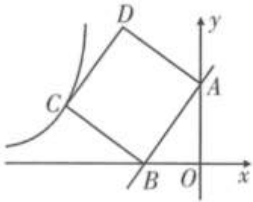


## 专题 07 反比例函数中的正方形

1. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数  $y = \frac{4}{3}x + 4$  图象与  $x$  轴、 $y$  轴分别相交于点  $B$ 、点  $A$ ，以线段  $AB$  为边作正方形  $ABCD$ ，且点  $C$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x < 0)$  的图象上. 则  $k$  的值为 ( )



A. -9

B. -20

C. -21

D. -22

**【答案】**C

**【分析】**过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴于  $E$ ，证明  $\triangle AOB \cong \triangle BEC$ ，可得点  $C$  坐标，代入求解即可.

**【详解】**解：  $\because$  一次函数  $y = \frac{4}{3}x + 4$  中，当  $x=0$  时， $y=0+4=4$ ，

$$\therefore A(0, 4),$$

$$\therefore OA=4;$$

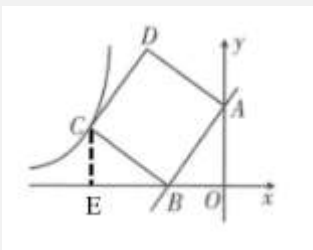
$$\therefore \text{当 } y=0 \text{ 时, } 0 = \frac{4}{3}x + 4,$$

$$\therefore x=-3,$$

$$\therefore B(-3, 0),$$

$$\therefore OB=3;$$

过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴于  $E$ ，



$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，

$$\therefore \angle ABC=90^\circ, AB=BC,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle ABO = 90^\circ, \angle BAO + \angle ABO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle BAO.$$

在  $\triangle AOB$  和  $\triangle BEC$  中，

$$\begin{cases} \angle CBE = \angle BAO \\ \angle BEC = \angle AOB, \\ BC = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle BEC$  (AAS),

$\therefore BE = AO = 4, CE = OB = 3,$

$\therefore OE = 3 + 4 = 7,$

$\therefore C$  点坐标为  $(-7, 3),$

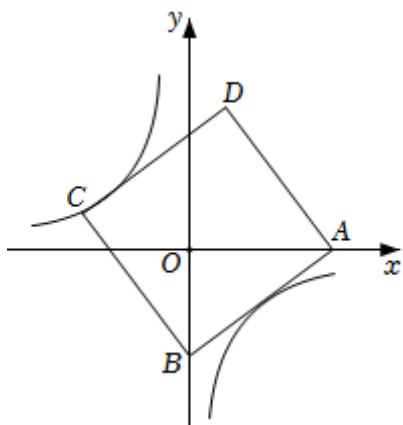
$\therefore$  点  $C$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x < 0)$  图象上,

$\therefore k = -7 \times 3 = -21.$

故选: C.

**【点睛】** 本题考查了一次函数与坐标轴的交点、待定系数法求函数解析式、正方形的性质, 以及全等三角形的判定与性质, 解答此题的关键是正确作出辅助线及数形结合思想的运用.

2. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 5, 点  $A$  的坐标为  $(4, 0)$ , 点  $B$  在  $y$  轴上, 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图像过点  $C$ , 则  $k$  的值为 ( )



A. 4

B. -4

C. -3

D. 3

**【答案】** C

**【分析】** 过点  $C$  作  $CE \perp y$  轴于  $E$ , 根据正方形的性质可得  $AB = BC, \angle ABC = 90^\circ$ , 再根据同角的余角相等求出  $\angle OAB = \angle CBE$ , 然后利用“角角边”证明  $\triangle ABO$  和  $\triangle BCE$  全等, 根据全等三角形对应边相等可得  $OA = BE = 4, CE = OB = 3$ , 再求出  $OE$ , 然后写出点  $C$  的坐标, 再把点  $C$  的坐标代入反比例函数解析式计算即可求出  $k$  的值.

