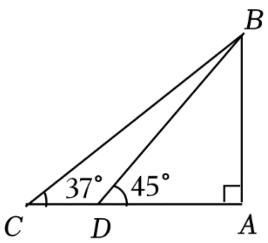
【临考预测】2023 中考数学重难题型押题培优【全国通用】

专题 09 锐角三角函数最新模拟押题预测 40 道

（俯角仰角、方向角、坡度、解三角形）

类型一、锐角三角函数的应用：俯角仰角问题

1．（2023·河南安阳·统考一模）某校九年级数学项目化学习主题是“测量物体高度”．小明所在小组想测量中国文字博物馆门口字坊AB的高度．如图，在C处测得字坊顶端B的仰角为$37°$，然后沿CA方向前进6.3m到达点D处，测得字坊顶端B的仰角为$45°$，求字坊AB的高度．(结果精确到0.1m，参考数据：$\sin 37° \approx \frac{3}{5}$，$\cos 37° \approx \frac{4}{5}$，$\tan 37° \approx \frac{3}{4}$，$\sqrt{2} \approx 1.41$)



【答案】18.9m

【分析】根据题意可得：$\angle BAC = 90°$，$CD = 6.3\text{m}$，设$AB = x\text{m}$，然后分别在$\text{Rt}\triangle ABC$和$\text{Rt}\triangle ABD$中，利用锐角三角函数的定义求出AC和AD的长，再根据$AC - AD = CD$，列出关于x的方程，进行计算即可解答．

【详解】解：由题意得：$\angle BAC = 90°$，$CD = 6.3\text{m}$，

设$AB = x\text{m}$，

在$\text{Rt}\triangle ABC$中，$\angle BCA = 37°$，

$$\therefore AC = \frac{AB}{\tan 37°} \approx \frac{4}{3}x(\text{m})$$

在$\text{Rt}\triangle ABD$中，$\angle BDA = 45°$，

$$\therefore AD = \frac{AB}{\tan 45°} = x(\text{m})$$

$\because AC - AD = CD$，

$\therefore \frac{4}{3}x - x = 6.3$

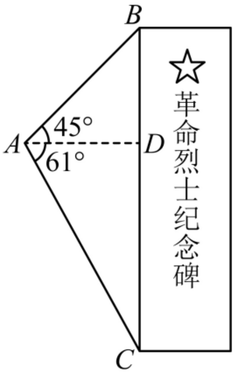
解得：$x = 18.9$，

$\therefore AB = 18.9\text{m}$，

$\therefore$字坊AB的高度约为18.9m．

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，掌握三角函数的定义是解题的关键．

2．（2023·山东菏泽·一模）某校数学兴趣小组利用无人机测量烈士塔的高度．无人机在点 A 处测得烈士塔顶部点 B 的仰角为$45°$，烈士塔底部点 C 的俯角为$61°$，无人机与烈士塔的水平距离AD为 10m，求烈士塔的高度．（结果保留整数．参考数据：$\sin61° \approx 0.87$，$\cos61° \approx 0.48$，$\tan61° \approx 1.80$）



【答案】烈士塔的高度为 28 米

【分析】在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$和$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中，分别求出BD,CD的长，再利用$BC = BD + CD$，即可得解．

【详解】解：由图可知：$AD \perp BC$，$\angle BAD = 45°,\angle CAD = 61°$，$AD = 10\mathrm{m}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$中，$\angle BAD = 45°$，$AD = 10\mathrm{m}$，

$\therefore DB = AD = 10\mathrm{m}$，

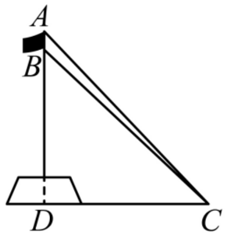
在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中，$CD = AD \cdot \tan\angle CAD = 10 \cdot \tan61° \approx 18\mathrm{m}$，

$\therefore BC = BD + CD = 28\mathrm{m}$；

答：烈士塔的高度为 28 米．

【点睛】本题考查解直角三角形的应用．熟练掌握锐角三角函数的定义，是解题的关键．

3．（2023·安徽合肥·合肥市庐阳中学校考一模）如图，为了测量校园内旗杆顶端到地面的高度AD，九年级数学应用实践小组了解到国旗的宽度$AB = 1.6\mathrm{m}$，小组同学在地面上的C处测旗杆上国旗A、B两点的仰角，测得$\angle ACD = 48.5°$，$\angle BCD = 45.0°$，求旗杆顶端到地面高度AD．（结果精确到0.1）参考数据：（$\sin 48.5° = 0.75$，$\cos48.5° = 0.66$，$\tan48.5° = 1.13$）



【答案】13.9m

【分析】根据正切的定义表示出$CD=\frac{AD}{\tan 48.5^\circ}$，$CD=\frac{BD}{\tan 45.0^\circ}$，结合$AB=1.6$m列出方程，解之即可．

【详解】解：由题意可得：$\angle ADC=90^\circ$，

$\because \angle ACD=48.5^\circ$，$\angle BCD=45.0^\circ$，

$\therefore \tan\angle ACD=\frac{AD}{CD}$，$\tan\angle BCD=\frac{BD}{CD}$，

$\therefore CD=\frac{AD}{\tan 48.5^\circ}$，$CD=\frac{BD}{\tan 45.0^\circ}$，

$\therefore \frac{AD}{\tan 48.5^\circ}=\frac{BD}{\tan 45.0^\circ}$，又$AB=1.6$m，

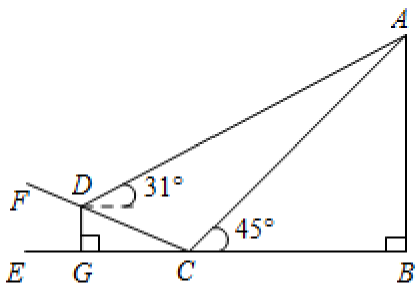
$\therefore \frac{AD}{\tan 48.5^\circ}=\frac{AD-1.6}{\tan 45.0^\circ}$，

解得：$AD\approx 13.9$，

即旗杆顶端到地面高度为13.9m．

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用—仰角俯角问题，熟练掌握仰角俯角的概念和锐角三角函数定义是解题的关键．

4．（2023·黑龙江绥化·校考一模）小王和小李负责某企业宣传片的制作，期间要使用无人机采集一组航拍的资料．在航拍时，小王在C处测得无人机A的仰角为45°，同时小李登上斜坡CF的D处测得无人机A的仰角为31°．若小李所在斜坡CF的坡比为1：3，铅垂高度$DG=3$米（点E，G，C，B在同一水平线上）．



(1)小王和小李两人之间的距离CD；

(2)此时无人机的高度AB．（$\sin 31^\circ\approx 0.52$，$\cos 31^\circ\approx 0.86$，$\tan 31^\circ\approx 0.60$，结果精确到1米）

【答案】(1)$3\sqrt{10}$米

(2)21米

【分析】（1）根据坡比的定义即可求解；

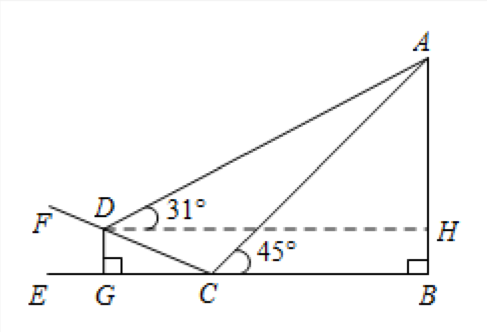
（2）过点D作$DH\perp AB$于点H，解$\mathrm{Rt}\triangle ADH$即可求解．

