吉林省长春市长春市十一高中2023-2024学年高考仿真卷数学试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．甲、乙、丙、丁四位同学利用暑假游玩某风景名胜大峡谷，四人各自去景区的百里绝壁、千丈瀑布、原始森林、远古村寨四大景点中的一个，每个景点去一人．已知：①甲不在远古村寨，也不在百里绝壁；②乙不在原始森林，也不在远古村寨；③“丙在远古村寨”是“甲在原始森林”的充分条件；④丁不在百里绝壁，也不在远古村寨．若以上语句都正确，则游玩千丈瀑布景点的同学是（　　）

A．甲　　**B**．乙　　**C**．丙　　**D**．丁

2．在$(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$的展开式中，含$x^3$的项的系数是（　　）

A．74　　**B**．121　　**C**．-74　　**D**．-121

3．$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$a=1$，$B=30°$，$\cos C=\dfrac{-2\sqrt{7}}{7}$，则$\triangle ABC$的面积为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　**B**．$\sqrt{3}$　　**C**．$\sqrt{7}$　　**D**．$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

4．已知点$A(-3,0),B(0,3)$，若点P在曲线$y=-\sqrt{1-x^2}$上运动，则$\triangle PAB$面积的最小值为（　　）

A．6　　**B**．3　　**C**．$\dfrac{9}{2}-\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$　　**D**．$\dfrac{9}{2}+\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$

5．已知点P是双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0,c=\sqrt{a^2+b^2})$上一点，若点$P$到双曲线$C$的两条渐近线的距离之积为$\dfrac{1}{4}c^2$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　**B**．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　**C**．$\sqrt{3}$　　**D**．2

6．如图是甲、乙两位同学在六次数学小测试（满分**100**分）中得分情况的茎叶图，则下列说法错误的是（　　）

甲		乙
9	7	2 4
2 2 8	8	1 9
1 3	9	6 9

A．甲得分的平均数比乙大　　　　B．甲得分的极差比乙大

C．甲得分的方差比乙小　　　　D．甲得分的中位数和乙相等

7．已知 $f(x)$ 是定义在 $\left[-2,2\right]$ 上的奇函数，当 $x\in\left(0,2\right]$ 时，$f(x)=2^{x}-1$，则 $f\left(-2\right)+f\left(0\right)=$（　　）

A．-3　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．-2

8．函数$\square(\square)=\sqrt{2\square-3}+\frac{1}{\square-3}$的定义域为（　　）

A．$[\frac{3}{2}$，3）∪（3，+∞）　　B．（-∞，3）∪（3，+∞）

C．$[\frac{3}{2}$，+∞）　　D．（3，+∞）

9．已知不重合的平面α,β,γ 和直线l ，则“$\alpha//\beta$ ”的充分不必要条件是（　　）

A．α 内有无数条直线与β 平行　　　　B．$l\perp\alpha$ 且$l\perp\beta$

C．$\alpha\perp\gamma$ 且$\gamma\perp\beta$　　　　D．α 内的任何直线都与β 平行

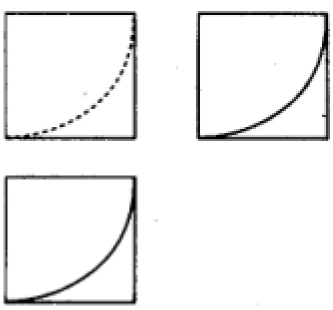
10．已知复数$(1+\square)(\square+\square)$为纯虚数($\square$为虚数单位)，则实数$\square=$（　　）

A．-1　　　　B．1　　　　C．0　　　　D．2

11．数列$\left\{a_n\right\}$满足：$a_{n+2}+a_n=a_{n+1}$，$a_1=1$，$a_2=2$，S_n为其前 **n** 项和，则$S_{2019}=$（　　）