**【详解】** 解: 如图, 过点  $C$  作  $CE \perp y$  轴于  $E$ , 在正方形  $ABCD$  中,  $AB = BC, \angle ABC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ,$

$\therefore \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ,$

$$\therefore \angle OAB = \angle CBE,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (4, 0),$$

$$\therefore OA = 4,$$

$$\therefore AB = 5,$$

$$\therefore OB = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\text{在 } \triangle ABO \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, } \begin{cases} \angle OAB = \angle CBE \\ \angle AOB = \angle BEC, \\ AB = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BCE \text{ (AAS),}$$

$$\therefore OA = BE = 4, \quad CE = OB = 3,$$

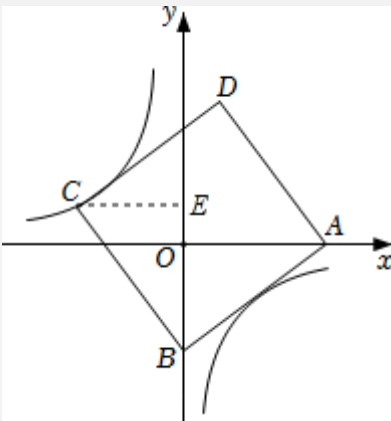
$$\therefore OE = BE - OB = 4 - 3 = 1,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (-3, 1),$$

$$\therefore \text{反比例函数 } y = \frac{k}{x} \text{ (} k \neq 0 \text{) 的图像过点 } C,$$

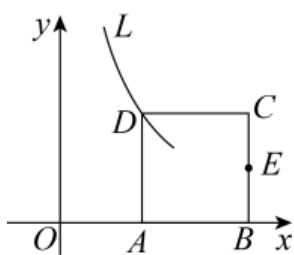
$$\therefore k = xy = -3 \times 1 = -3,$$

故选：C.



**【点睛】**此题考查的是反比例函数与几何综合，涉及到正方形的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理，作辅助线构造出全等三角形并求出点  $C$  的坐标是解题的关键.

3. 如图，正方形  $ABCD$  的边长为 4，点  $A(3, 0)$ ，点  $B$  在  $x$  轴上且在点  $A$  的右侧，点  $C$ ， $D$  均在第一象限， $E$  为  $BC$  的中点，反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图像  $L$  经过点  $D$ ，则 ( )



- A. 点  $E$  在  $L$  上  
 B. 点  $E$  在  $L$  上方  
 C. 点  $E$  在  $L$  下方  
 D. 以上三种情况都有可能

**【答案】** B

**【分析】** 根据  $A$  的坐标以及正方形的边长得到  $D(3,4)$ ，然后利用待定系数法求得  $k=12$ ，进而求得反比例函数的图像与  $BC$  的交点即可得到结论.

**【详解】** 解：  $\because$  正方形  $ABCD$  的边长为 4，点  $A(3,0)$ ， $E$  为  $BC$  的中点，

$$\therefore D(3,4), B(7,0), E(7,2),$$

$\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图像  $L$  经过点  $D$ ，

$$\therefore k = 3 \times 4 = 12,$$

$$\therefore y = \frac{12}{x},$$

$$\text{当 } x = 7 \text{ 时, } y = \frac{12}{7},$$

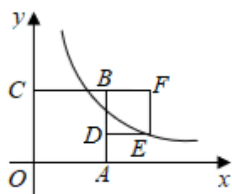
$$\therefore 2 > \frac{12}{7},$$

$\therefore$  点  $E$  在  $L$  上方.

故选：B.

**【点睛】** 本题考查了反比例函数图像上点的坐标特征，正方形的性质. 反比例函数图像上点的坐标满足其解析式是解题的关键.

4. 如图，四边形  $OABC$  和四边形  $BDEF$  都是正方形，反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  在第一象限的图像经过点  $E$ ，若两正方形的面积差为 12，则  $k$  的值为 ( )



- A. 12  
 B. 6  
 C. 10  
 D. 8

【答案】A

【分析】设正方形  $OABC$ 、 $BDEF$  的边长分别为  $a$  和  $b$ ，则可表示出  $D(a, a-b)$ ， $F(a+b, a)$ ，根据反比例函数图像上点的坐标特征得到  $E(a+b, \frac{k}{a+b})$ ，由于点  $E$  与点  $D$  的纵坐标相同，所以  $\frac{k}{a+b} = a-b$ ，则  $a^2 - b^2 = k$ ，然后利用正方形的面积公式易得  $k=12$ 。

【详解】解：设正方形  $OABC$ 、 $BDEF$  的边长分别为  $a$  和  $b$ ，则  $D(a, a-b)$ ， $F(a+b, a)$ ，所以  $E(a+b, \frac{k}{a+b})$ ，

