

专题 12 函数的图象

【题型归纳目录】

题型一：由解析式选图（识图）

题型二：由图象选表达式

题型三：表达式含参数的图象问题

题型四：函数图象应用题

【考点预测】

一、掌握基本初等函数的图像

(1) 一次函数；(2) 二次函数；(3) 反比例函数；(4) 指数函数；(5) 对数函数；(6) 三角函数.

二、函数图像作法

1、直接画

①确定定义域；②化简解析式；③考察性质：奇偶性（或其他对称性）、单调性、周期性、凹凸性；④特殊点、极值点、与横/纵坐标交点；⑤特殊线（对称轴、渐近线等）.

2、图像的变换

(1) 平移变换

①函数 $y = f(x+a)$ ($a > 0$) 的图像是把函数 $y = f(x)$ 的图像沿 x 轴向左平移 a 个单位得到的；

②函数 $y = f(x-a)$ ($a > 0$) 的图像是把函数 $y = f(x)$ 的图像沿 x 轴向右平移 a 个单位得到的；

③函数 $y = f(x) + a$ ($a > 0$) 的图像是把函数 $y = f(x)$ 的图像沿 y 轴向上平移 a 个单位得到的；

④函数 $y = f(x) - a$ ($a > 0$) 的图像是把函数 $y = f(x)$ 的图像沿 y 轴向下平移 a 个单位得到的；

(2) 对称变换

①函数 $y = f(x)$ 与函数 $y = f(-x)$ 的图像关于 y 轴对称；

函数 $y = f(x)$ 与函数 $y = -f(x)$ 的图像关于 x 轴对称；

函数 $y = f(x)$ 与函数 $y = -f(-x)$ 的图像关于坐标原点 $(0,0)$ 对称；

②若函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = a$ 对称，则对定义域内的任意 x 都有

$f(a-x) = f(a+x)$ 或 $f(x) = f(2a-x)$ （实质上是图像上关于直线 $x = a$ 对称的两点连线的中点横坐标

为 a ，即 $\frac{(a-x)+(a+x)}{2} = a$ 为常数)；

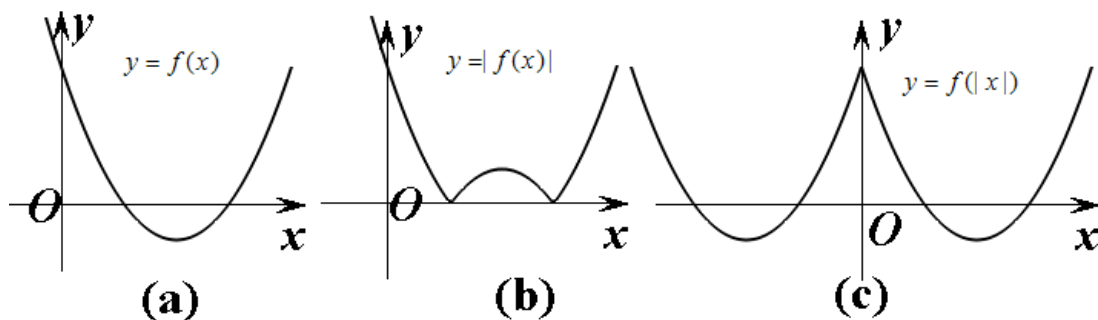
若函数 $f(x)$ 的图像关于点 (a,b) 对称，则对定义域内的任意 x 都有

$f(x) = 2b - f(2a-x)$ 或 $f(a-x) = 2b - f(a+x)$

③ $y = |f(x)|$ 的图像是将函数 $f(x)$ 的图像保留 x 轴上方的部分不变，将 x 轴下方的部分关于 x 轴对称翻

折上来得到的（如图 (a) 和图 (b)）所示

④ $y = f(|x|)$ 的图像是将函数 $f(x)$ 的图像只保留 y 轴右边的部分不变，并将右边的图像关于 y 轴对称得到函数 $y = f(|x|)$ 左边的图像即函数 $y = f(|x|)$ 是一个偶函数（如图（c）所示）。



注： $|f(x)|$ 的图像先保留 $f(x)$ 原来在 x 轴上方的图像，做出 x 轴下方的图像关于 x 轴对称图形，然后擦去 x 轴下方的图像得到；而 $f(|x|)$ 的图像是先保留 $f(x)$ 在 y 轴右方的图像，擦去 y 轴左方的图像，然后做出 y 轴右方的图像关于 y 轴的对称图形得到。这两变换又叫翻折变换。

