不少于90分，问得优的同学占全班同学的比例至少是多少？

三、详答下列各题（每题15分，共30分，要求写出详细过程）



13、如图7，连接一个正六边形的各顶点。问图中共有多少个等腰三角形（包括等边三角形）？

14、圆周上放置有7个空杯子，按顺时针方向依次编号为1, 2, 3, 4, 5, 6, 7。小明首先将第1枚白色棋子放入1号盒子，然后将第2枚白色棋子放入3号盒子，再将第3枚白色棋子放入6号盒子，……，放置了第 $k-1$ 枚白色棋子后，小明依顺时针方向向前数了 $k-1$ 个盒子，并将第 $k$ 枚白色棋子放在下一个盒子中，小明按照这个规则共放置了200枚白色棋子。随后，小青从1号盒子开始，按照逆时针方向和同样的规则在这些盒子中放入了300枚红色棋子。请回答：每个盒子各有多少枚白色棋子？每个盒子各有多少枚棋子？

## 答案

### 一、填空

1. 解：偶数位自左至右依次为 4、0、1、9、0、8，它们关于 9 的补码自左至右依次为 5、9、8、0、9、1，所以“华杯赛”新的编码是：254948903981

2. 解：原式 =  $[20.75 + 1.24 \times \frac{25}{248}] \div 41.75 = [20.75 + 0.125] \div 41.75 = 20.875 \div 41.75 = 0.5$

3. 解：CF=5，又 CD 和 DF 都是整数，根据勾股定理可知 CE=3，DF=4，CD=7，

所以五边形 ABCFG 的面积为： $4^2 + 7^2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 16 + 49 + 6 = 71$ （平方厘米）

4. 解： $\frac{131}{250} = 0.524$ ， $\frac{21}{40} = 0.525$ ，所以： $0.5\dot{2} < 0.5\dot{2}\dot{3} < 0.52\dot{3} < \frac{131}{250} < \frac{21}{40}$ ，第三小的数是  $0.52\dot{3}$

5. 解：如果将瓶中的液体取出一部分，使正立时高度为 11 厘米，则倒立时高度为 15 厘米，这时瓶中的液体刚好为瓶的容积的一半，所以瓶的容积相当于一个高 22 厘米（底面积不变）的圆柱的体积，即瓶的容积是：

$$3.14 \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \times 22 = 1727 \text{（立方厘米）}$$

6. 解：这列数的第一个是 3，第二个是 6，第三个是 18，第四个是  $(3+6+18) \times 2 = 54$ ，第五个是  $(3+6+18+54) \times 2 = 162$ ，第六个是  $(3+6+18+54+162) \times 2 = 486$

设这列数的第一个为 a，则第二个为 2a，第三个为  $6a = 2 \times 3 \times a$ ，第四个为  $18a = 2 \times 3^2 \times a$ ，

第五个为  $54a = 2 \times 3^3 \times a$ ，第六个为  $162a = 2 \times 3^4 \times a$ ，第 n 个为  $2 \times 3^{n-2} \times a$ ，因为 a=3，所以第 n

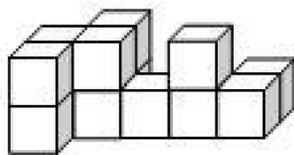
个数也可写作  $2 \times 3^{n-1}$ ，即从第三个数起，每个数是前一个数的 3 倍。 $2007 \div 486 > 3$ ，而

$2007 \div 3 < 9$ ，可知从第 8 个数起，每个数都大于 2007。

7. 解：因为 111 是奇数，而奇数 = 奇数 + 偶数，所以所求数的最大约数与次大约数必为一奇一偶。而一个数的最大约数是其自身，而一个数如有偶约数此数必为偶数，而一个偶数的次

大约数应为这个偶数的  $\frac{1}{2}$ ，设这个次大约数为  $a$ ，则最大约数为  $2a$ ， $a+2a=111$ ，求得  $a=37$ ， $2a=74$ ，即所求数为 74.

8. 解：根据所给视图，可画出这个立体的直观图如下：



可知，上下面积为  $8 \times 2 = 16$ （平方厘米），前后面积为  $8 \times 2 = 16$ （平方厘米），左右面积为  $8 \times 2 = 16$ （平方厘米），此立体的表面积共 48 平方厘米.

