

# 学习资料整理汇编

(考点或配套习题突击训练)

## 2022 年高二数学上册常考题专练重难点突破专题 11 双曲线方程及其简单几何性质中档题突破

### 题型一 双曲线的标准方程

1. 与双曲线  $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$  共焦点，且离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  的椭圆的标准方程为( )
- A.  $\frac{y^2}{2} + x^2 = 1$       B.  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$       C.  $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$       D.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$
- 曲线  $C$  与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  有相同的焦距，一条渐近线方程为  $x - 2y = 0$ ，则双曲线  $C$  的标准方程为( )
2. 与双曲线  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  有相同渐近线，且与椭圆  $\frac{y^2}{8} + \frac{x^2}{2} = 1$  有共同焦点的双曲线方程是( )
- A.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$       B.  $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{4} = 1$       C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$       D.  $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$
- A.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$       B.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  或  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$   
C.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$  或  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$       D.  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$
4. 设双曲线  $C$  经过点  $(1, 3)$ ，且与  $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$  具有相同渐近线，则  $C$  的方程为\_\_\_\_\_.
5. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  为双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点，点  $M$  在  $E$  的右支上， $\triangle F_1MF_2$  为等腰三角形，且  $\angle MF_2F_1 = 120^\circ$ ，则  $E$  的离心率为( )
- A.  $\sqrt{3} + 1$       B.  $\sqrt{5} - 1$       C.  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$
6. 已知抛物线  $y^2 = 8x$ ，若双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  以抛物线焦点为右焦点，且一条渐近线方程是  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，则该双曲线的标准方程为( )
- A.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$       B.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$       C.  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$       D.  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$
7. 根据下列已知条件求曲线方程.

( I ) 求与双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  共渐近线且过  $A(2\sqrt{3}, -3)$  点的双曲线方程；

( II ) 求与椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  有相同离心率且经过点  $(2, -\sqrt{3})$  的椭圆方程.

## 题型二 双曲线的性质

8. 我们把方程分别为:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  和  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  的双曲线称为共轭双曲线，则共轭双曲线有相同( )

- A. 离心率      B. 渐近线      C. 焦点      D. 顶点

9. 对于双曲线  $C_1: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  和  $C_2: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ ，给出下列四个结论：

(1) 离心率相等；(2) 渐近线相同；(3) 没有公共点；(4) 焦距相等，其中正确的结论是( )

- A. (1)(2)(4)      B. (1)(3)(4)      C. (2)(3)(4)      D. (2)(4)

10. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的焦点为  $F_1, F_2$ ，过左焦点  $F_1$  交双曲线左支于  $A, B$  两点，若  $|AF_2| + |BF_2| = 2|AB|$ ，则  $|AB|$  等于 \_\_\_\_.

11. 已知  $F_1, F_2$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点，斜率为  $\frac{3}{4}$  的直线  $l$  过  $F_1$  分

别交双曲线左、右支于  $A, B$  点， $|F_2A| = |F_2B|$ ，则双曲线  $C$  的渐近线方程为( )

- A.  $y = \pm\sqrt{7}x$       B.  $y = \pm\frac{5\sqrt{7}}{7}x$       C.  $y = \pm\frac{4\sqrt{14}}{7}x$       D.  $y = \pm\frac{3\sqrt{14}}{7}x$

12. 直线  $x + \sqrt{3}y = 0$  是双曲线等  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线，且双曲线的一个顶点到渐近线的距离为  $\sqrt{3}$ ，则该双曲线的虚轴长为( )

- A. 4      B. 8      C.  $2\sqrt{3}$       D.  $4\sqrt{3}$

13. 双曲线  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1$  的右焦点到直线  $ax + y - a - 1 = 0$  的距离的最大值为( )

- A.  $\sqrt{3}$       B. 2      C.  $\sqrt{5}$       D. 3

14. 已知双曲线  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，点  $M, N$  分别为渐近线和双曲线左支上的动点，则  $|MN| + |NF_2|$  取得最小值为 \_\_\_\_.

15. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{8} - y^2 = 1$  的左焦点为  $F$ , 点  $M$  在双曲线  $C$  的右支上,  $A(0, 3)$ , 当  $\Delta MAF$  的周长最小时,  $\Delta MAF$  的面积为( )

- A.  $\frac{60}{7}$       B. 9      C.  $\frac{3}{7}$       D. 4

16. 定义: 以双曲线的实轴为虚轴, 虚轴为实轴的双曲线与原双曲线互为共轭双曲线. 以下关于共轭双曲线的结论正确的是( )

- A. 与  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$  共轭的双曲线是  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$   
B. 互为共轭的双曲线渐近线不相同  
C. 互为共轭的双曲线的离心率为  $e_1, e_2$ , 则  $e_1 e_2 \dots 2$   
D. 互为共轭的双曲线的 4 个焦点在同一圆上

### 题型三 轨迹问题

17. 平面内有两个定点  $F_1(-5, 0)$  和  $F_2(5, 0)$ , 动点  $P$  满足条件  $|PF_1| - |PF_2| = 6$ , 则动点  $P$  的轨迹方程是( )

- A.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1(x, -4)$       B.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1(x, -3)$   
C.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1(x \dots 4)$       D.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1(x \dots 3)$

18. 若动点  $M$  满足  $\sqrt{(x+5)^2 + y^2} - \sqrt{(x-5)^2 + y^2} = 6$ , 则点  $M$  的轨迹方程为\_\_\_\_\_.

19. 已知动圆  $E$  与圆  $A:(x+4)^2 + y^2 = 2$  外切, 与圆  $B:(x-4)^2 + y^2 = 2$  内切, 则动圆圆心  $E$  的轨迹方程为\_\_\_\_\_.

20. 设  $P$  是以  $F_1, F_2$  为焦点的双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  上的动点, 则  $\triangle F_1PF_2$  的重心  $G$  的轨迹方程是( )

- A.  $\frac{9x^2}{16} - y^2 = 1(y \neq 0)$       B.  $\frac{9y^2}{16} - x^2 = 1(y \neq 0)$   
C.  $\frac{9x^2}{16} + y^2 = 1(y \neq 0)$       D.  $\frac{9y^2}{16} + x^2 = 1(y \neq 0)$

21. (1) 已知双曲线中心在原点, 该双曲线过点  $(4, \sqrt{3})$ , 且渐近线方程为  $y = \pm \frac{1}{2}x$ , 求该双曲线的方程.

(2) 已知圆  $M$  与圆  $C_1: x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$  外切, 同时与圆  $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 91 = 0$  内切, 求

动圆  $M$  圆心的轨迹方程.

22. (1) 求与双曲线  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$  有共同的渐近线，且经过点  $A(-\sqrt{3}, 2\sqrt{5})$  的双曲线的方程.

(2) 已知  $B(-2, 0)$ ,  $C(2, 0)$ , 若  $\Delta ABC$  的周长为 10, 求顶点  $A$  的轨迹方程.

23. 双曲线  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ ,  $F_1$ 、 $F_2$  为其左右焦点,  $C$  是以  $F_2$  为圆心且过原点的圆.

(1) 求  $C$  的轨迹方程;

(2) 动点  $P$  在  $C$  上运动,  $M$  满足  $\overrightarrow{F_1M} = 2\overrightarrow{MP}$ , 求  $M$  的轨迹方程.