(3) 伸缩变换

① $y = Af(x) (A > 0)$ 的图像，可将 $y = f(x)$ 的图像上的每一点的纵坐标伸长 ($A > 1$) 或缩短 ($0 < A < 1$) 到原来的 A 倍得到。

② $y = f(\omega x) (\omega > 0)$ 的图像，可将 $y = f(x)$ 的图像上的每一点的横坐标伸长 ($0 < \omega < 1$) 或缩短 ($\omega > 1$) 到原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍得到。

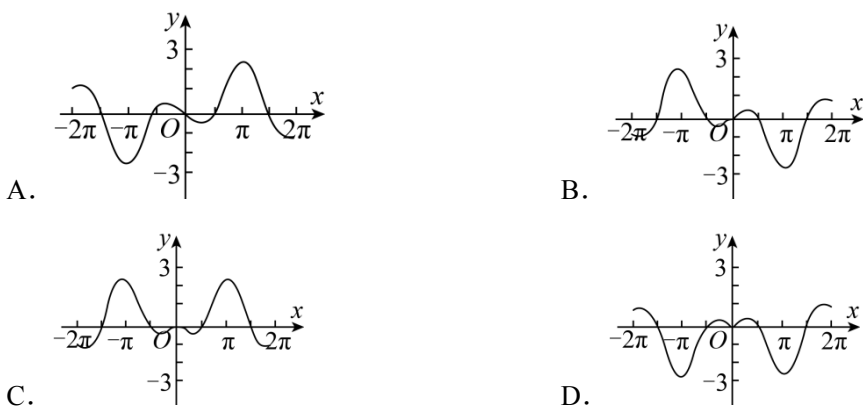
【典例例题】

题型一：由解析式选图（识图）

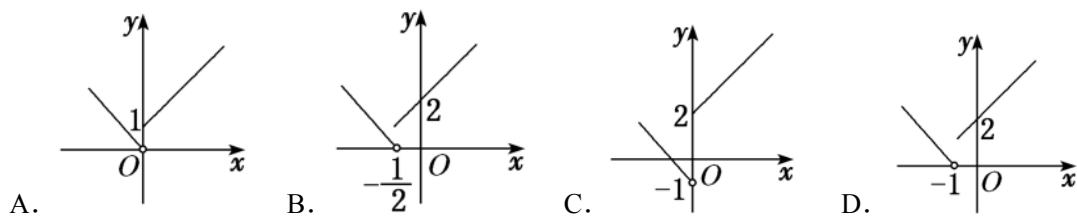
【方法技巧与总结】

利用函数的性质（如定义域、值域、奇偶性、单调性、周期性、特殊点等）排除错误选项，从而筛选出正确答案

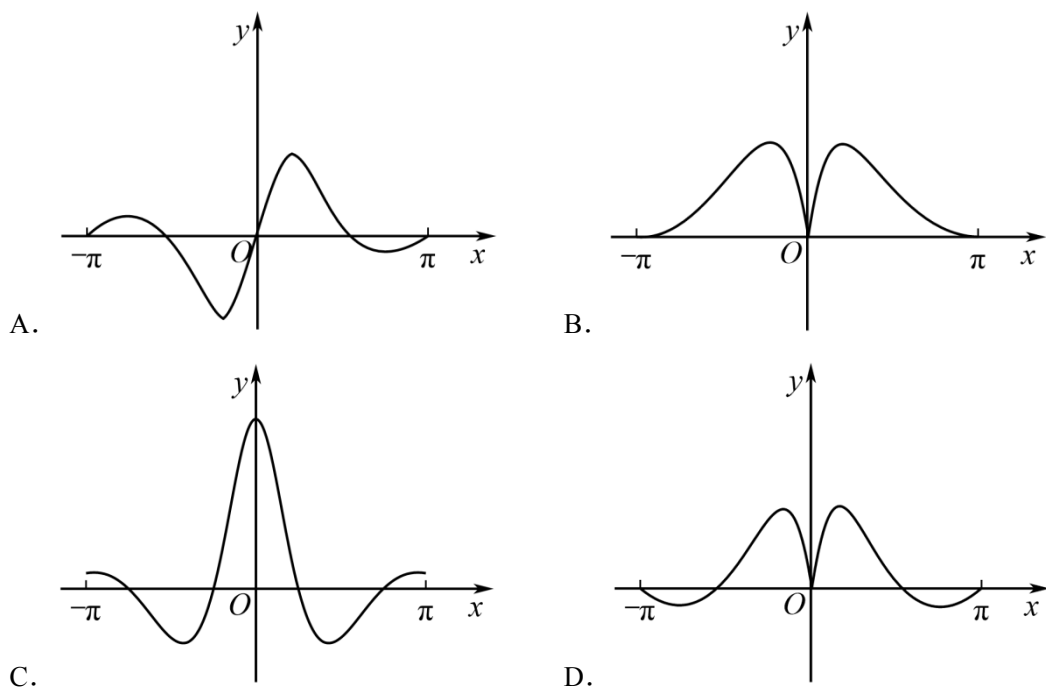
例 1. (2023·四川广安·统考一模) 函数 $f(x) = \frac{2x^3 \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上的图象大致为 ()



