新疆伊犁哈萨克自治州奎屯市第一高级中学2024年高三全真数学试题模拟试卷(19)

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．直线$ax+by+\sqrt{2ab}=0(ab>0)$与圆$x^2+y^2=1$的位置关系是（　　）

A．相交　　B．相切　　C．相离　　D．相交或相切

2．已知集合$U=\{1，2，3，4，5，6\}$，$A=\{2，4\}$，$B=\{3，4\}$，则$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$（　　）

A．{3，5，6}　　B．{1，5，6}　　C．{2，3，4}　　D．{1，2，3，5，6}

3．不等式$\begin{cases}4x-y\geq 2,\\ x+y\leq 3\end{cases}$的解集记为$D$，有下面四个命题：$p_1:\forall(x,y)\in D,2y-x\leq 5$；$p_2:\exists(x,y)\in D,2y-x\geq 2$；

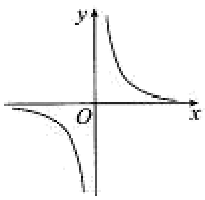
$p_3:\forall(x,y)\in D,2y-x\leq 2$；$p_4:\exists(x,y)\in D,2y-x\geq 4$.其中的真命题是（　　）

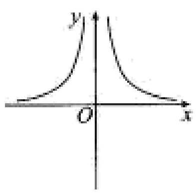
A．p_1,p_2　　B．p_2,p_3　　C．p_1,p_3　　D．p_2,p_4

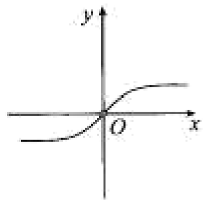
4．若$z=1-\mathrm{i}+\frac{2}{\mathrm{i}}$，则$z$的虚部是

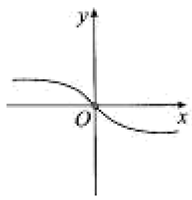
A．3　　B．-3　　C．$3\mathrm{i}$　　D．$-3\mathrm{i}$

5．函数$f\left(x\right)=\frac{\ln\left(x^2+1\right)}{x^3}$的大致图象是

A．

B．

C．

D．

6．在ΔABC中，D为AC的中点，E为AB上靠近点B的三等分点，且BD，CE相交于点P，则$\overrightarrow{AP}=$（　　）

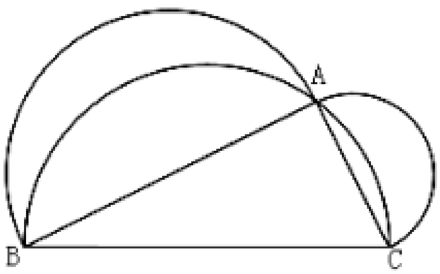
A．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

C．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

7．若命题□：从有2件正品和2件次品的产品中任选2件得到都是正品的概率为三分之一；命题□：在边长为4的正方形□□□□内任取一点□，则□□□□ > 90°的概率为$\frac{□}{8}$，则下列命题是真命题的是（　　）

A．□∧□　　B．(¬□)∧□　　C．□∧(¬□)　　D．¬□

8．下图是来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形，此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC、直角边 AB、AC，已知以直角边 AC、AB 为直径的半圆的面积之比为 $\frac{1}{4}$，记 $\angle ABC=\alpha$，则 $\cos^2\alpha+\sin 2\alpha=$（　　）



A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．1　　D．$\frac{8}{5}$

9．若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且满足 $3+a_5=a_3+a_8$，S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_{11}=$（　　）

A．27　　B．33　　C．39　　D．44

10．定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(-3-x)+f(x-3)=0$，若 $f(1)=1$，$f(2)=-2$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2020)=$（　　）

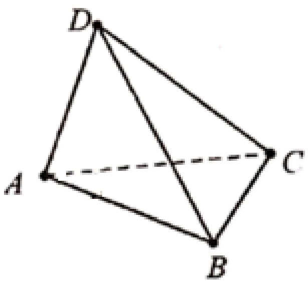
A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

11．已知函数 $f(x)=A\cos(2x+\varphi)(\varphi>0)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后，得到的图像关于 y 轴对称，$f(0)=1$，当 φ 取得最小值时，函数 $f(x)$ 的解析式为（　　）

A．$f(x)=\sqrt{2}\cos(2x+\frac{\pi}{4})$　　B．$f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{4})$

C．$f(x)=\sqrt{2}\cos(2x-\frac{\pi}{4})$　　D．$f(x)=\cos(2x-\frac{\pi}{4})$

12．如图，已知三棱锥 $D-ABC$ 中，平面 $DAB\perp$ 平面 ABC，记二面角 $D-AC-B$ 的平面角为 α，直线 DA 与平面 ABC 所成角为 β，直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ，则（　　）



A. $\alpha \geq \beta \geq \gamma$　　B. $\beta \geq \alpha \geq \gamma$　　C. $\alpha \geq \gamma \geq \beta$　　D. $\gamma \geq \alpha \geq \beta$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若曲线 $f(x)=ae^x-\ln x$（其中常数 $a\neq 0$）在点 $(1,f(1))$ 处的切线的斜率为 1，则 $a=$________.