【详解】（1）解：$\because$小李所在斜坡CF的坡比为1：3，铅垂高度$DG=3$米

$\therefore GC = 3DG = 9$(米)，

$\therefore CD = \sqrt{GD^2 + CG^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10}$；

（2）解：设$AB = x$，如图所示，过点D作$DH \perp AB$于点H，



$\therefore DH = GB$，$BH = DG = 3$，则$AH = AB - BH = x - 3$，

$\because \angle ACB = 45°$，

$\therefore AB = BC = x$，

$\therefore DH = GB = 9 + x$，

在Rt△ADH中，$\angle ADH = 31°$，

$\therefore \tan\angle ADH = \frac{AH}{DH} = \frac{x-3}{x+9} = \tan 31° \approx 0.60$，

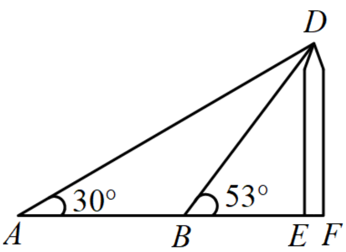
解得：$x \approx 21$，

$\therefore AB \approx 21$米．

答：无人机的高度约为 21 米．

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，坡比问题，仰角俯角问题，掌握三角函数关系是解题的关键．

5．（2023·河南新乡·校联考一模）如图是人民英雄纪念碑，它位于北京天安门广场中心，是为了纪念在人民解放战争和人民革命中牺牲的人民英雄，碑体正面是毛泽东亲笔题词‘人民英雄永垂不朽”八个鎏金大字．右图是纪念碑的示意图，小丽在 A 处测得碑顶 D 的仰角为 30°，沿纪念碑方向前进 37.1m 后，在 B 处测得碑顶 D 的仰角为 53°（点 A，B，D，E，F 在同一平面内，且点 A，B，E，F 在同一水平线上）求纪念碑的高度．（结果精确到 0.1m．参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sin53°\approx\frac{4}{5}$；$\cos53°\approx\frac{3}{5}$，$\tan53°\approx\frac{4}{3}$）



【答案】37.9m

【分析】过 D 作$DH \perp AB$于 H，设$DH = x\mathrm{m}$，得出BH的值，根据$\tan A = \tan 30° = \frac{DH}{AH}$，得出$AB$的值，即可解答．

【详解】解：过 D 作$DH \perp AB$于 H，如图所示：

设$DH = x\mathrm{m}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle DBH$中，$\tan\angle DBH = \tan 53° = \frac{DH}{AH}$，

$\therefore BH = \frac{x}{\tan 53°} \approx \frac{3}{4}x(\mathrm{m})$，

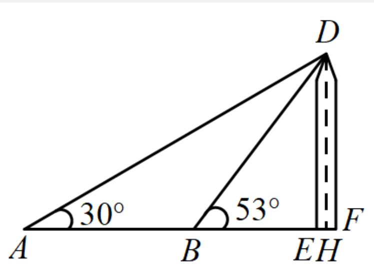
在$\mathrm{Rt}\triangle AHD$中，$\tan A = \tan 30° = \frac{DH}{AH}$，

$\therefore AH = \sqrt{3}x(\mathrm{m})$，

$\therefore AB = AH - BH = \sqrt{3}x - \frac{3}{4}x = 37.1$，

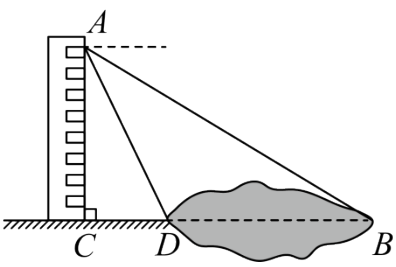
解得：$x = 37.9$，

答：纪念碑的高度约为 37.9m．



【点睛】本题考查了解直角三角形的实际应用，三角函数值的运算．

6．（2023·陕西宝鸡·统考一模）如图，小刚同学从楼顶 A 处看楼下公园的湖边 D 处的俯角为$65°$，看另一边 B 处的俯角为$25°$，楼高AC为25米，求楼下公园的湖宽BD．（结果精确到 1 米，参考数据:$\sin 25° \approx 0.42$，$\tan 25° \approx 0.47$，$\sin 65° \approx 0.91$，$\tan 65° \approx 2.14$）



【答案】湖宽BD约为42米．

【分析】在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$求出CD，在$\mathrm{Rt}\triangle ACB$求出BC，那么$BD = BC - CD$即可．

【详解】解：由题意，得$\angle ADC=65°$，$\angle ABC=25°$.

在$Rt\triangle ADC$中，$AC=25$米，

$\therefore \tan 65°=\frac{AC}{CD}$,

$\therefore CD=\frac{AC}{\tan 65°}=\frac{25}{2.14}\approx 11.68$（米），

在$Rt\triangle ACB$中，$\tan 25°=\frac{AC}{BC}\approx 0.47$

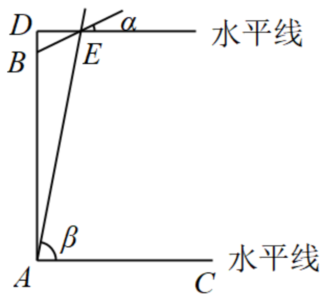
则$BC\approx 53.19$米，

$\therefore BD=BC-CD\approx 42$（米）.

答：湖宽BD约为42米.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用−仰角俯角问题，熟练掌握锐角三角函数的定义是解题的关键.

7.（2023·陕西西安·校考模拟预测）如图，西安市某居民楼南向的窗户用AB表示，其高度为2.5米（A，B，D三点共线），此地一年冬至正午时刻太阳光与地平面的最小夹角α为$32.3°$，一年夏至正午时刻太阳光与地平面的最大夹角β为$79.2°$，并且在冬至的正午时刻阳光刚好全部射入窗户，求遮阳棚中BD的高（结果精确到0.1m，参考数据：$\cos 79.2°\approx 0.2$，$\tan 79.2°\approx 5.2$，$\cos 32.3°\approx 0.8$，$\tan 32.3°\approx 0.6$）.



【答案】约为0.3米

【分析】由$AC\parallel DE$可得出$\angle AED=79.2°$，在$Rt\triangle ADE$中，可得出$AD\approx 5.2DE$，在$Rt\triangle BDE$中，可得出$BD\approx 0.6DE$，结合$AD-BD=AB$及$AB=2.5$米，可求出DE的长，再将其代入$BD\approx 0.6DE$中，即可求出结论.

【详解】解：$\because AC\parallel DE$，

$\therefore \angle AED=\angle EAC=79.2°$.

在$Rt\triangle ADE$中，$AD=DE\cdot \tan\angle AED=DE\cdot \tan 79.2°\approx 5.2DE$；

在$Rt\triangle BDE$中，$BD=DE\cdot \tan\angle BED=DE\cdot \tan\alpha=DE\cdot \tan 32.3°\approx 0.6DE$.