例 2. (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ 则函数 $f(1+2x)$ 的图象是 ()

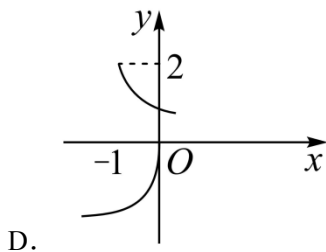
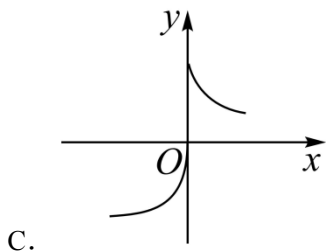


例 3. (2023·全国·高三阶段练习) 函数 $f(x) = \frac{\cos 2x}{x^2+1}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的大致图象为 ()

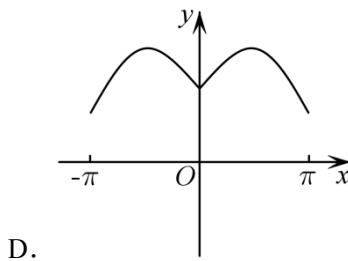
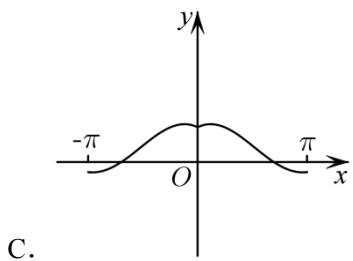
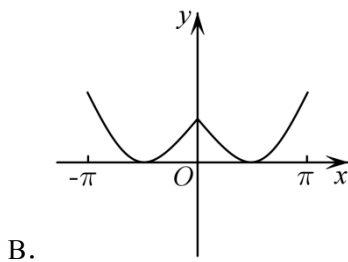
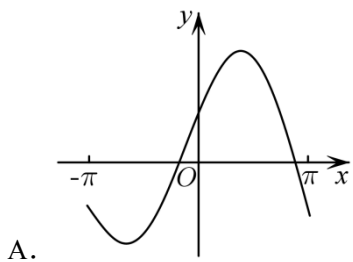


变式 1. (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 1 \end{cases}$ 则函数 $y = f(1-x)$ 的图象是 ()

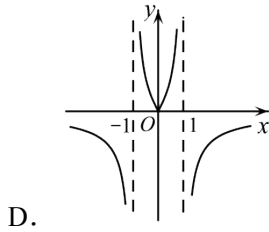
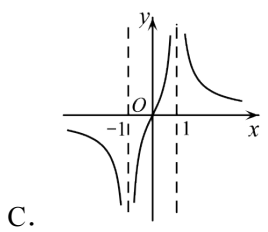
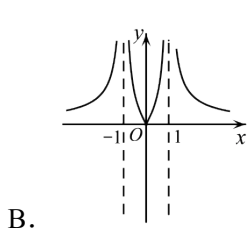
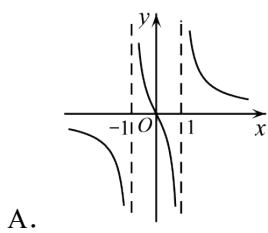