14．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线与准线的一个交点坐标为 $(1,\sqrt{3})$，则双曲线的焦距为______.

15．设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1=1$，且 $3S_1$，$2S_2$，S_3 成等差数列，则 $a_n=$_____.

16．已知 $x=0$ 是函数 $f(x)=x(ax-\tan x)$ 的极大值点，则 a 的取值范围是____________.

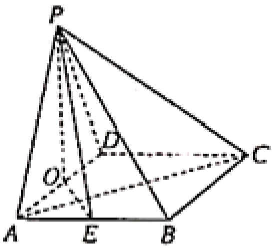
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在锐角三角形 ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c．已知 $\tan A,\tan B,\tan C$ 成等差数列，$\cos A,\sqrt{\cos C},\cos B$ 成等比数列.

（1）求 A 的值；

（2）若 $\vee ABC$ 的面积为 1, 求 c 的值.

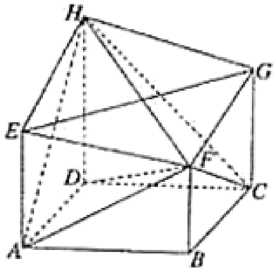
18．（12 分）在四棱椎 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为菱形，$PA=5$，$PB=\sqrt{43}$，$AB=6$，$PO\perp AD$，O，E 分别为 AD，AB 中点.$\angle BAD=60°$．



（1）求证：$AC\perp PE$；

（2）求平面 POE 与平面 PBD 所成锐二面角的余弦值.

19．（12 分）底面 $ABCD$ 为菱形的直四棱柱，被一平面截取后得到如图所示的几何体.若 $DA=DH=DB=4$，$AE=CG=3$．



（1）求证：$EG\perp DF$；

（2）求二面角 $A-HF-C$ 的正弦值.

20．（12 分）已知点 $M(-1,0),N(1,0)$，若点 $P(x,y)$ 满足 $|PM|+|PN|=4$．

（Ⅰ）求点 P 的轨迹方程；

（Ⅱ）过点 $Q(-\sqrt{3},0)$ 的直线 l 与（Ⅰ）中曲线相交于 A,B 两点，O 为坐标原点， 求ΔAOB 面积的最大值及此时直线 l 的方程.

21．（12 分）已知函数 $f(x)=\ln x-x^2+ax(a\in \mathbf{R})$.

（1）若 $f(x)\le 0$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（2）设函数 $f(x)$ 的极值点为 x_0，当 a 变化时，点 $(x_0,f(x_0))$ 构成曲线 M，证明：过原点的任意直线 $y=kx$ 与曲线 M 有且仅有一个公共点.

22．（10 分）已知非零实数 a,b 满足 $a<b$.

（1）求证：$a^3-b^3<2a^2b-2ab^2$；

（2）是否存在实数 λ，使得 $\frac{b}{a^2}-\frac{a}{b^2}\ge \lambda\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$ 恒成立？若存在，求出实数 λ 的取值范围； 若不存在，请说明理由

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

由几何法求出圆心到直线的距离，再与半径作比较，由此可得出结论.

【详解】

解：由题意，圆 $x^2+y^2=1$ 的圆心为 $O\left(0,0\right)$，半径 $r=1$，

∵圆心到直线的距离为 $d=\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

$\because a^2+b^2\ge 2ab$，

$\therefore d\le 1$，

故选：**D.**

【点睛】

本题主要考查直线与圆的位置关系，属于基础题.

2、**B**

【解析】

按补集、交集定义，即可求解.

【详解】

$\complement_U A=${**1，3，5，6**}，$\complement_U B=${**1，2，5，6**}，

所以$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=${**1，5，6**}.

故选：***B***.

【点睛】

本题考查集合间的运算，属于基础题.

3、**A**

【解析】

作出不等式组表示的可行域，然后对四个选项一一分析可得结果.