$\because AD-BD=AB$，

$\therefore 5.2DE-0.6DE\ =2.5$，

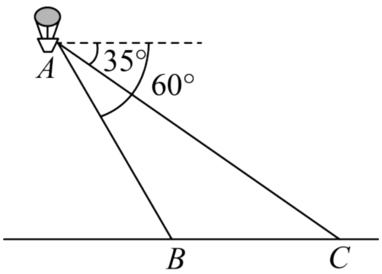
$\therefore DE=\frac{25}{46}$，

$\therefore BD\approx 0.6DE=0.6\times\frac{25}{46}\approx 0.3$．

答：遮阳棚中BD的高约为 0.3 米．

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用以及平行线的性质，通过解直角三角形，用DE的长度表示出AD及BD的长是解题的关键．

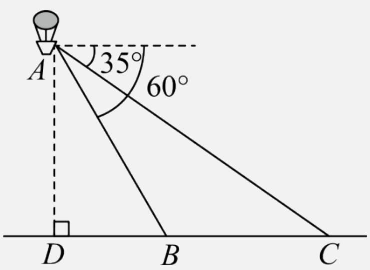
8．（2023·江苏淮安·统考一模）如图，小明在热气球A上看到正前方横跨河流两岸的大桥BC，并测得B，C两点的俯角分别为$60°$和$35°$，已知大桥BC的长度为100m，且与地面在同一水平面上．求热气球离地面的高度（结果保留整数，参考数据：$\sin35°\approx\frac{7}{12}$，$\cos35°\approx\frac{5}{6}$，$\tan35°\approx\frac{7}{10}$，$\sqrt{3}\approx 1.7$）．



【答案】119m

【分析】过点 A 作$AD\perp CB$交CB延长线于点 D，利用三角函数表示出$CD\approx\frac{10}{7}AD$，$BD\approx\frac{10}{17}AD$，根据$BC=CD-BD\approx\frac{10}{7}AD-\frac{10}{17}AD$，即可求解．

【详解】如图，过点 A 作$AD\perp CB$交CB延长线于点 D，



由题知，$\angle ACD=35°$，$\angle ABD=60°$，

在$\text{Rt}\triangle ACD$中，$\tan35°=\frac{AD}{CD}\approx\frac{7}{10}$，

$\therefore CD\approx\frac{10}{7}AD$．

在$\text{Rt}\triangle ABD$中，$\tan60°=\frac{AD}{BD}=\sqrt{3}\approx 1.7$，

$\therefore BD \approx \frac{10}{17}AD$，

$\therefore BC = CD - BD \approx \frac{10}{7}AD - \frac{10}{17}AD$，

$\therefore \frac{10}{7}AD - \frac{10}{17}AD = 100$，

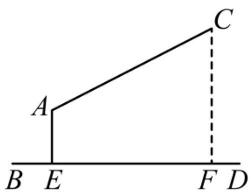
解得$AD = 119\text{m}$.

∴热气球离地面的高约为119m.

【点睛】本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是构造直角三角形.

9.（2023·广东深圳·校考模拟预测）消防车是救援火灾的主要装备，图①是一辆登高云梯消防车的实物图，图②是其工作示意图，起重臂AC（20 米$\le AC \le$30 米）是可伸缩的，且起重臂AC可绕点A在一定范围内上下转动张角$\angle CAE$($90° \le \angle CAE \le 150°$)，转动点$A$距离地面的高度$AE$为 4 米.

图①



图②

(1)当起重臂AC的长度为 24 米，张角$\angle CAE = 120°$时，云梯消防车最高点C距离地面的高度CF的长为_____米.

(2)某日一栋大楼突发火灾，着火点距离地面的高度为 26 米，该消防车在这栋楼下能否实施有效救援？请说明理由（参考数据：$\sqrt{3} \approx 1.7$）（提示：当起重臂AC伸到最长且张角$\angle CAE$最大时，云梯顶端C可以达到最大高度）

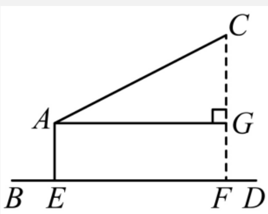
【答案】(1)16

(2)能

【分析】（1）过点A作$AG \perp CF$，在$\text{Rt}\triangle ACG$中求出CG的长度，然后计算$CF = CG + GF$即可；

（2）当起重臂最长，转动张角最大时，同样求出CF的长度，与 26 米比较即可.

【详解】（1）解：如图，过点A作$AG \perp CF$，



由题意的：$\angle EAG=90°$，$GF=AE=4$，

∵ $\angle CAE=120°$，

∴ $\angle CAG=30°$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ACG$中，

∵ $AC=24$，

∴ $CG=AC\cdot\sin30°=12$，

∴ $CF=CG+GF=12+4=16$米．

故答案为：16；

（2）解：当起重臂最长，转动张角最大时，

即：$AC=30$米，$\angle CAE=150°$，

∴ $\angle CAG=60°$，

∴ $CG=AC\cdot\sin60°=30\times\frac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}\approx25.5$，

∴ $CF=CG+GF=25.5+4=29.5$米．

∵ $29.5>26$，

∴能实施有效救援．

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，准确从图中提取数学模型是解题关键．

10．（2023·陕西西安·西安市铁一中学校考一模）大雁塔是古城西安的标志性建筑（如图 1）．某学习小组为测量大雁塔的高度，在梯步A处（如图 2）测得楼顶D的仰角为$45°$，沿坡比为$7:24$的斜坡AE前行 100 米到达平台E处，测得此时楼顶D的仰角为$60°$，请同学们根据学习小组提供的数据求大雁塔的高度DC（结果保留根号）．

图1

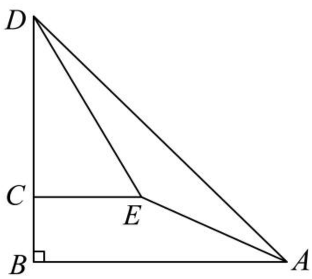
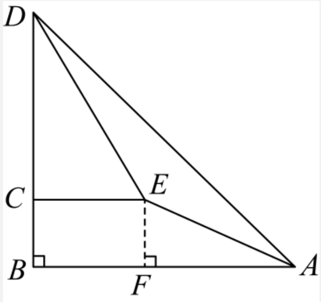


图2

【答案】大雁塔的高度DC为$(103+34\sqrt{3})$米．

【分析】根据锐角三角函数和勾股定理，可以得到$EF=28$米，$AF=96$米，然后根据题目中的数据，可以计算出DC的值．

【详解】解：作$BF\perp AB$于 F，



由已知可得，$\tan\angle EAF=\frac{EF}{AF}=\frac{7}{24}$，$AE=100$米，$\angle DEC=60°$，$\angle DAB=45°$，$\angle B=90°$，

设$EF=7a$米，$AF=24a$米，

$\therefore(7a)^2+(24a)^2=100^2$，

解得$a=4$，

$\therefore EF=28$米，$AF=96$米，

$\because\angle DAB=45°$，$\angle B=90°$，

$\therefore\angle DAB=\angle ABD=45°$，

$\therefore AB=BD$，

设$DC=x$米，则$DB=(x+28)$米，$CE=BF=x+28-96=(x-68)$米，

$\because\angle DEC=60°$，$\tan\angle DEC=\frac{DC}{CE}=\frac{x}{x-68}$，

$\therefore\sqrt{3}(x-68)=x$，

解得$x=103+34\sqrt{3}$，

答：大雁塔的高度DC为$(103+34\sqrt{3})$米．

【点睛】本题考查解直角三角形的应用—仰角俯角问题，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

类型二：锐角三角函数的应用：方向角问题

11．（2023·河南驻马店·统考一模）在某海域开展的“海上联合”反潜演习中，我方军舰要到达 C 岛完成任务．已知军舰位于 B 市的南偏东$25°$方向上的 A 处，且在 C 岛的北偏东$58°$方向上，B 市在 C 岛的北偏东$28°$方向上，且距离 C 岛372km，此时，我方军舰沿着AC方向以30km/h的速度航行，问：我方军舰大约需要多长时间到达 C 岛？（参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sin53°\approx\frac{4}{5}$，$\cos53°\approx\frac{3}{5}$，$\tan53°\approx\frac{4}{3}$）