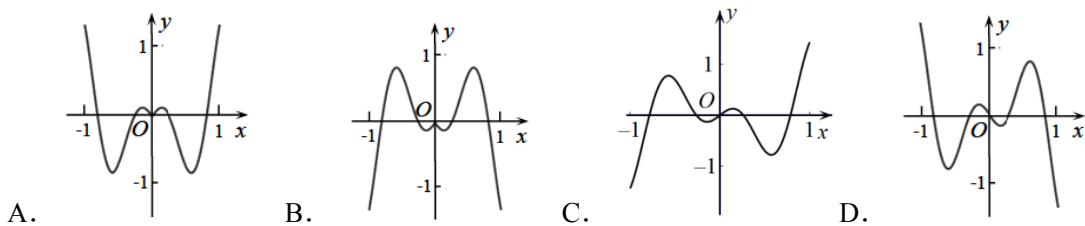
变式 2. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $f(x) = \ln\sqrt{|x|+1} + \cos x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的大致图象为 ()



变式 3. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$ 的图象大致为 ()



变式 4. (2023·全国·高三专题练习) 函数 $y = (2^x - 2^{-x})\cos 6x$ 的图像大致是 ()

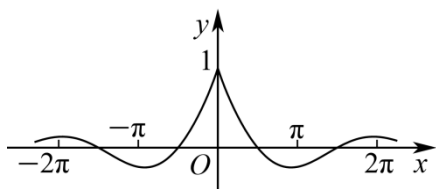


题型二：由图象选表达式

【方法技巧与总结】

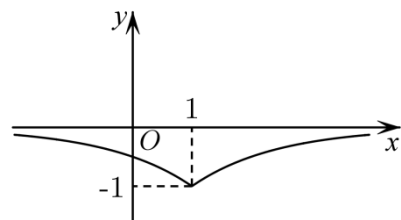
- 1、从定义域值域判断图像位置；
- 2、从奇偶性判断对称性；
- 3、从周期性判断循环往复；
- 4、从单调性判断变化趋势；
- 5、从特征点排除错误选项.

例 4. (2023·全国·高三专题练习) 若函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()



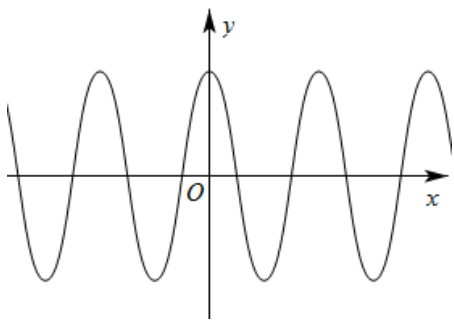
- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| A. $f(x) = (x +1)\sin x$ | B. $f(x) = \frac{\sin x}{ x +1}$ |
| C. $f(x) = (x +1)\cos x$ | D. $f(x) = \frac{\cos x}{ x +1}$ |

例 5. (2023·全国·高三专题练习) 下图中的函数图象所对应的解析式可能是 ()



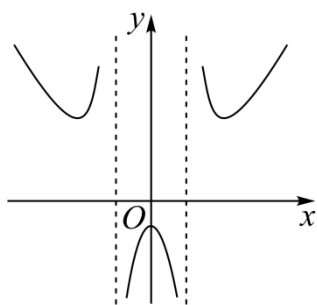
- | | |
|-------------------------------|------------------------------------------|
| A. $y = -\frac{1}{2^{ x-1 }}$ | B. $y = -\left \frac{1}{2^x} - 1\right $ |
| C. $y = -2^{ x-1 }$ | D. $y = - 2^x - 1 $ |

例 6. (2023·全国·高三专题练习) 图象为如图的函数可能是 ()



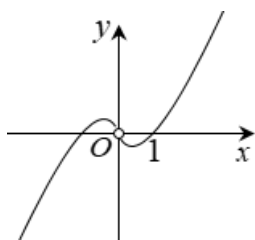
- A. $f(x) = \sin(\cos x)$ B. $f(x) = \sin(\sin x)$
 C. $f(x) = \cos(\sin x)$ D. $f(x) = \cos(\cos x)$

变式 5. (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()
 ($e \approx 2.71828$ 是自然对数的底数)