A．0　　　　B．1　　　　C．3　　　　D．4

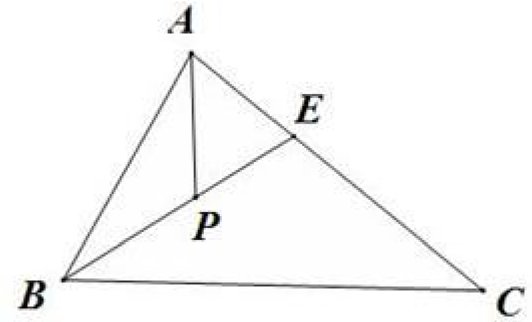
12．一个几何体的三视图如图所示，正视图、侧视图和俯视图都是由一个边长为a的正方形及正方形内一段圆弧组成，则这个几何体的表面积是（　）



A. $\left(3-\frac{\pi}{4}\right)a^2$ B. $\left(6-\frac{\pi}{2}\right)a^2$ C. $\left(6-\frac{\pi}{4}\right)a^2$ D. $\left(6-\frac{3\pi}{4}\right)a^2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图，在△ABC 中，E 为边 AC 上一点，且 $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AE}$，P 为 BE 上一点，且满足 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}(m>0,n>0)$，则 $\frac{1}{n}+\frac{3}{m}+3$ 的最小值为______.



14．$\left(2x^2+\frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中，常数项为______；系数最大的项是______.

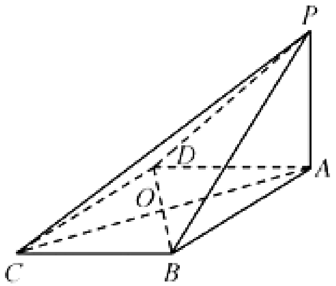
15．设 $(\sqrt{2}+x)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\ a_{10}x^{10}$，则 $a_2=$_____，

（$a_0+a_2+a_4+\ldots+a_{10})^2-\left(a_1+a_3+a_5+\ldots+a_9\right)^2$ 的值为______.

16．已知向量 $\vec{a}=(1,1),|\vec{b}|=2$，且向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$, $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=$_______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$\angle BAD=60^\circ$ $AB=4$.



（1）求证：$BD\perp$ 平面 PAC；

（2）若直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 30°，求平面 PAB 与平面 PCD 所成锐二面角的余弦值.

18．（12 分）已知直线 $y=x-1$ 是曲线 $f(x)=a\ln x$ 的切线.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式，

（2）若 $t\leq 3-4\ln 2$，证明:对于任意 $m>0$，$h(x)=mx-\sqrt{x}+f(x)+t$ 有且仅有一个零点.

19．（12 分）已知动圆 E 与圆 $M:\left(x-1\right)^2+y^2=\frac{1}{4}$ 外切，并与直线 $x=-\frac{1}{2}$ 相切，记动圆圆心 E 的轨迹为曲线 C.

（1）求曲线 **C** 的方程；

（2）过点 $Q(-2,0)$ 的直线 **l** 交曲线 **C** 于 **A**，**B** 两点，若曲线 **C** 上存在点 **P** 使得 $\angle APB=90°$，求直线 **l** 的斜率 **k** 的取值范围.

20.（12 分）已知 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均为正项数列，其前 n 项和分别为 S_n，T_n，且 $a_1=\frac{1}{2}$，$b_1=1$，$b_2=2$，当 $n\geq 2$，$n\in N^*$ 时，$S_{n-1}=1-2a_n$，$b_n=\frac{2(T_n^{\ 2}-T_{n-1}^2)}{b_{n+1}+b_{n-1}}-2T_{n-1}$.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=\frac{(b_n+2)a_n}{b_n^{\ 2}+b_n}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 P_n.

21.（12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右顶点分别为 A、B，焦距为 2，点 P 为椭圆上异于 A、B 的点，且直线 PA 和 PB 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$.