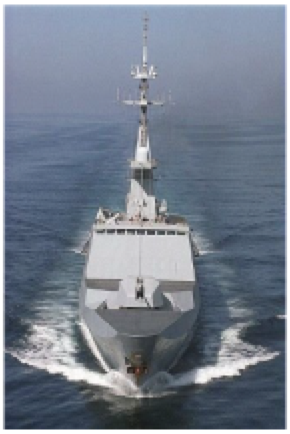


图1

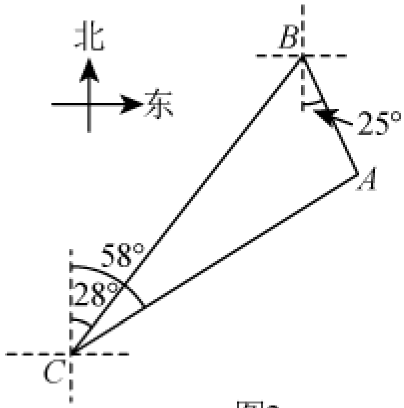


图2

【答案】我方军舰大约需要 10 小时到达 C 岛

【分析】过点 A 作$AD\perp BC$于 D，利用正切的定义表示出BD、CD，列出方程，解方程即可．

【详解】解：过点 A 作$AD\perp BC$于 D，

由题意知，$\angle ABC=28^{\circ}+25^{\circ}=53^{\circ}$，$\angle ACB=58^{\circ}-28^{\circ}=30^{\circ}$，$BC=372\text{km}$，

设$AD=x\text{km}$，

在$\text{Rt}\triangle ABD$中，$\because\angle ABD=53^{\circ}$，$\therefore BD=\frac{AD}{\tan 53^{\circ}}\approx\frac{3}{4}x\text{km}$，

在$\text{Rt}\triangle ACD$中，$\because\angle ACD=30^{\circ}$，$\therefore CD=\frac{AD}{\tan 30^{\circ}}=\sqrt{3}x\text{km}$，

$\because BD+CD=BC$，$\frac{3}{4}x+\sqrt{3}x=372$，解得：$x\approx 150$，

$\therefore AD\approx 150(\text{km})$，$\therefore AC=2AD=300(\text{km})$，$\therefore 300\div 30=10(\text{h})$，

答：我方军舰大约需要 10 小时到达 C 岛．

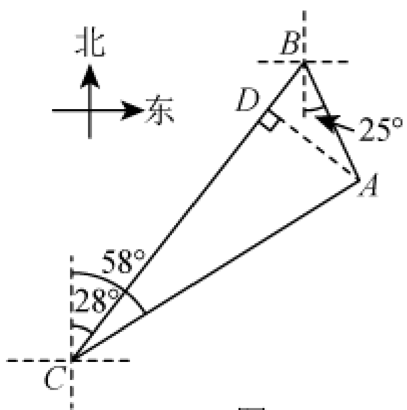
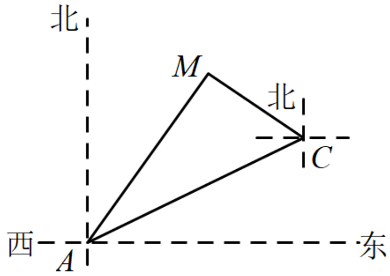


图2

【点睛】本题考查解直角三角形的应用−方向角问题，正确标注方向角，熟记锐角三角函数的定义是解题的

关键．

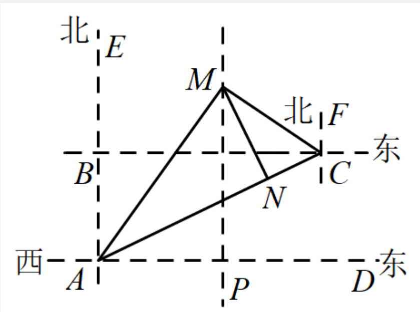
12．（2023·安徽黄山·校考模拟预测）如图，一条高速公路在城市A的东偏北$30°$方向直线延伸，县城M在城市A东偏北$60°$方向上，测绘员从A沿高速公路前行4000米到达C，测得县城M位于C的北偏西$60°$方向上．现要设计一条从县城M进入高速公路的路线，请在高速公路上寻找连接点N，使修建到县城M的道路最短，试确定N点的位置并求出最短路线长？（结果取整数，$\sqrt{3}\approx 1.732$）



【答案】点 N 在点 M 南偏西$30°$的$1000\sqrt{3}$米处，点 N 到 A 市最短路线 3000 米

【分析】过 M 作$MN\perp AC$交于 N 点，即MN最短，根据方向角可以证得$\angle AMC=90°$，根据三角函数即可求得MC，进而求得AN的长以及$\angle NPC$．

【详解】解：如图，过 M 作$MN\perp AC$交于 N 点，即MN最短，



$\because\angle MAD=60°$，$\angle CAD=30°$，

$\therefore\angle CAM=30°$，$\angle EAC=60°$

$\therefore\angle AMN=60°$，

又$\because C$ 处看 M 点为北偏西$60°$，

$\therefore\angle FCM=60°$，

$\therefore\angle MCB=30°$，

$\because\angle CAD$=30°，$CB\parallel AD$，

$\therefore\angle BCA$=30°，

$\therefore\angle MCA=\angle MCB+\angle BCA=60°$，

$\therefore\angle AMC=90°$，

∴在Rt△AMC中，$\angle AMC=90°$，$\angle MAC=30°$，

∴$MC=\frac{1}{2}AC=2000$，$\angle CMN=30°$，

∴$NC=\frac{1}{2}MC=1000$米，

∴$MN=\sqrt{MC^2-CN^2}=\sqrt{2000^2-1000^2}=1000\sqrt{3}\approx1732$（米），

∵$MP\parallel AB$，

∴$\angle AMP=\angle MAB=30°$,

∴$\angle NMP=90°-30°-30°=30°$，

∴点 N 在点 M 南偏东$30°$的1732米处，

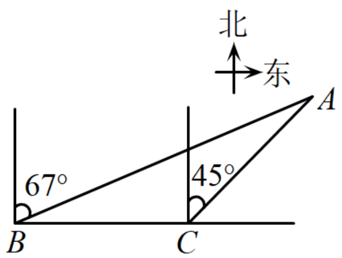
∵$AC=4000$米，

∴$AN=AC-NC=4000-1000=3000$（米）.

答：点 N 在点 M 南偏东$30°$的1732米处，点 N 到 A 市最短路线 3000 米.

【点睛】本题主要考查了方向角含义，正确作出高线，证明△AMC是直角三角形是解题的关键.

13．（2023·福建厦门·厦门一中校考一模）如图，一艘海轮自西向东航行，在点 B 处时测得海岛 A 位于北偏东 67°，航行 12 海里到达 C 点，又测得小岛 A 在北偏东 45°方向上．已知位于海岛 A 的周围 8 海里内有暗礁，如果海轮不改变航线继续向东航行，那么它有没有触礁的危险？请说明理由．（参考数据：$\sin67°\approx\frac{12}{13}$，$\cos67°\approx\frac{5}{13}$，$\mathrm{tm}67°\approx\frac{12}{5}$）

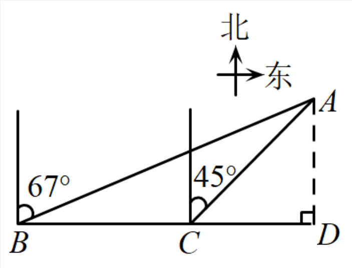


【答案】没有触礁的危险，理由见解析

【分析】过点A作$AD\perp BC$于点D，利用三角函数，求出AD的值，与8进行比较，即可得出结论．

【详解】解：没有触礁的危险；理由如下：

过点A作$AD\perp BC$于点D，则：$\angle ADC=\angle ADB=90°$，



由题意，知：$\angle ABD=90°-67°=23°,\angle ACD=45°,BC=12$，

设$AD=x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中，$\angle ACD=45°$，

$\therefore CD=AD=x$，

$\therefore BD=BC+CD=12+x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ADB$中，$\angle BAD=90°-\angle ABD=67°$，