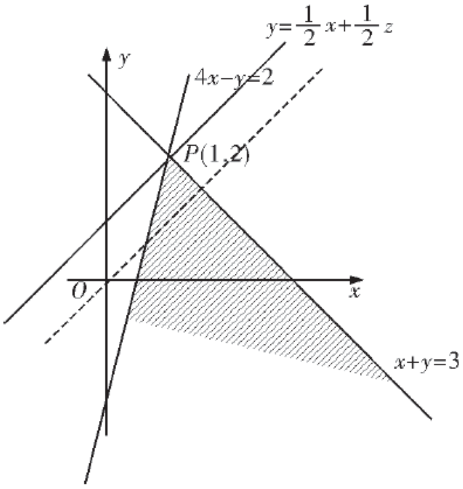
【详解】

作出可行域如图所示，当$x=1, y=2$时，$(2y-x)_{\max}=3$，即$2y-x$的取值范围为$(-\infty,3]$，所以

$\forall(x, y)\in D, 2y-x\le 5, p_1$为真命题；

$\exists(x, y)\in D, 2y-x\ge 2, p_2$为真命题；$p_3, p_4$为假命题.

故选：**A**



【点睛】

此题考查命题的真假判断与应用，着重考查作图能力，熟练作图，正确分析是关键，属于中档题.

4、**B**

【解析】

因为 $z=1-\mathrm{i}-2\mathrm{i}=1-3\mathrm{i}$，所以 z 的虚部是 -3.故选 **B**.

5、**A**

【解析】

利用函数的对称性及函数值的符号即可作出判断.

【详解】

由题意可知函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，可排除 **B** 选项;

当 $\mathrm{x}<0$ 时，$f\left(x\right)<0$，可排除 **D** 选项;

当 $\mathrm{x}=1$ 时，$f\left(1\right)=ln2$，当 $\mathrm{x}=3$ 时，$f(3)=\dfrac{\ln 10}{27}, \ln 2>\dfrac{\ln 10}{27}$，

即 $f\left(1\right)>f\left(3\right)$，可排除 **C** 选项，

故选：**A**

【点睛】

本题考查了函数图象的判断，函数对称性的应用，属于中档题.

6、**B**

【解析】

设 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+2y\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{3x}{2}\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AC}$，

由 ***B***，***P***，***D*** 三点共线，***C***，***P***，***E*** 三点共线,可知 $x+2y=1$，$\dfrac{3x}{2}+y=1$,解得 x, y 即可得出结果.

【详解】

设 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+2y\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{3x}{2}\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AC}$，

因为 ***B***，***P***，***D*** 三点共线，***C***，***P***，***E*** 三点共线，

所以 $x+2y=1$，$\dfrac{3x}{2}+y=1$，所以 $x=\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{1}{4}$.

故选:**B.**

【点睛】

本题考查了平面向量基本定理和向量共线定理的简单应用,属于基础题.

7、**B**

【解析】因为从有 **2** 件正品和 **2** 件次品的产品中任选 **2** 件得到都是正品的概率为□$_1=\frac{1}{□_4^2}=\frac{1}{6}$，即命题□

是错误，则¬□是正确的；在边长为 **4** 的正方形□□□□内任取一点□，若□□□□ > 90°的概率为$□_2 = \frac{\frac{1}{2}\times□\times4}{4\times4} = \frac{□}{8}$，

即命题□是正确的，故由符合命题的真假的判定规则可得答案 (¬□) ∧ □是正确的，应选答案 **B**。

点睛：本题将古典型概率公式、几何型概率公式与命题的真假（含或、且、非等连接词）的命题构成的复合命题的真假的判定有机地整合在一起，旨在考查命题真假的判定及古典概型的特征与计算公式的运用、几何概型的特征与计算公式的运用等知识与方法的综合运用，以及分析问题 解决问题的能力。

8、**D**

【解析】

根据以直角边 AC、AB 为直径的半圆的面积之比求得 $\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$，即 $\tan\alpha$ 的值，由此求得 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 的值，进而求得所求表达式的值.

【详解】

由于直角边 AC、AB 为直径的半圆的面积之比为 $\frac{1}{4}$，所以 $\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$，即 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$，所以 $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}},\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

所以 $\cos^2\alpha+\sin 2\alpha=\frac{4}{5}+2\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{8}{5}$.

故选：**D**

【点睛】

本小题主要考查同角三角函数的基本关系式，考查二倍角公式，属于基础题.