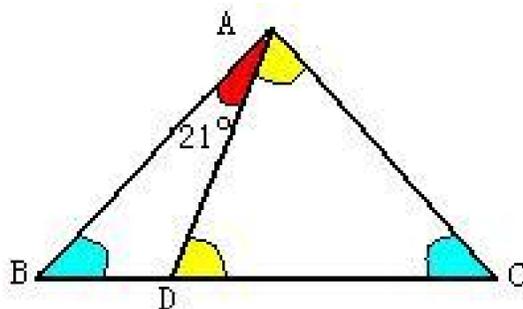
二、简答下列各题

9. 解： $\because \angle DAC + \angle ADC + \angle C = 180^\circ$ ，而  $\angle DAC = \angle ADC = \angle B + 21^\circ$ ， $\angle B = \angle C$ ，

$$\therefore 3 \times \angle B + 21^\circ = 180^\circ, \therefore \angle B = 46^\circ$$

$$\angle DAC = 46^\circ + 21^\circ = 67^\circ, \angle BAC = 67^\circ + 21^\circ = 88^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$  和  $\triangle ADC$  都是锐角三角形.



10. 解：客车速度为 60 千米/小时，18 秒钟通过的路程为： $\frac{60 \times 1000}{3600} \times 18 = 300$ （米）

货车长为  $(15.8 + 1.2) \times 30 + 10 = 520$ （米）

18 秒钟货车通过的距离为  $520 - 300 = 220$ （米）

货车速度为  $\frac{220 \times 3600}{1000 \times 18} = 44$ （千米/小时）

11. 解：

	7	5	3		1	6		
	1		2		9	7		
4			7	5			9	
1	8		4			2		
		9	6	3		5		
		3	8		7		6	9
	2		9	6				7
		7	5		8		4	
		4	1		3	9	8	

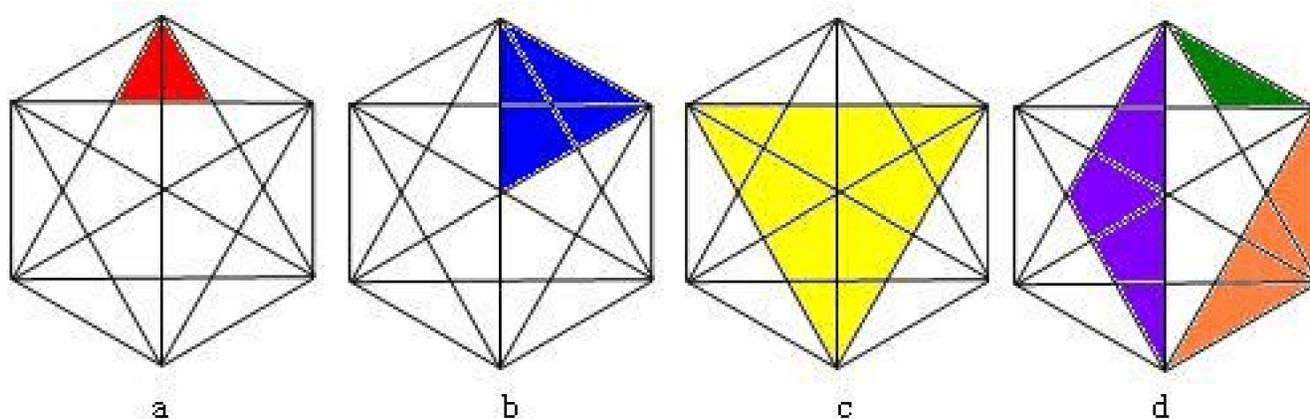
用 (a, b) 表示第 a 行第 b 列的方格，第 4 列已有数字 1、2、3、4、5，第 6 行已有数字 6、7、9，所以方格 (6, 4) = 8；第 3 行和第 5 行都有数字 9，所以 (7, 4) = 9；正中的“小九宫”中已有数字 7，所以只能是 (3, 4) = 7；此时，第 4 列中只余 (5, 4)，这一列只有数字 6 未填，所以 (5, 4) = 6。所以，第 4 列的数字从上向下写成的 9 位数是：327468951。

12. 解：为使全班同学的平均分达到 90 分，需将 2 名得优的同学和 1 名没得优的同学匹配为一组，即得优的同学至少应为没得优同学的 2 倍，才能确保全班同学的平均分不低于 90 分，

所以得优同学占全班同学的比例至少是  $\frac{2}{3}$ 。

### 三、详答下列各题

13. 解：



首先按是否是等边三角形分类，图 a、图 b、图 c 中有 3 类等边三角形，红色的有 6 个，蓝色的有 6 个，黄色的有 2 个，共 14 个等边三角形。图 d 中有 3 类非等边的等腰三角形，绿色的有 6 个，紫色的有 6 个，棕色的有 12 个，共 24 个。所以共有等腰三角形（包括等边三角形）为 38 个。