$\therefore \tan\angle BAD=\frac{BD}{AD}=\frac{12+x}{x}\approx\frac{12}{5}$，

解得：$x\approx\frac{60}{7}$；

$\because \frac{60}{7}>8$，

$\therefore$没有触礁的危险．

【点睛】本题考查解直角三角形的应用．解题的关键是构造直角三角形，利用锐角三角函数的定义，进行求解．

14．（2023·山西晋中·统考一模）通过学习《解直角三角形》这一章，王凯同学勤学好问，在课外学习活动中，探究发现，三角形的面积、边、角之间存在一定的数量关系，下面是他的学习笔记．请仔细阅读下列材料并完成相应的任务．

在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边分别为a、b、c，$\triangle ABC$的面积为$S_{\triangle ABC}$，过点A作$AD\perp BC$，垂足为D，则在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$中，

$\because \sin B=\frac{AD}{AB}$

$\therefore AD=AB\cdot\sin B$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}BC\cdot AB\cdot\sin B=\frac{1}{2}ac\sin B$

同理可得，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ba\sin C$

即$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ba\sin C$..............①

由以上推理得结论：三角形的面积等于两边及其夹角正弦积的一半.

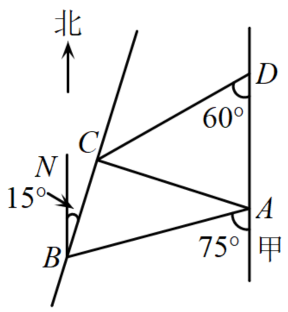
又$\because abc\neq 0$

$\therefore$将等式$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ba\sin C$两边同除以$\frac{1}{2}abc$，得，$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$

$\therefore\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$....................②

由以上推理得结论：在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比值相等.

理解应用：如图，甲船以$30\sqrt{2}$海里/时的速度向正北方向航行，当甲船位于 A 处时，乙船位于甲船的南偏西 75°方向的 B 处，且乙船从 B 处沿北偏东 15°方向匀速直线航行，当甲船航行 20 分钟到达 D 处时，乙船航行到甲船的南偏西 60°方向的 C 处，此时两船相距$10\sqrt{2}$海里.



(1)求：$\triangle ADC$的面积；

(2)求：乙船航行的速度（结果保留根号）.

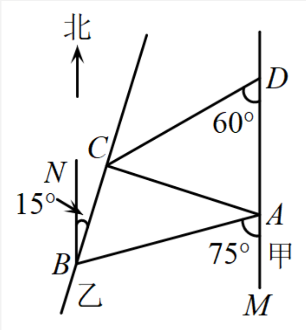
【答案】(1)$50\sqrt{3}$

(2)$20\sqrt{3}$（海里/每小时）

【分析】（1）结合题中条件可求出AD的长，再根据材料中的结论 1：三角形的面积等于两边及其夹角正弦值的一半，即可求出答案.

（2）根据第一问可知$\triangle ACD$是等边三角形，结合题中条件求出$\angle ABC$和$\angle BAC$的大小，根据材料中的结论 2：在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比值相等，可求出BC的长，从而可求出答案.

【详解】（1）解：由题意知：$\angle ADC=60°$，$DC=10\sqrt{2}$，$AD=30\sqrt{2}\times\frac{20}{60}=10\sqrt{2}$，



由结论①知，$S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}DC\cdot AD\cdot\sin\angle ADC=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}\times 10\sqrt{2}\times\sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}\times 10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$，

所以$\triangle ADC$的面积为$50\sqrt{3}$.

（2）解：由（1）知$DC=AD$，$\angle ADC=60°$，

$\therefore\triangle ACD$是等边三角形，

$\therefore\angle DAC=60°$，$AC=AD=10\sqrt{2}$，

又$\angle BAM=75°$，

$\therefore\angle BAC=180°-75°-60°=45°$，

由题意知$\angle NBC=15°$，$\angle NBA=75°$，

$\therefore\angle ABC=75°-15°=60°$，

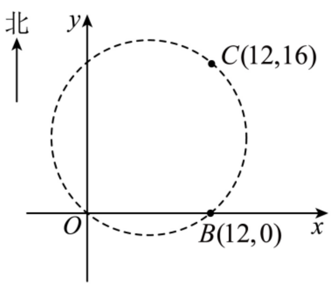
在$\triangle ABC$中，由材料中结论②得$\frac{AC}{\sin\angle ABC}=\frac{BC}{\sin\angle BAC}$，

$\therefore BC=\frac{AC\cdot\sin\angle BAC}{\sin\angle ABC}=\frac{10\sqrt{2}\times\sin 45°}{\sin 60°}=\frac{10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{20\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$乙船航行的速度为：$\frac{20\sqrt{3}}{3}\div\frac{20}{60}=20\sqrt{3}$（海里/小时）.

【点睛】本题考查的是方向角问题、等边三角形的判定，掌握方向角的概念、正确使用材料中的结论是解题的关键.

15．(2023·安徽滁州·校考一模）在某张航海图上，标明了三个观测点的坐标为$O(0,0)$、$B(12,0)$、$C(12,16)$，由三个观测点确定的圆形区域是“利剑－2016”中国多军种军事演习区，如图所示.



(1)求圆形区域的面积.

(2)某时刻海面上出现一艘可疑船A，在观测点O测得A位于北偏东45°方向上，同时在观测点B测得A位于北偏东30°方向上，求观测点B到可疑船A的距离，结果保留根号；

(3)当可疑船A由（2）中的位置向正西方向航行时，是否会进入演习区？请通过计算解释.

【答案】(1)100π

(2)$AB=12\sqrt{3}+12$

(3)当可疑船A由（2）中的位置向正西方向航行时，不会进入演习区，理由见解析

【分析】（1）如图所示，连接BC，OC，由 O、B、C 三点的坐标可得$OB=12$，$BC=16$， $\angle OBC=90°$，即可得到OC即为该圆形区域的直径，理由勾股定理求出OC，再利用圆面积公式求解即可；

（2）如图所示，连接OA，BA，过点 A 作$AD\perp x$轴于 D，由题意得，$\angle AOD=45°$，$\angle ABD=60°$，设$AB=x$，解$\text{Rt}\triangle ABD$得到$AD=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$BD=\frac{1}{2}x$，则$OD=12+\frac{1}{2}x$，再解$\text{Rt}\triangle AOD$，得到$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{\frac{1}{2}x+12}=1$，解方程即可得到答案；

（3）只需要判断出$AD>20$即可得到答案.