所以  $\frac{k}{a+b} = a-b$ ，

$\therefore (a+b)(a-b) = k$ ，

$\therefore a^2 - b^2 = k$ ，

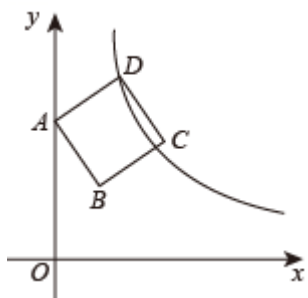
$\therefore$  两正方形的面积差为 12，

$\therefore k=12$ 。

故选：A。

【点睛】本题考查了反比例函数图像上点的坐标特征、正方形的性质，掌握反比例函数图像上点的坐标特征是解题的关键。

5. 如图，边长为 2 的正方形  $ABCD$  的顶点  $A$  在  $y$  轴上，顶点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图像上。已知点  $B$  的坐标是  $(\frac{6}{5}, \frac{11}{5})$ ，则  $k$  的值为 ( )



A. 16

B. 12

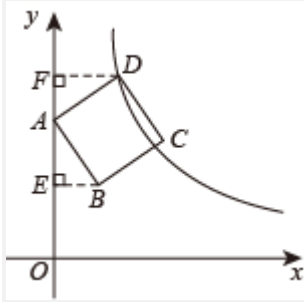
C. 8

D. 4

【答案】C

【分析】过点  $B$  作  $BE \perp y$  轴于  $E$ ，过点  $D$  作  $DF \perp y$  轴于  $F$ ，根据正方形的性质可得  $AB=AD$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，再根据同角的余角相等求出  $\angle BAE = \angle ADF$ ，然后利用“角角边”证明  $\triangle ABE$  和  $\triangle DAF$  全等，根据全等三角形对应边相等可得  $AF=BE$ ， $DF=AE$ ，再求出  $OF$ ，然后写出点  $D$  的坐标，再把点  $D$  的坐标代入反比例函数解析式计算即可求出  $k$  的值。

【详解】解：如图，过点  $B$  作  $BE \perp y$  轴于  $E$ ，过点  $D$  作  $DF \perp y$  轴于  $F$ ，



在正方形  $ABCD$  中,  $AB=AD$ ,  $\angle BAD=90^\circ$ ,

$$\therefore \angle BAE + \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\because \angle DAF + \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle ADF,$$

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle DAF$  中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle ADF \\ \angle AEB = \angle DFA, \\ AB = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AF = BE, DF = AE,$$

$$\because \text{正方形的边长为 } 2, B\left(\frac{6}{5}, \frac{11}{5}\right),$$

$$\therefore BE = \frac{6}{5}, AE = \sqrt{2^2 - \left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{8}{5},$$

$$\therefore OF = OE + AE + AF = \frac{11}{5} + \frac{8}{5} + \frac{6}{5} = 5,$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } \left(\frac{8}{5}, 5\right),$$

$\because$  顶点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上,

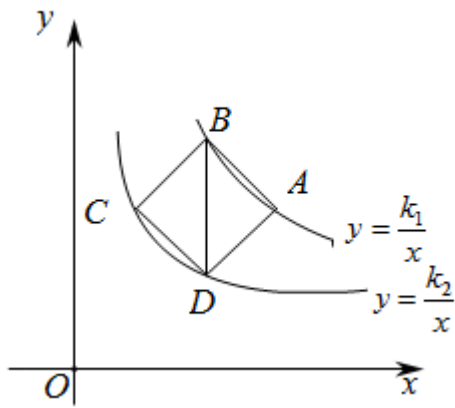
$$\therefore k = xy = \frac{8}{5} \times 5 = 8.$$

故选: C.

**【点睛】** 本题考查的是反比例函数的性质, 正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 证明  $\triangle ABE \cong \triangle DAF$  是解本题的关键.