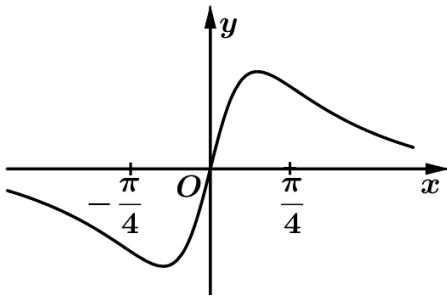
- A. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{|x| - 2}$ B. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{|x| - 2}$
 C. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2 - 2^{|x|}}$ D. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{x^2 - 2^{|x|}}$

变式 6. (2023·全国·高三专题练习) 已知某函数的图象如图所示, 则该函数的解析式可能为 ()



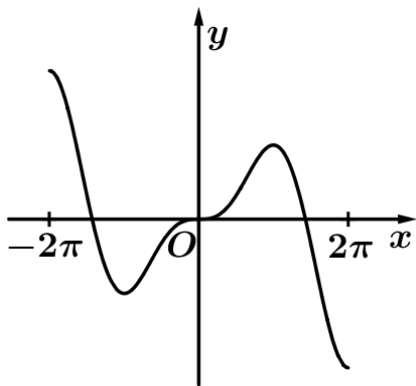
- A. $y = x \ln|x|$ B. $y = \frac{1}{x} \ln|x|$ C. $y = e^{|x| + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)}$ D. $y = e^{-|x| + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)}$

变式 7. (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{1}{4}$, $g(x) = \sin x$, 则图象为如图的函数可能是 ()



- A. $y = f(x) + g(x) - \frac{1}{4}$
- B. $y = f(x) - g(x) - \frac{1}{4}$
- C. $y = f(x)g(x)$
- D. $y = \frac{g(x)}{f(x)}$

变式 8. (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $y = f(x)$ 的部分图象如图所示, 则函数 $y = f(x)$ 的解析式可能是 ()



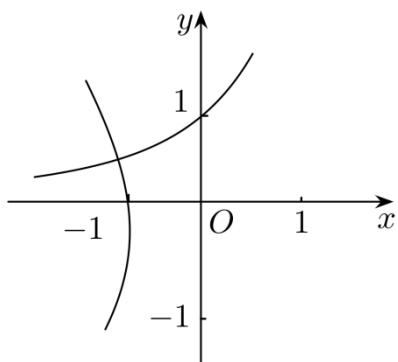
- A. $y = x \cos(x + \pi)$
- B. $y = \frac{1 - \cos x}{e^x}$
- C. $y = \sin x - xe^x$
- D. $y = \sin x - x \cos x$

题型三：表达式含参数的图象问题

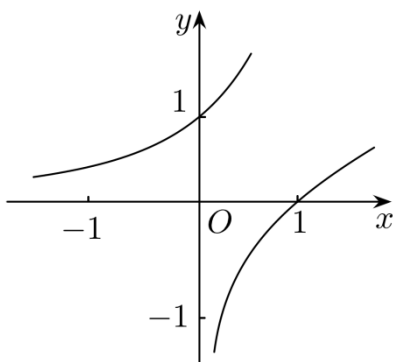
【方法技巧与总结】

根据函数的解析式识别函数的图象, 其中解答中熟记指数幂的运算性质, 二次函数的图象与性质, 以及复合函数的单调性的判定方法是解答的关键, 着重考查分析问题和解决问题的能力, 以及分类讨论思想的应用.

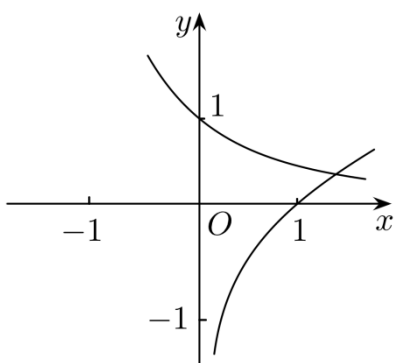
例 7. (2023·全国·高三专题练习) 已知 $\log_2 a + \log_2 b = 0$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$, $b > 0$ 且 $b \neq 1$), 则函数 $f(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ 与 $g(x) = \log_b x$ 的图像可能是 ()



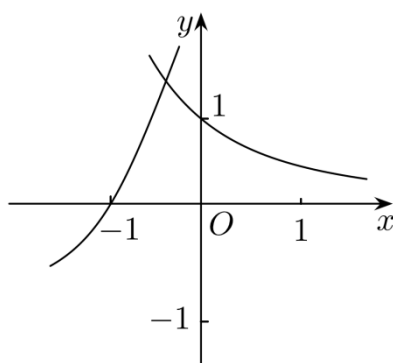
A.