【详解】（1）解：如图所示，连接BC，OC，

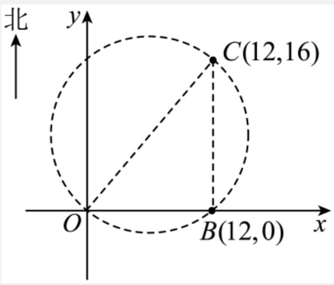
$\because O\left(0,\ 0\right)$、$B(12,\ 0)$、$C(12,\ 16)$，

$\therefore OB=12$，$BC=16$，$BC\perp x$轴，即$\angle OBC=90°$，

$\therefore OC$即为该圆形区域的直径，

在$\text{Rt}\triangle OBC$中，由勾股定理得$OC=\sqrt{OB^2+BC^2}=20$，

$\therefore$该圆形区域的面积为$\pi\times\left(\frac{20}{2}\right)^2=100\pi$；



（2）解：如图所示，连接OA，BA，过点 A 作$AD\perp x$轴于 D，

由题意得，$\angle AOD=45°$，$\angle ABD=60°$，

设$AB=x$，

在Rt△ABD中，$AD=AB\cdot\sin\angle ABD=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$BD=AB\cdot\cos\angle ABD=\frac{1}{2}x$，

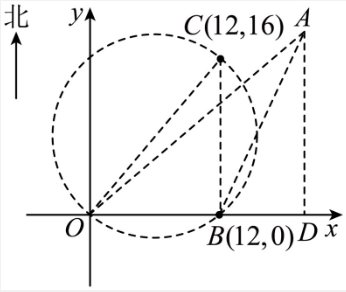
$\therefore OD=OB+BD=12+\frac{1}{2}x$，

在Rt△AOD中，$\tan\angle AOD=\frac{AD}{OD}=\tan45°=1$，

$\therefore\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{\frac{1}{2}x+12}=1$，

解得$x=12\sqrt{3}+12$，

$\therefore AB=12\sqrt{3}+12$；



（3）解：当可疑船 A 由（2）中的位置向正西方向航行时，不会进入演习区，理由如下：

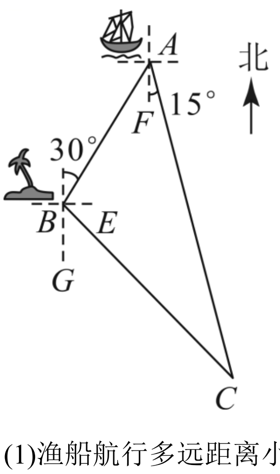
由（2）得$AD=\frac{\sqrt{3}}{2}\times(12\sqrt{3}+12)=18+6\sqrt{3}>20$，

$\therefore$点 A 的纵坐标大于该圆形区域的直径，

$\therefore$当可疑船 A 由（2）中的位置向正西方向航行时，不会进入演习区．

【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，坐标与图形，勾股定理，90 度的圆周角所对的弦是直径等等，正确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键．

16．(2023·广西河池·校考一模）如图，一艘渔船位于小岛 B 的北偏东$30°$方向，距离小岛 40nmile 的点 A 处，它沿着点 A 的南偏东$15°$的方向航行．



(1)渔船航行多远距离小岛 B 最近（结果保留根号）？

(2)渔船到达距离小岛 B 最近点后，按原航向继续航行$20\sqrt{6}$nmile 到点 C 处时突然发生事故，渔船马上向小

岛 B 上的救援队求救，问救援队从 B 处出发到达事故地点的最短航程BC是多少 nmile（结果保留根号）？

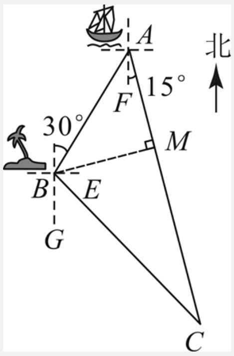
【答案】(1)$20\sqrt{2}$nmile

(2)$40\sqrt{2}$nmile

【分析】（1）过 B 作$BM\perp AC$于 M，求出AM的长，即为所求；

（2）在$Rt\triangle BCM$中，勾股定理求出BC的长即可．

【详解】（1）解：过 B 作$BM\perp AC$于 M，



由题意，可知：$\angle BAM=45°$，则$\angle ABM=45°$，

在$Rt\triangle ABM$中，$\angle BAM=45°$，$AB=40$nmile，

∴$\triangle ABM$是等腰直角三角形，

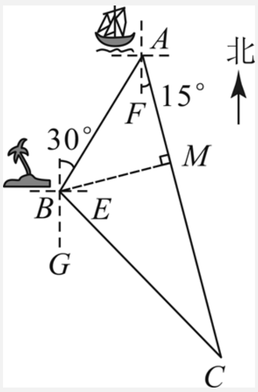
∴$BM=AM=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=20\sqrt{2}$(nmile)，

答：渔船航行$20\sqrt{2}$nmile 距离小岛 B 最近；

（2）解：在$Rt\triangle BCM$中，$BM=20\sqrt{2},CM=20\sqrt{6}$，

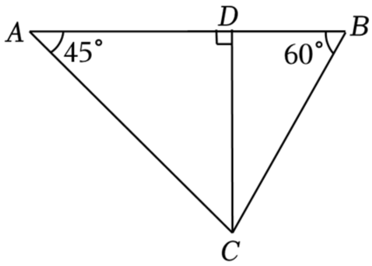
∴$BC=\sqrt{BM^2+CM^2}=\sqrt{(20\sqrt{2})^2+(20\sqrt{6})^2}=40\sqrt{2}$(nmile)，

答：救援队从 B 处出发到达事故地点的最短航程是$40\sqrt{2}$nmile．



【点睛】本题考查解直角三角形的应用．解题的关键是添加辅助线，构造直角三角形．

17.（2023·湖南湘潭·湘潭县云龙中学校考一模）如图，AB是湘江段江北岸滨江路一段，长度为2km，C 为南岸一渡口．为了解决两岸交通困难，在渡口 C 处架桥，$CD\perp AB$垂足为点 D．经测量点 C 在 A 点的东偏南 45°方向，在 B 点的西偏南 60°方向．问：桥长CD为多少km？（结果精确到0.01，参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$．）



【答案】1.27km

【分析】设$CD=x\text{km}$，解$\text{Rt}\triangle ACD$得到$AD=x\text{km}$，解$\text{Rt}\triangle BCD$得到$BD=\frac{\sqrt{3}}{3}x\text{km}$，再由$AB=AD+BD=2\text{km}$，得到$x+\frac{\sqrt{3}}{3}x=2$，解方程即可得到答案．

【详解】解：设$CD=x\text{km}$，

由题意得$\angle A=45°$，$\angle B=60°$，

在$\text{Rt}\triangle ACD$中，$AD=\frac{CD}{\tan A}=x\text{km}$，

在$\text{Rt}\triangle BCD$中，$BD=CD\cdot\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}x\text{km}$，

$\because AB=AD+BD=2\text{km}$，

$\therefore x+\frac{\sqrt{3}}{3}x=2$，

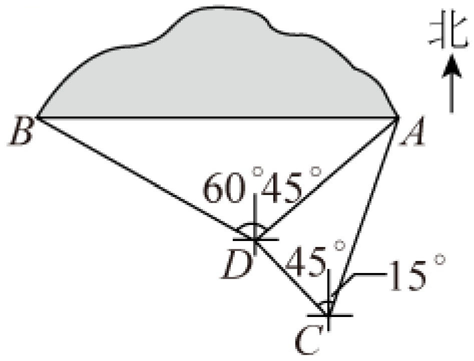
解得$x=3-\sqrt{3}$，

$\therefore CD\approx 3-1.732\approx 1.27\text{km}$，

答：CD的长约为1.27km．

【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，正确计算是解题的关键．

18.（2023·浙江嘉兴·校考一模）小明学了《解直角三角形》内容后，对一条东西走向的隧道AB进行实地测量．如图所示，他在地面上点 C 处测得隧道一端点 A 在他的北偏东15°方向上，他沿西北方向前进$100\sqrt{3}$米后到达点 D，此时测得点 A 在他的东北方向上，端点 B 在他的北偏西60°方向上，（点 A、B、C、D 在同一平面内）



(1)求点 D 与点 A 的距离；

(2)求隧道AB的长度．（结果保留根号）

【答案】(1)点 D 与点 A 的距离为 300 米

(2)隧道AB的长为$(150\sqrt{2}+150\sqrt{6})$米

【分析】（1）根据方位角图，易知$\angle ACD=60°$，$\angle ADC=90°$，解$Rt\triangle ADC$即可求解；

（2）过点 D 作$DE\perp AB$于点 E．分别解$Rt\triangle ADE$，$Rt\triangle BDE$求出AE和BE，即可求出隧道AB的长