#### 题型四 双曲线的离心率

24. 已知  $F_1$ ,  $F_2$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 过  $F_2$  作双曲线一条渐近线的垂线, 垂足为  $P$ , 若  $|PF_1|^2 - |PF_2|^2 = 2c^2$ , 则双曲线离心率的值为( )

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{3}$       C. 2      D. 3

25. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1$ 、 $F_2$ , 过  $F_2$  作渐近线的垂线,

垂足为  $P$ ,  $O$  为坐标原点, 且  $\tan \angle PF_2 O = \frac{1}{3}$ , 则双曲线的离心率为( )

- A.  $\sqrt{10}$       B. 3      C.  $2\sqrt{2}$       D.  $\frac{\sqrt{10}}{3}$

26. 已知双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1(-c, 0)$ ,  $F_2(c, 0)$ , 过  $F_2$  作以  $F_1$  为圆心、 $|OF_1|$  为半径的圆的切线切点为  $T$ . 延长  $F_2T$  交  $E$  的左支于  $P$  点, 若  $M$  为线段  $PF_2$  的中点, 且  $|MO| + |MT| = c$ , 则  $E$  的离心率为( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$       B.  $\sqrt{3}+1$       C.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$       D.  $\sqrt{5}+1$

27. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  与直线  $l: y = 4x + 1$  相交于  $M$ ,  $N$  两点, 直线  $l$  上存在一点  $P$  满足  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$ , 坐标原点为  $O$ , 直线  $OP$  的斜率为 2, 则该双曲线的离心率为( )

- A.  $\sqrt{3}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 3

28. 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $P$  是双曲线  $C$  上一点,

$PF_2 \perp x$  轴,  $\tan \angle PF_1 F_2 = \frac{3}{4}$ , 则双曲线的离心率为( )

A.  $\frac{4}{3}$

B.  $\sqrt{2}$

C.  $\sqrt{3}$

D. 2

29. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ，过点  $F_2$  作直线  $l$  交双曲线  $C$  的右支于  $A, B$  两点，其中点  $A$  在第一象限，且  $|AF_2| = 3|BF_2|$ 。若  $|AB| = |AF_1|$ ，则双曲线  $C$  的离心率为（ ）

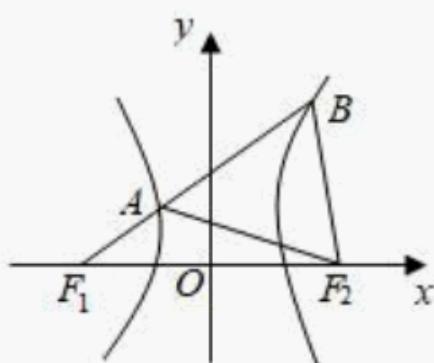
A.  $\frac{3}{2}$

B. 2

C.  $\sqrt{15}$

D. 4

30. 已知点  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点，过  $F_1$  的直线与双曲线右支交于点  $P$ ，过  $F_2$  作  $\angle F_1PF_2$  的角平分线的垂线，垂足为  $A$ ，若  $|F_1A| = \sqrt{3}b$ ，则双曲线的离心率的取值范围是（ ）
- A.  $(1, \sqrt{2})$       B.  $(1, \sqrt{3})$       C.  $(\sqrt{2}, 2)$       D.  $(\sqrt{3}, 2)$
31.  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点，过点  $F_1$  的直线  $l$  与双曲线的左、右两支分别交于  $A, B$  两点，若  $\Delta ABF_2$  是等边三角形，则该双曲线的离心率为（ ）



A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{3}$

C.  $\sqrt{5}$

D.  $\sqrt{7}$

## 专题 11 双曲线方程及其简单几何性质中档题突破

### 题型一 双曲线的标准方程

1. 与双曲线  $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$  共焦点，且离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  的椭圆的标准方程为（ ）

A.  $\frac{y^2}{2} + x^2 = 1$

B.  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

C.  $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$

D.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

【解答】解：设椭圆的半焦距为  $c$ 。

由椭圆与双曲线  $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$  有公共焦点，

得椭圆的焦点坐标为  $(0, -\sqrt{3})$ ,  $(0, \sqrt{3})$ ,

$\therefore c = \sqrt{3}$ , 再由  $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 可得  $a = 2$ ,  $\therefore b = \sqrt{a^2 - c^2} = 1$ ,

则椭圆的标准方程为  $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$ ,

故选: C.