B.

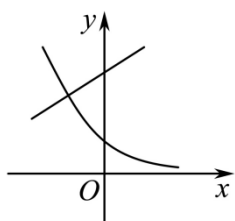


C.

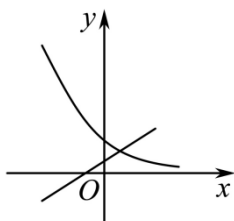


D.

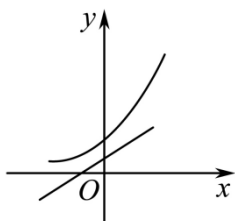
例 8. (2023 秋·江西鹰潭·高三贵溪市实验中学学校考阶段练习) 当 $1 < a < 2$ 时, 函数 $y = (a-1)^x$ 与函数 $y = 3 - (a-2)x$ 在同一坐标系内的图象可能是 ()



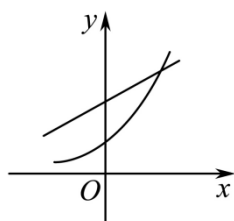
A.



B.

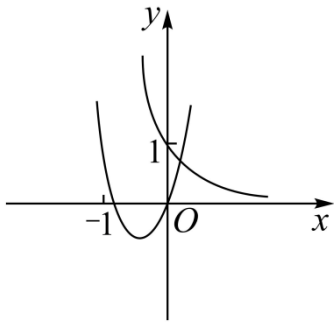


C.

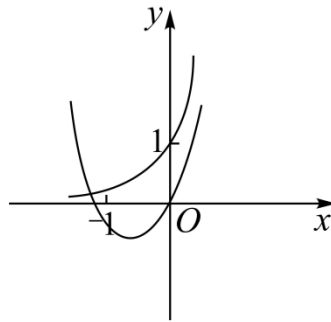


D.

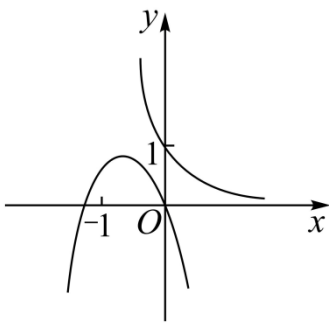
例 9. (多选题) (2023·全国·高三专题练习) 在下列四个图形中, 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 与指数函数 $y = \left(\frac{b}{a}\right)^x$ 的图象可能是 ()



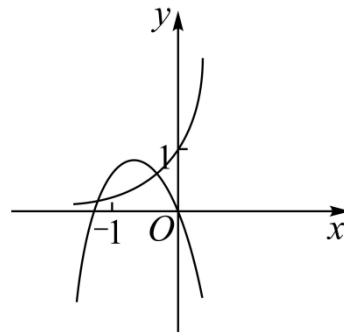
A.



B.

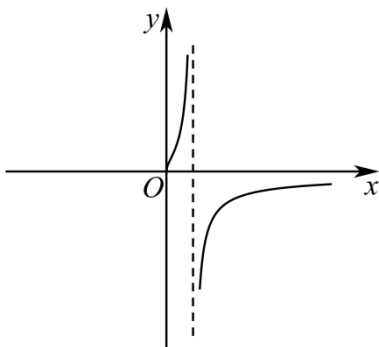


C.

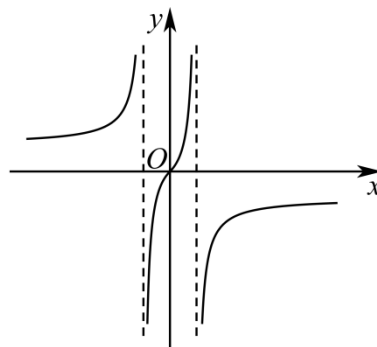


D.