14. 解：依顺时针方向不间断地给这 7 个盒子编号，则 1 号盒子可有的号数为 1、8、15、...7k+1；2 号盒子可有的号数为 2、9、16、...7k+2；...；7 号盒子可有的号数为 7、14、21、...7k+7（k 为整数）。

根据规则，小明将第 1 枚棋子放入 1 号盒子，将第 2 枚棋子放入 3 号盒子，将第 3 枚棋子放入 6 号盒子，将第 4 枚棋子放入 10 号即 3 号盒子，将第 5 枚棋子放入 15 号即 1 号盒子，将第 6 枚棋子放入 21 号即 7 号盒子，将第 7 枚棋子放入 28 号即 7 号盒子，按照这个规律，从第 8 枚棋子开始，将重复上述棋子放入的盒子，即第 8 枚放入 1 号盒子，第 9 枚放入 3 号盒子，…，也就是每 7 枚棋子为一个周期。并且这 7 枚棋子有 2 枚放入 1 号盒子，有 2 枚放入 3 号盒子，有 2 枚放入 7 号盒子，有 1 枚放入 6 号盒子，2、4、5 号盒子未放入棋子。各盒子中的白子数目如下表。

$200=7\times 28+4$ ，经过 28 次循环后，第 197 枚棋子放入 1 号盒子，第 198 枚棋子放入 3 号盒子，第 199 枚棋子放入 6 号盒子，第 200 枚棋子放入 3 号盒子。

在小青逆时针放子时，我们依逆时针方向给盒子不间断编号，同样地每 7 枚棋子为一个周期， $300=7\times 42+6$ ，可以求出各盒子中的红子数目如下表。

盒子编号	1	2	3	4	5	6	7
白子	57	0	58	0	0	29	56
红子	86	85	43	0	0	86	0
棋子总数	143	85	101	0	0	115	56

第十三届“华罗庚金杯”少年组数学邀请赛决赛试卷（小学组）

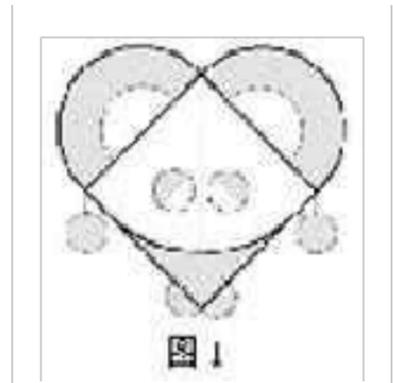
姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

一. 填空（每题体 10 分，共 80 分）

1. 计算：
$$\frac{6 \ 4014 \ 9 \ 4014}{3 \ 4014 \ 3 \ 4014} \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 林林倒满一杯纯牛奶，第一次喝了 $\frac{1}{3}$ ，然后加入豆浆，将杯子斟满并搅拌均匀，第二次，林林又喝了 $\frac{1}{3}$ ，继续用豆浆将杯子斟满并搅拌均匀，重复上述过程，那么第四次后，林林共喝了一杯纯牛奶总量的\_\_\_\_\_（用分数表示）。

3. 图1 是小明用一些半径为 1 厘米，2 厘米，4 厘米，和 8 厘米的圆，半圆，圆弧和一个正方形组成的一个鼠头图案，图中阴影部分的总面积为\_\_\_\_\_平方厘米。



4. 悉尼与北京的时差是 3 小时，例如：悉尼时间 12:00 时，北京时间是 9:00。某日，当悉尼时间 9:15 时，小马和小杨分别乘机从悉尼和北京同时出发去对方所在地，小马于北京时间 19:33 分到达北京。小马和小杨路途上所用时间之比为 7:6，那么小杨到达悉尼时，当地时间是\_\_\_\_\_。

5. 将六个自然数 14, 20, 33, 117, 143, 175 分组，如果要求每组中的任意两个数都互质，则至少需要将这些数分成\_\_\_\_\_组。

6. 对于大于零的分数，有如下 4 个结论：

- ①两个真分数的和是真分数；
- ②两个真分数的积是真分数；
- ③一个真分数与一个假分数的和是一个假分数；
- ④一个真分数与一个假分数的积是一个假分数。

其中正确结论的编号是\_\_\_\_\_。

7. 记  $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{1023}{1024}$ ，那么比 A 小的最大自然数是\_\_\_\_\_。

8. 黑板上写着 1 至 2008 共 2008 个自然数，小明每次擦去两个奇偶性相同的数，再写上它们的平均数，最后黑板上只剩下一个自然数，这个数可能的最大值和最小值的差是\_\_\_\_\_。

二. 解下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/245100033201012012>