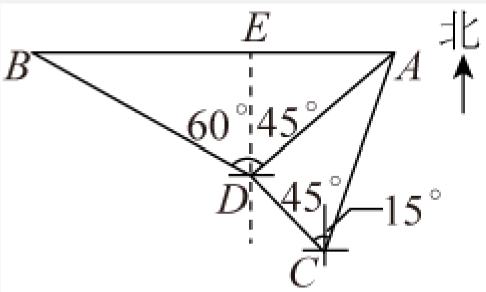
【详解】（1）由题意可知：$\angle ACD=15°+45°=60°$，$\angle ADC=180°-45°-45°=90°$

在$Rt\triangle ADC$中，

$\therefore AD=DC\times\tan\angle ACD=100\sqrt{3}\times\tan60°=100\sqrt{3}\times\sqrt{3}=300$（米）

答：点 D 与点 A 的距离为 300 米．

（2）过点 D 作$DE\perp AB$于点 E．



$\because AB$是东西走向

$\therefore\angle ADE=45°,\angle BDE=60°$

在$Rt\triangle ADE$中，

$\therefore DE=AE=AD\times\sin\angle ADE=300\times\sin45°=300\times\frac{\sqrt{2}}{2}=150\sqrt{2}$

在$Rt\triangle BDE$中，

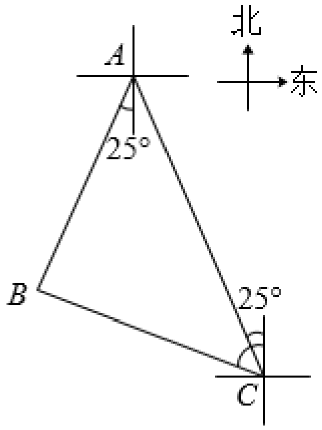
$\therefore BE=DE\times\tan\angle BDE=150\sqrt{2}\times\tan60°=150\sqrt{2}\times\sqrt{3}=150\sqrt{6}$

$\therefore AB = AE + BE = 150\sqrt{2} + 150\sqrt{6}$（米）

答：隧道AB的长为$(150\sqrt{2} + 150\sqrt{6})$米

【点睛】本题考查的是解直角三角形的应用-方向角问题，掌握方向角的概念、熟记特殊角的三角函数值是解题的关键.

19.（2023·新疆·统考一模）如图，B 港口在 A 港口的南偏西$25°$方向上，距离 A 港口 100 海里处．一艘货轮航行到 C 处，发现 A 港口在货轮的北偏西$25°$方向，B 港口在货轮的北偏西$70°$方向，求此时货轮与 A 港口的距离（结果取整数）.（参考数据：$\sin 50° \approx 0.766, \cos 50° \approx 0.643, \tan 50° \approx 1.192, \sqrt{2} \approx 1.414$）

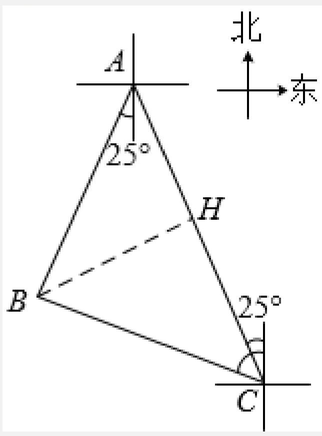


【答案】货轮距离 A 港口约 141 海里

【分析】过点 B 作$BH \perp AC$于点 H，分别解直角三角形求出 AH、HC 即可得到答案.

【详解】解：过点 B 作$BH \perp AC$于点 H，

根据题意得，$\angle BAC = 25° + 25° = 50°, \angle BCA = 70° - 25° = 45°$，



在$Rt\triangle ABH$中，$\angle AHB = 90°$，

$\because AB = 100, \angle BAC = 50°$，

$\sin\angle BAH = \frac{BH}{AB}, \cos\angle BAH = \frac{AH}{AB}$，

$\therefore BH = AB \cdot \sin\angle BAC \approx 100 \times 0.766 = 76.6$（海里）

$AH = AB \cdot \cos\angle BAC \approx 100 \times 0.643 = 64.3$（海里）

在$Rt\triangle BHC$中，$\angle BHC = 90°$

$\because \angle BCH = 45°, \tan\angle BCH = \frac{BH}{CH}$

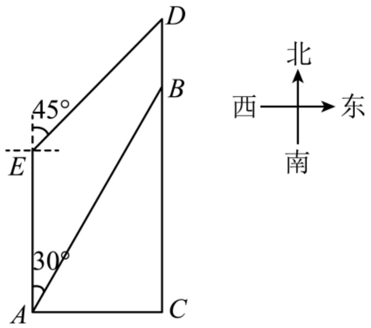
$\therefore CH = \frac{BH}{\tan\angle BCH} \approx \frac{76.6}{\tan 45°} = \frac{76.6}{1} = 76.6$（海里）.

$\therefore AC = AH + CH = 64.3 + 76.6 \approx 141$（海里）

答：货轮距离 A 港口约 141 海里.

【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，正确理解题意作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

20．（2023·河南洛阳·统考一模）如图，三角形花园ABC紧邻湖泊，四边形$ABDE$是沿湖泊修建的人行步道．经测量，点C在点A的正东方向，$AC = 200$米．点E在点A的正北方向．点B，D在点C的正北方向，$BD = 100$米．点B在点A的北偏东$30°$，点D在点E的北偏东$45°$．



(1)求步道DE的长度（精确到个位）；

(2)点D处有直饮水，小红从A出发沿人行步道去取水，可以经过点B到达点D，也可以经过点E到达点D．请计算说明他走哪一条路较近？（参考数据：$\sqrt{2} \approx 1.414$，$\sqrt{3} \approx 1.732$）

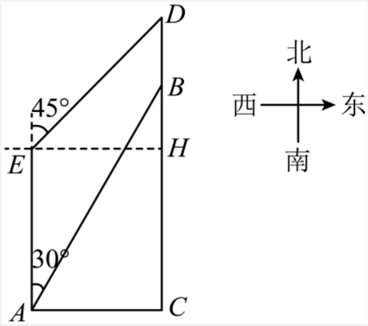
【答案】(1)283 米

(2)经过点B到达点D较近

【分析】（1）过E作BC的垂线，垂足为H，可得四边形 $ACHE$ 是矩形，从而得到$EH = AC = 200$米，再证得$\triangle DEH$ 为等腰直角三角形，即可求解；

（2）分别求出两种路径的总路程，即可求解．

【详解】（1）解：过E作BC的垂线，垂足为H，



∴∠CAE=∠C=∠CHE=90°，

∴四边形 $ACHE$ 是矩形，

∴$EH=AC=200$米，

根据题意得：∠D=45°，

∴△DEH 为等腰直角三角形，

∴DH=EH=200 米，

∴$DE=\sqrt{2}EH=200\sqrt{2}\approx 283$（米）；

（2）解： 根据题意得：∠ABC=∠BAE=30°，

在$Rt\triangle ABC$中，

∴$AB=2AC=400$米，

∴经过点B到达点D，总路程为 AB+BD=500 米，

∴$BC=\sqrt{AB^2-BC^2}=200\sqrt{3}$（米），

∴$AE=CH=BC+BD-DH=200\sqrt{3}+100-200=200\sqrt{3}-100$（米），

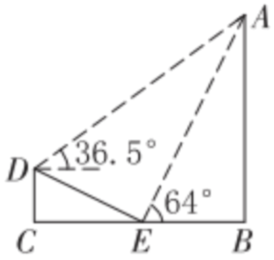
∴经过点E到达点D，总路程为$200\sqrt{2}+200\sqrt{3}-100\approx 529>500$，