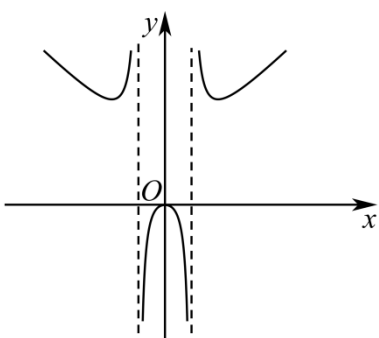
变式 9. (多选题) (2023 秋·辽宁·高三校联考期中) 函数 $f(x) = \frac{x^\alpha}{1-|x|}$ ($\alpha \in \mathbf{R}$) 的大致图象可能是 ()



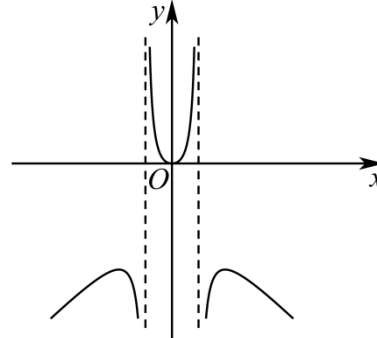
A.



B.



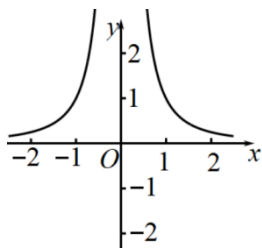
C.



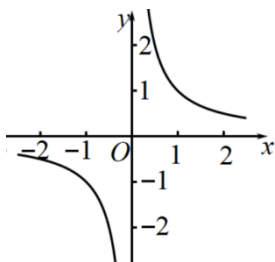
D.

变式 10. (多选题) (2023·全国·高三专题练习) 下列可能是函数 $f(x) = \frac{ax+b}{(x+c)^2}$ (其中 $a, b, c \in$

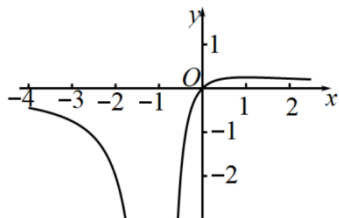
$\{-1, 0, 1\}$) 的图象的是 ()



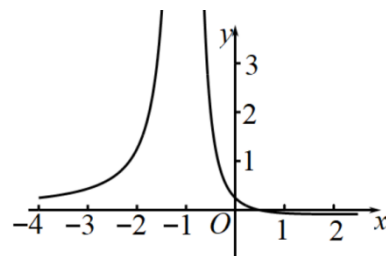
A.



B.

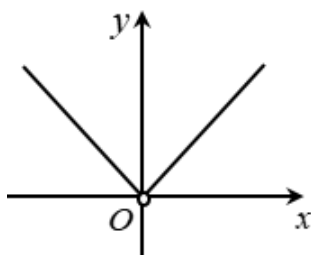


C.

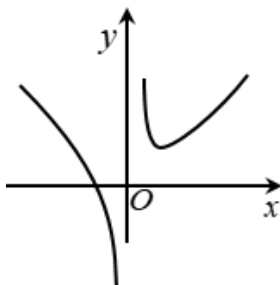


D.

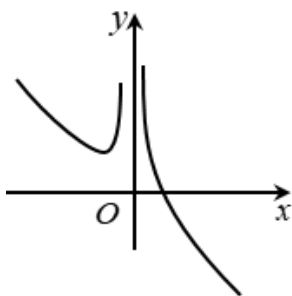
变式 11. (多选题) (2023·全国·高三专题练习) 函数 $f(x) = |x| - \frac{m}{x}$ (其中, $(m \in \mathbf{R})$) 的图象可能是 ()



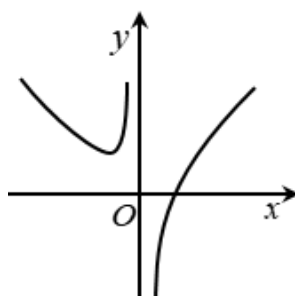
A.



B.

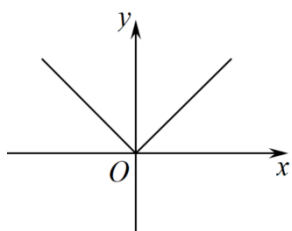


C.

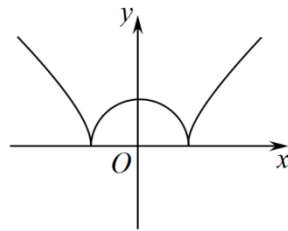


D.

变式 12. (多选题) (2023·全国·高三专题练习) 已知函数 $f(x) = \sqrt{|x^2 - a|}$ ($a \in \mathbf{R}$), 则 $y = f(x)$ 的大致图象可能为 ()



A.



B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/257162020162006104>