2. 与双曲线  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  有相同渐近线, 且与椭圆  $\frac{y^2}{8} + \frac{x^2}{2} = 1$  有共同焦点的双曲线方程是( )

- A.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$       B.  $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{4} = 1$       C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$       D.  $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$

【解答】解: 由  $\frac{y^2}{8} + \frac{x^2}{2} = 1$ , 得  $a^2 = 8$ ,  $b^2 = 2$ ,

$\therefore c^2 = 6$ , 得  $c = \sqrt{6}$ ,

即椭圆的半焦距为  $\sqrt{6}$ .

设与双曲线  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  有相同渐近线的双曲线方程为  $\frac{x^2}{2} - y^2 = \lambda$ ,

$\because$  所求双曲线的焦点在  $y$  轴上, 则  $\lambda < 0$ ,

双曲线方程化为:  $\frac{y^2}{-\lambda} - \frac{x^2}{-2\lambda} = 1$ ,

设双曲线的实半轴长为  $m$ , 虚半轴长为  $n$ ,

则  $m^2 = -\lambda$ ,  $n^2 = -2\lambda$ ,

$\therefore m^2 + n^2 = -\lambda - 2\lambda = (\sqrt{6})^2$ , 解得:  $\lambda = -2$ .

$\therefore$  所求双曲线的方程为  $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{4} = 1$ .

故选: B.

3. 双曲线  $C$  与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  有相同的焦距, 一条渐近线方程为  $x - 2y = 0$ , 则双曲线  $C$  的标准方程为( )

- A.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$       B.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  或  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$   
C.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$  或  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$       D.  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

【解答】解:  $\because$  椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  中,  $c = \sqrt{9-4} = \sqrt{5}$ ,

$\therefore$  焦距  $|F_1F_2| = 2c = 2\sqrt{5}$ ,

$\because$  双曲线  $C$  与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  有相同的焦距，一条渐近线方程为  $x - 2y = 0$ ，

$\therefore$  设双曲线方程为  $\frac{x^2}{4} - y^2 = \lambda$ ,  $\lambda \neq 0$

化为标准方程，得：  $\frac{x^2}{4\lambda} - \frac{y^2}{\lambda} = 1$ ,

当  $\lambda > 0$  时， $c = \sqrt{4\lambda + \lambda} = \sqrt{5}$ ，解得  $\lambda = 1$ ，

$\therefore$  双曲线方程为  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ ；

当  $\lambda < 0$  时， $c = \sqrt{-\lambda - 4\lambda} = \sqrt{5}$ ，解得  $\lambda = -1$ ，

$\therefore$  双曲线方程为  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$ .

$\therefore$  双曲线方程为  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  或  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$ .

故选：B.

4. 设双曲线  $C$  经过点  $(1, 3)$ ，且与  $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$  具有相同渐近线，则  $C$  的方程为  $\frac{y^2}{6} - \frac{x^2}{2} = 1$ .

【解答】解： $\because$  双曲线  $C$  经过点  $(1, 3)$ ，且与  $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$  具有相同渐近线，

$\therefore$  设双曲线  $C$  的方程为  $\frac{y^2}{3} - x^2 = \lambda$ , ( $\lambda \neq 0$ )，

把点  $(1, 3)$  代入，得：  $\frac{9}{3} - 1 = \lambda$ ，解得  $\lambda = 2$ ，

$\therefore$  双曲线  $C$  的方程为：  $\frac{y^2}{6} - \frac{x^2}{2} = 1$ .

故答案为：  $\frac{y^2}{6} - \frac{x^2}{2} = 1$ .

5. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  为双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点，点  $M$  在  $E$  的右支上， $\triangle F_1MF_2$  为等腰三角形，且  $\angle MF_2F_1 = 120^\circ$ ，则  $E$  的离心率为( )

- A.  $\sqrt{3} + 1$       B.  $\sqrt{5} - 1$       C.  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

【解答】解：因为  $\triangle F_1MF_2$  为等腰三角形，且  $\angle MF_2F_1 = 120^\circ$ ，

所以  $\angle MF_1F_2 = 30^\circ$ ，

所以  $|MF_2| = |F_1F_2| = 2c$ ，

过点  $F_2$  作  $F_2H \perp MF_1$ ，垂足为  $H$ ，

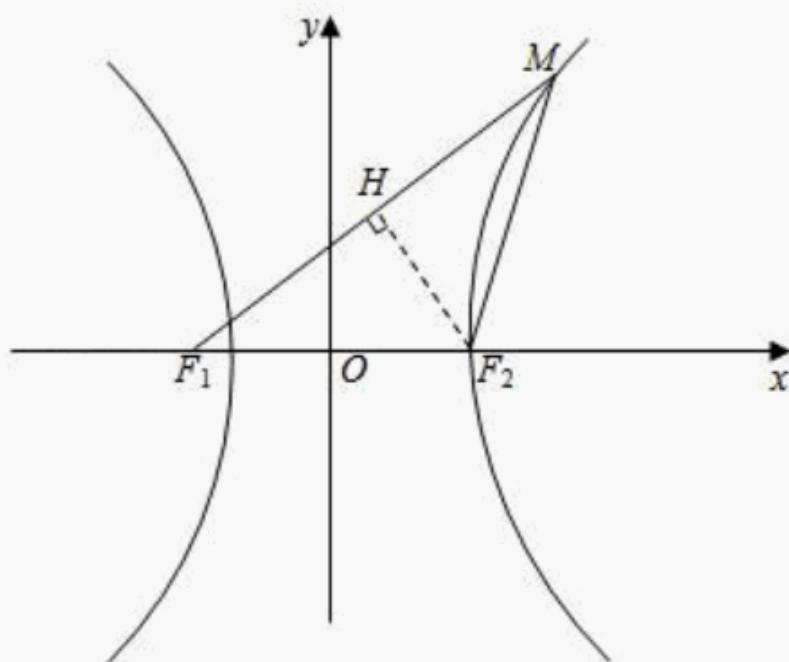
所以  $|MF_1|=2|HF_1|=2|F_1F_2|\cos 30^\circ=2\times 2c \times \frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}c$ ，

由双曲线的定义可得  $|MF_1|-|MF_2|=2a$ ，

所以  $2\sqrt{3}c-2c=2a$ ，

所以  $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ，

故选：D.



6. 已知抛物线  $y^2 = 8x$ ，若双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$  以抛物线焦点为右焦点，且一条渐

近线方程是  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，则该双曲线的标准方程为( )

- A.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$       B.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$       C.  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$       D.  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

【解答】解：抛物线  $y^2 = 8x$  的焦点为  $(2, 0)$ ，

因为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$  以抛物线焦点为右焦点，

所以  $c = 2$  ①，  $c^2 = a^2 + b^2$  ②，

双曲线的渐近线为  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，

所以  $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  ③，

由①②③，解得  $a^2 = 3$ ，  $b^2 = 1$ ，

所以双曲线的方程为  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 。

故选：D.

7. 根据下列已知条件求曲线方程.

(I) 求与双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  共渐近线且过  $A(2\sqrt{3}, -3)$  点的双曲线方程;

(II) 求与椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  有相同离心率且经过点  $(2, -\sqrt{3})$  的椭圆方程.

【解答】解：(I) 设与双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  共渐近线的双曲线方程为:  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = \lambda (\lambda \neq 0)$

$\because$  点  $A(2\sqrt{3}, -3)$  在双曲线上,

$$\therefore \lambda = \frac{12}{16} - \frac{9}{9} = -\frac{1}{4}$$

$\therefore$  所求双曲线方程为:  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -\frac{1}{4}$ , 即  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$ .

(II) 若焦点在  $x$  轴上, 设所求椭圆方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = t (t > 0)$ , 将点  $(2, -\sqrt{3})$  代入, 得  $t = 2$ ,

故所求方程为  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$ .