（1）求 C 的方程；

（2）设直线 AP 与 y 轴的交点为 Q，过坐标原点 O 作 $OM//AP$ 交椭圆于点 M，试探究 $\frac{|AP|\cdot|AQ|}{|OM|^2}$ 是否为定值，若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

22.（10 分）如图，设 **A** 是由 $n\times n$ 个实数组成的 **n** 行 **n** 列的数表，其中 a_{ij} (**i**，**j**=1，2，3，…，**n**)表示位于第 **i** 行第 **j** 列的实数，且 $a_{ij}\in\{1，-1\}$.记 **S**(**n**，**n**)为所有这样的数表构成的集合．对于 $A\in(n，n)$，记 $r_i(A)$为 **A** 的第 **i** 行各数之积，$c_j(A)$为 **A** 的第 **j** 列各数之积．令 $l(A)=\sum_{i=1}^{n}r_i(A)+\sum_{j=1}^{n}c_j(A)$

a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
a_{21}	a_{22}		a_{2n}
…	…	…	…
a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nn}

（Ⅰ）请写出一个 $A\in S(4，4)$，使得 $l(A)=0$；

（Ⅱ）是否存在 $A\in S(9，9)$，使得 $l(A)=0$？说明理由；

（Ⅲ）给定正整数 n，对于所有的 $A\in S(n，n)$，求 $l(A)$的取值集合.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据演绎推理进行判断.

【详解】

由①②④可知甲乙丁都不在远古村寨，必有丙同学去了远古村寨，由③可知必有甲去了原始森林，由④可知丁去了千丈瀑布，因此游玩千丈瀑布景点的同学是丁.

故选：D.

【点睛】

本题考查演绎推理，掌握演绎推理的定义是解题基础.

2、D

【解析】

根据 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，利用通项公式得到含 x^3 的项为：$(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)\left(-x\right)^3$，进而得到其系数，

【详解】

因为在 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$，

所以含 x^3 的项为：$(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)\left(-x\right)^3$，

所以含 x^3 的项的系数是的系数是 $-(C_5^3+C_6^3+C_7^3+C_8^3)$，

$=-\left(10+20+35+56\right)=-121$，

故选：D

【点睛】

本题主要考查二项展开式及通项公式和项的系数，还考查了运算求解的能力，属于基础题，

3、A

【解析】

先求出$\sin A$，由正弦定理求得c，然后由面积公式计算.

【详解】

由题意$\sin C=\sqrt{1-(-\frac{2\sqrt{7}}{7})^2}=\frac{\sqrt{21}}{7}$，

$$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{1}{2}\times(-\frac{2\sqrt{7}}{7})+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=\frac{\sqrt{7}}{14}.$$

由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{1\times\sin 30^\circ}{\frac{\sqrt{7}}{14}}=\sqrt{7}$，

$$S==\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故选：**A.**

【点睛】

本题考查求三角形面积，考查正弦定理，同角间的三角函数关系，两角和的正弦公式与诱导公式，解题时要根据已知求值要求确定解题思路，确定选用公式顺序，以便正确快速求解.

4、**B**

【解析】

求得直线AB的方程，画出曲线表示的下半圆，结合图象可得P位于$(-1,0)$，结合点到直线的距离公式和两点的距离公式，以及三角形的面积公式，可得所求最小值.

【详解】

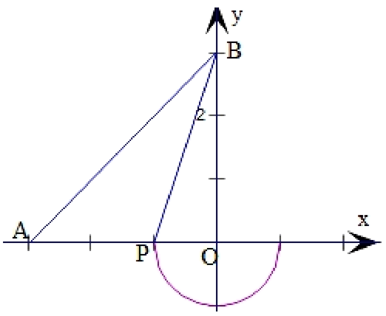
解：曲线$y=-\sqrt{1-x^2}$表示以原点O为圆心，1为半径的下半圆(包括两个端点)，如图，

直线AB的方程为$x-y+3=0$，

可得$|AB|=3\sqrt{2}$，由圆与直线的位置关系知P在$(-1,0)$时，P到直线AB距离最短，即为$\frac{|-1-0+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

则$\triangle PAB$的面积的最小值为$\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\sqrt{2}=3$.