9、**B**

【解析】

利用等差数列性质，若 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$ 求出 $a_6=3$，再利用等差数列前 n 项和公式得

$S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=33$

【详解】

解：因为 $3+a_5=a_3+a_8$，由等差数列性质，若 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$ 得，

$\therefore a_6=3$.

S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=33$.

故选：B.

【点睛】

本题考查等差数列性质与等差数列前 n 项和.

(1)如果$\{a_n\}$为等差数列，若$m+n=p+q$，则$a_m+a_n=a_p+a_q$ $(m，n，p，q\in N^*)$．

(2)要注意等差数列前n项和公式的灵活应用，如$S_{2n-1}=(2n-1)a_n$．

10、**C**

【解析】

首先判断出$f\left(x\right)$是周期为6的周期函数，由此求得所求表达式的值.

【详解】

由已知$f\left(x\right)$为奇函数，得$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，

而$f\left(-3-x\right)+f\left(x-3\right)=0$，

所以$f\left(x-3\right)=f\left(x+3\right)$，

所以$f\left(x\right)=f\left(x+6\right)$，即$f\left(x\right)$的周期为$6$．

由于$f\left(1\right)=1$，$f\left(2\right)=-2$，$f\left(0\right)=0$，

所以$f\left(3\right)=f\left(-3\right)=-f\left(3\right)\Rightarrow f\left(3\right)=0$，

$f\left(4\right)=f\left(-2\right)=-f\left(2\right)=2$，

$f\left(5\right)=f\left(-1\right)=-f\left(1\right)=-1$，

$f\left(6\right)=f\left(0\right)=0$．

所以$f\left(1\right)+f\left(2\right)+f\left(3\right)+f\left(4\right)+f\left(5\right)+f\left(6\right)=0$，

又$2020=6\times336+4$，

所以$f\left(1\right)+f\left(2\right)+f\left(3\right)+\cdots+f\left(2020\right)=f\left(1\right)+f\left(2\right)+f\left(3\right)+f\left(4\right)=1$．

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查函数的奇偶性和周期性，属于基础题.

11、**A**

【解析】

先求出平移后的函数解析式，结合图像的对称性和$f\left(0\right)=1$得到**A**和φ.

【详解】

因为$f\left(x\right)=A\cos\left[2\left(x-\dfrac{\pi}{8}\right)+\varphi\right]=A\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}+\varphi\right)$关于$y$轴对称,所以$-\dfrac{\pi}{4}+\varphi=k\pi\left(k\in Z\right)$,所以$\varphi=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$,

φ的最小值是$\dfrac{\pi}{4}$. $f\left(0\right)=A\cos\dfrac{\pi}{4}=1$，则$A=\sqrt{2}$，所以$f\left(x\right)=\sqrt{2}\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图像变换及性质.平移图像时需注意 x 的系数和平移量之间的关系.

12、A

【解析】

作$DD'\perp AB$于D',$DE\perp AC$于E,分析可得$\alpha=\angle DED'$,$\beta=\angle DAD'$,再根据正弦的大小关系判断分析得$\alpha\geq\beta$,

再根据线面角的最小性判定$\beta\geq\gamma$即可.

【详解】

作$DD'\perp AB$于D',$DE\perp AC$于E.

因为平面$DAB\perp$平面ABC,$DD'\perp$平面ABC.故$AC\perp DE, AC\perp DD'$,

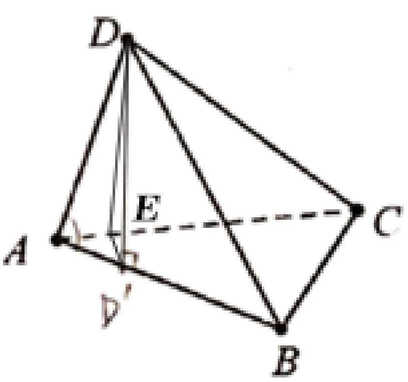
故$AC\perp$平面DED'.故二面角$D-AC-B$为$\alpha=\angle DED'$.

又直线DA与平面ABC所成角为$\beta=\angle DAD'$,因为$DA\geq DE$,

故$\sin\angle DED'=\dfrac{DD'}{DE}\geq\dfrac{DD'}{DA}=\sin\angle DAD'$.故$\alpha\geq\beta$,当且仅当$A,E$重合时取等号.

又直线AB与平面ADC所成角为γ,且$\beta=\angle DAD'$为直线AB与平面ADC内的直线AD所成角,故$\beta\geq\gamma$,当且仅当$BD\perp$平面ADC时取等号.

故$\alpha\geq\beta\geq\gamma$.



故选：A

【点睛】