若焦点在  $y$  轴上, 设方程为  $\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{3} = \lambda (\lambda > 0)$  代入点  $(2, -\sqrt{3})$ , 得  $\lambda = \frac{25}{12}$ ,

$$\therefore \frac{y^2}{\frac{25}{3}} + \frac{x^2}{\frac{25}{4}} = 1.$$

## 题型二 双曲线的性质

8. 我们把方程分别为:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  和  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  的双曲线称为共轭双曲线, 则共轭双曲线有相同( )

- A. 离心率      B. 渐近线      C. 焦点      D. 顶点

【解答】解: 共轭双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  和  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  的  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ , 设  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,

可得它们的焦点为  $(\pm c, 0)$ ,  $(0, \pm c)$ ,

渐近线方程均为  $y = \pm \frac{b}{a}x$ ,

离心率分别为  $\frac{c}{a}$  和  $\frac{c}{b}$ ,

它们的顶点分别为  $(\pm a, 0)$ ,  $(0, \pm b)$ ,

故选：B.

9. 对于双曲线  $C_1: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  和  $C_2: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ ，给出下列四个结论：

(1) 离心率相等；(2) 渐近线相同；(3) 没有公共点；(4) 焦距相等，其中正确的结论是( )

- A. (1)(2)(4)      B. (1)(3)(4)      C. (2)(3)(4)      D. (2)(4)

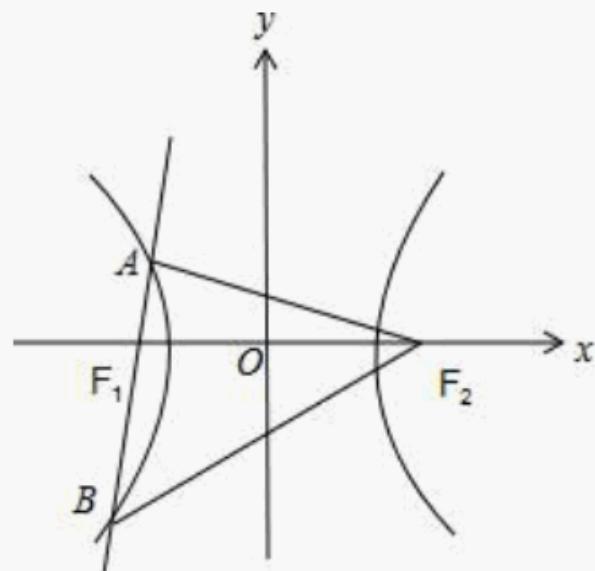
**【解答】解：**由题意，双曲线  $C_1: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ,  $C_2: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ ,

(1) 离心率分别为  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{5}{3}$ ; (2) 渐近线相同，为  $y = \pm \frac{3}{4}x$ ; (3) 没有公共点；(4) 焦距相等，为 10,

故选：C.

10. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的焦点为  $F_1$ ,  $F_2$ ，过左焦点  $F_1$  交双曲线左支于  $A$ 、 $B$  两点，若  $|AF_2| + |BF_2| = 2|AB|$ ，则  $|AB|$  等于 4a.

**【解答】解：**如图，



由双曲线定义可得： $|AF_2| - |AF_1| = 2a$ ,  $|BF_2| - |BF_1| = 2a$ ,

$$\therefore |AF_2| + |BF_2| = 4a + (|AF_1| + |BF_1|) = 4a + |AB|,$$

又已知  $|AF_2| + |BF_2| = 2|AB|$ ,

$$\therefore 2|AB| = 4a + |AB|, \text{ 得 } |AB| = 4a.$$

故答案为：4a.

11. 已知  $F_1$ ,  $F_2$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点，斜率为  $\frac{3}{4}$  的直线  $l$  过  $F_1$  分

别交双曲线左、右支于  $A$ 、 $B$  点， $|F_2A| = |F_2B|$ ，则双曲线  $C$  的渐近线方程为( )

- A.  $y = \pm \sqrt{7}x$       B.  $y = \pm \frac{5\sqrt{7}}{7}x$       C.  $y = \pm \frac{4\sqrt{14}}{7}x$       D.  $y = \pm \frac{3\sqrt{14}}{7}x$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/245231030323012004>