故选：***B.***



【点睛】

本题考查三角形面积最值，解题关键是掌握直线与圆的位置关系，确定半圆上的点到直线距离的最小值，这由数形结合思想易得.

5、**A**

【解析】

设点P的坐标为(m,n)，代入椭圆方程可得$b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$，然后分别求出点P到两条渐近线的距离，由距离之积为$\frac{1}{4}c^2$，并结合$b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$，可得到a,b,c的齐次方程，进而可求出离心率的值.

【详解】

设点P的坐标为(m,n)，有$\frac{m^2}{a^2}-\frac{n^2}{b^2}=1$，得$b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$.

双曲线的两条渐近线方程为$bx-ay=0$和$bx+ay=0$，则点P到双曲线C的两条渐近线的距离之积为

$$\frac{|bm-an|}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\frac{|bm+an|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|b^2m^2-a^2n^2|}{a^2+b^2}=\frac{a^2b^2}{c^2},$$

所以$\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{1}{4}c^2$，则$4a^2(c^2-a^2)=c^4$，即$\left(c^2-2a^2\right)^2=0$，故$c^2-2a^2=0$，即$e^2=\frac{c^2}{a^2}=2$，所以$e=\sqrt{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查双曲线的离心率，构造a,b,c的齐次方程是解决本题的关键，属于中档题.

6、**B**

【解析】

由平均数、方差公式和极差、中位数概念，可得所求结论.

【详解】

对于甲，$\overline{x_1}=\frac{79+88+82+82+93+91}{6}\approx85.8$；

对于乙，$\overline{x_2}=\dfrac{72+74+81+89+96+99}{6}\approx 85.2$，

故 A 正确；

甲的极差为 $93-79=14$，乙的极差为 $99-72=27$，故 B 错误；

对于甲，方差 $S_1^2\approx 26.5$，

对于乙，方差 $S_2^2\approx 106.5$，故 C 正确；

甲得分的中位数为 $\dfrac{82+88}{2}=85$，乙得分的中位数为 $\dfrac{81+89}{2}=85$，故 D 正确.

故选：B.

【点睛】

本题考查茎叶图的应用，考查平均数和方差等概念，培养计算能力，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平，属于基础题.

7、**A**

【解析】

由奇函数定义求出 $f(0)$ 和 $f(-2)$.

【详解】

因为 $f(x)$ 是定义在 $[-2,2]$ 上的奇函数，$\therefore f(0)=0$.又当 $x\in(0,2]$ 时，

$f(x)=2^x-1,\therefore f(-2)=-f(2)=-\left(2^2-1\right)=-3$，$\therefore f(-2)+f(0)=-3$.

故选：**A**.

【点睛】

本题考查函数的奇偶性，掌握奇函数的定义是解题关键.

8、**A**

【解析】

根据幂函数的定义域与分母不为零列不等式组求解即可.

【详解】

因为函数 $\square=\sqrt{2\square-3}+\frac{1}{\square-3},\therefore\begin{cases}2\square-3\geq 0\\ \square-3\neq 0\end{cases}$，

解得 $\square\geq\frac{3}{2}$ 且 $\square\neq 3$；

$\therefore$函数 $\square(\square)=\sqrt{2\square-3}+\frac{1}{\square-3}$ 的定义域为 $\left[\frac{3}{2},3\right)\cup(3,+\infty)$，故选 **A**.

【点睛】

定义域的三种类型及求法：(1)已知函数的解析式，则构造使解析式有意义的不等式(组)求解；(2) 对实际问题：由实际意义及使解析式有意义构成的不等式(组)求解；(3) 若已知函数$\square(\square)$的定义域为$[\square,\square]$，则函数$\square(\square(\square))$的定义域由不等式$\square \le \square(\square) \le \square$求出.