∴经过点B到达点D较近．

【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，明确题意，准确构造直角三角形是解题的关键．

类型三：锐角三角函数的应用：坡度坡角问题

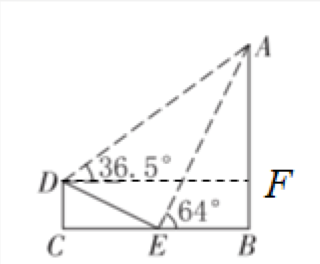
21．（2023·天津武清·校考模拟预测）如图，某社区一建筑物上，悬挂“创文明小区，建和谐社会”的宣传条幅AB，小明站在位于建筑物正前方的台阶D点处测得条幅顶端A的仰角为36.5°，朝着条幅的方向走到台阶下的E点处，测得条幅顶端A的仰角为64°，已知台阶DE的坡度为1:2，$DC=2$米，则条幅AB的长度为多少米．（结果精确到 0.1 米，参考数据$\sin 36.5°\approx 0.6$，$\tan 36.5°\approx 0.75$，$\sin 64°\approx 0.9$，$\tan 64°\approx 2.1$）



【答案】$AB\approx 7.8$米

【分析】要求AB的长，只要构造出直角三角形，利用锐角三角函数进行求解即可，过点 D 作$DF\perp AB$于点 F，然后根据题目中的数量关系，可以表示出关于AB的等式，从而可以得到AB的值．

【详解】解：过点 D 作$DF\perp AB$于点 F，如图，



由题意得$DF=CB$，

$\because$台阶DE的坡度为1:2，$DC=2$米，

$\therefore CE=2CD=4$米，

$\because \angle AFD=90°,\angle ADF=36.5°,CD=2$米，$\tan\angle ADF=\frac{AF}{DF}$，

$\therefore \tan 36.5°=\frac{AB-2}{DF}$，

即$DF=\frac{AB-2}{\tan 36.5°}$，

又$\because \angle ABE=90°,\angle AEB=64°,CE=4$米，$CB=DF,\tan\angle AEB=\frac{AB}{BE}$，

$\therefore BE=\frac{AB}{\tan 64°}$，

即$DF-4=\frac{AB}{\tan 64°}$，

$\therefore \frac{AB-2}{\tan 36.5°}-4=\frac{AB}{\tan 64°}$，

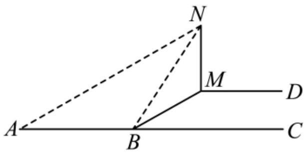
解得$AB\approx 7.8$米，

$\therefore$条幅AB的长度为7.8米．

【点睛】此题考查了解直角三角形的应用—坡度坡角问题，仰角俯角问题，解题的关键是明确题意，构造

合适的直角三角形，利用锐角三角函数进行解答．

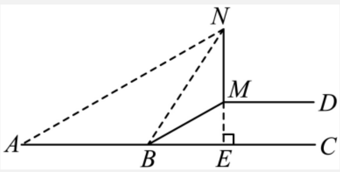
22．（2023·山西忻州·统考一模）绵山是中国清明节（寒食节）的发源地，相传春秋时期晋国介子推携母隐居被焚在山上．绵山入口处有一座雄伟高大的介子推铜像，当地某校的综合与实践小组的同学们想要测出这座铜像有多高．他们先制订了测量方案，随后又进行了实地测量．如图，铜像MN建在坡比为$1:2.4$的楼梯BM顶端，同学们在A处测得铜像顶点N的仰角为$30°$，然后沿着AC方向走了12m到达B处，此时在B处测得铜像顶点N的仰角为$63.4°$，其中点A，B，C，D，M，N均在同一平面内．请根据以上数据求出铜像MN的高度．（结果精确到0.1m，参考数据$\sqrt{3}\approx 1.73$，$\sin 63.4°\approx 0.89$，$\cos 63.4°\approx 0.45$，$\tan 63.4°\approx 2.00$）

【答案】7.7m

【分析】延长NM交AB于点E，设$BE=x\text{m}$，在$\text{Rt}\triangle ANE$中，根据正切得出$\tan\angle NAE=\frac{NE}{AE}$，即$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{NE}{12+x}$，根据正切得出$\tan\angle NBE=\frac{NE}{BE}$，即$2\approx\frac{NE}{x}$，从而求出$x=\frac{12}{2\sqrt{3}-1}$，$NE=\frac{24}{2\sqrt{3}-1}$，然后根据斜坡的坡度为$1:2.4$可求出$ME=\frac{5}{2\sqrt{3}-1}$，最后由$MN=NE-ME$求解即可．

【详解】解：延长NM交AB于点E，



设$BE=x\text{m}$，

在$\text{Rt}\triangle ANE$中，$\angle NAE=30°$，$\angle AEN=90°$，

$\therefore\tan\angle NAE=\frac{NE}{AE}$，即$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{NE}{12+x}$①，

在$\text{Rt}\triangle NBE$中，$\angle NBE=63.4°$，$\angle BEN=90°$，

$\therefore\tan\angle NBE=\frac{NE}{BE}$，即$2\approx\frac{NE}{x}$②，

联合①②可求得$x=\frac{12}{2\sqrt{3}-1}$，$NE=\frac{24}{2\sqrt{3}-1}$，

$\because$铜像MN建在坡比为$1:2.4$的楼梯BM顶端，

$\therefore\frac{ME}{BE}=\frac{1}{2.4}$，

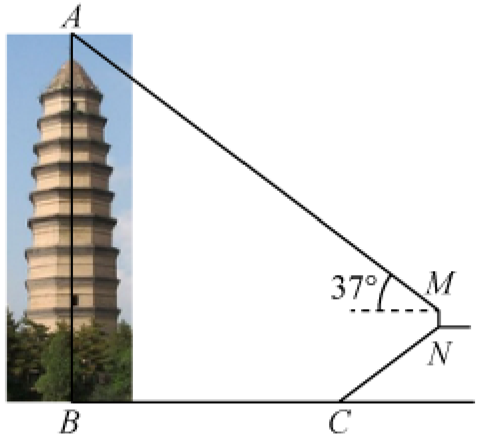
$\therefore ME=\frac{5}{2\sqrt{3}-1}$，

$\therefore MN=NE-ME=\frac{19}{2\sqrt{3}-1}\approx 7.7$，

答：铜像MN的高度约为7.7m．

【点睛】本题考查解直角三角形-仰角俯角问题，坡度坡角问题，通过作垂线构造直角三角形，利用直角三角形的边角关系和坡度的意义进行计算是解题关键．

23．（2023·陕西榆林·校考一模）延安宝塔，是革命圣地延安的标志和象征，融历史文物和革命遗址为一脉，集人文景观和自然景观为一体．某数学兴趣小组在确保无安全隐患的情况下，开展了测量延安宝塔的高度的实践活动，具体过程如下：如图，CN是坡度$i=3:4$的斜坡，CN的长为15米，$BC=32$米．MN是测角仪，长为2米，从点M测得该塔顶部A处的仰角为37°，已知$MN\perp BC$，$AB\perp BC$，求该塔AB的高度．（参考数据：$\tan 37°\approx\frac{3}{4}$）



【答案】44米

【分析】过M作$ME\perp AB$于点E，延长MN交BC于H，由坡度$i=3:4$，可设$NH=3k$，$CH=4k$，由勾股定理求得$k=3$，可得$NH=9$，$CH=12$，再在Rt△AEM中求得AE的长，最后可得结果．

【详解】解：过M作$ME\perp AB$于点E，延长MN交BC于H，则$BE=HM$，$EM=BH$，