9、B

【解析】

根据充分不必要条件和直线和平面，平面和平面的位置关系，依次判断每个选项得到答案.

【详解】

A. α 内有无数条直线与 β 平行，则α,β 相交或$\alpha // \beta$，排除；

B. $l \perp \alpha$ 且$l \perp \beta$，故$\alpha // \beta$，当$\alpha // \beta$，不能得到$l \perp \alpha$ 且$l \perp \beta$，满足；

C. $\alpha \perp \gamma$ 且$\gamma \perp \beta$，$\alpha // \beta$，则α,β 相交或$\alpha // \beta$，排除；

D. α 内的任何直线都与 β 平行，故$\alpha // \beta$，若$\alpha // \beta$，则α 内的任何直线都与 β 平行，充要条件，排除.

故选：B.

【点睛】

本题考查了充分不必要条件和直线和平面，平面和平面的位置关系，意在考查学生的综合应用能力.

10、B

【解析】

化简得到$\square = \square - 1 + (\square + 1)\square$，根据纯虚数概念计算得到答案.

【详解】

$\square = (1 + \square)(\square + \square) = \square - 1 + (\square + 1)\square$为纯虚数，故$\square - 1 = 0$且$\square + 1 \ne 0$，即$\square = 1$.

故选：$\square$.

【点睛】

本题考查了根据复数类型求参数，意在考查学生的计算能力.

11、D

【解析】

用$n+1$去换$a_{n+2}+a_n=a_{n+1}$中的 n，得$a_{n+3}+a_{n+1}=a_{n+2}$，相加即可找到数列$\{a_n\}$的周期，再利用

$S_{2019}=336S_6+a_1+a_2+a_3$计算.

【详解】

由已知，$a_{n+2}+a_n=a_{n+1}$①，所以$a_{n+3}+a_{n+1}=a_{n+2}$②，①+②，得$a_{n+3}=-a_n$，

从而$a_{n+6}=a_n$，数列是以6为周期的周期数列，且前6项分别为1，2，1，-1，-2，-1，所以$S_6=0$，

$S_{2019}=336(a_1+a_2+\cdots+a_6)+a_1+a_2+a_3=0+1+2+1=4$.

故选：D.

【点睛】

本题考查周期数列的应用，在求S_{2019}时，先算出一个周期的和即S_6，再将S_{2019}表示成$336S_6+a_1+a_2+a_3$即可，本题是一道中档题.

12、C

【解析】

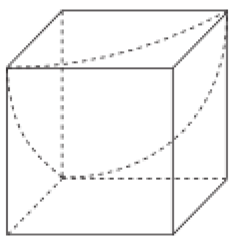
画出直观图，由球的表面积公式求解即可

【详解】

这个几何体的直观图如图所示，它是由一个正方体中挖掉$\frac{1}{8}$个球而形成的，所以它的表面积为

$$S=3a^2+3\left(a^2-\frac{\pi a^2}{4}\right)+\frac{1}{8}\times4\pi a^2=\left(6-\frac{\pi}{4}\right)a^2.$$

故选：C



【点睛】

本题考查三视图以及几何体的表面积的计算，考查空间想象能力和运算求解能力.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13、15

【解析】

试题分析：根据题意有$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}=m\overrightarrow{AB}+3n\overrightarrow{AE}$，因为$B,P,E$三点共线，所以有$m+3n=1$，从而有

$\frac{1}{n}+\frac{3}{m}=(m+3n)(\frac{1}{n}+\frac{3}{m})=3+3+\frac{m}{n}+\frac{9n}{m}\geq6+2\sqrt{9}=12$，所以$\frac{1}{n}+\frac{3}{m}+3$的最小值是$12+3=15$.

考点：向量的运算，基本不等式.