6. 如图, 正方形  $ABCD$  的顶点分别在反比例函数  $y = \frac{k_1}{x}$  ( $k_1 > 0$ ) 和  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 > 0$ ) 的图象上. 若  $BD \parallel y$

轴, 点  $D$  的横坐标为 3, 则  $k_1 + k_2 =$  ( )



A. 36

B. 18

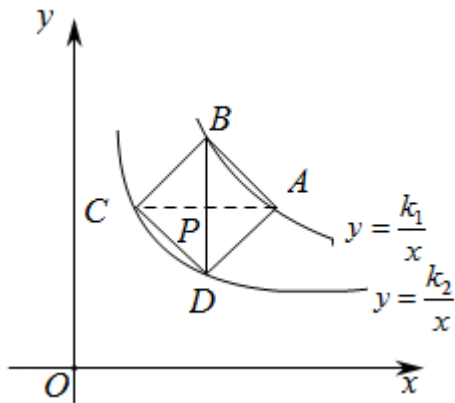
C. 12

D. 9

**【答案】** B

**【分析】** 设  $PA=PB=PC=PD=t$  ( $t \neq 0$ ), 先确定出  $D(3, \frac{k_2}{3})$ ,  $C(3-t, \frac{k_2}{3}+t)$ , 由点  $C$  在反比例函数  $y=\frac{k_2}{x}$  的图象上, 推出  $t=3-\frac{k_2}{3}$ , 进而求出点  $B$  的坐标  $(3, 6-\frac{k_2}{3})$ , 再点  $C$  在反比例函数  $y=\frac{k_1}{x}$  的图象上, 整理后, 即可得出结论.

**【详解】** 解: 连接  $AC$ , 与  $BD$  相交于点  $P$ ,



设  $PA=PB=PC=PD=t$  ( $t \neq 0$ ).

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(3, \frac{k_2}{3})$ ,

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(3-t, \frac{k_2}{3}+t)$ .

$\therefore$  点  $C$  在反比例函数  $y=\frac{k_2}{x}$  的图象上,

$\therefore (3-t)(\frac{k_2}{3}+t)=k_2$ , 化简得:  $t=3-\frac{k_2}{3}$ ,

$\therefore$  点  $B$  的纵坐标为  $\frac{k_2}{3}+2t=\frac{k_2}{3}+2(3-\frac{k_2}{3})=6-\frac{k_2}{3}$ ,

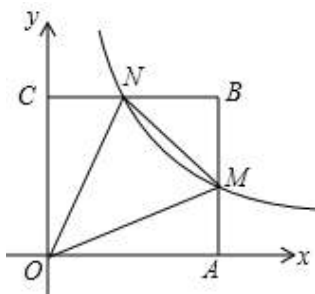
$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(3, 6-\frac{k_2}{3})$ ,

$$\therefore 3 \times \left(6 - \frac{k_2}{3}\right) = k_1, \text{ 整理, 得: } k_1 + k_2 = 18.$$

故选: B.

【点睛】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、正方形的性质, 解题的关键是利用反比例函数图象上点的坐标特征, 找出  $k_1, k_2$  之间的关系.

7. 如图, 在平面直角坐标系中, 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象与边长是 4 的正方形  $OABC$  的两边  $AB, BC$  分别相交于  $M, N$  两点,  $\triangle OMN$  的面积为 6. 则  $k$  的值是 ( )



A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

【答案】C

【分析】由正方形  $OABC$  的边长是 4, 得到点  $M$  的横坐标和点  $N$  的纵坐标为 4, 求得  $M\left(4, \frac{k}{4}\right)$ ,  $N\left(\frac{k}{4}, 4\right)$ , 根据三角形的面积列方程得到  $M, N$  的坐标, 然后利用待定系数法确定函数解析式.

【详解】解:  $\because$  正方形  $OABC$  的边长是 4,

$\therefore$  点  $M$  的横坐标和点  $N$  的纵坐标为 4,

$$\therefore M\left(4, \frac{k}{4}\right), N\left(\frac{k}{4}, 4\right),$$

$$\therefore BN = 4 - \frac{k}{4}, BM = 4 - \frac{k}{4},$$

$\because \triangle OMN$  的面积为 6,

$$\therefore 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{k}{4} - \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{k}{4} - \frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{k}{4}\right)^2 = 6,$$

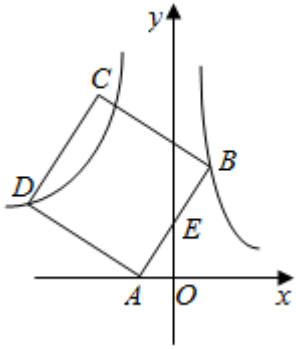
$\therefore k = 8$ , (负根舍去)

故选: C.

【点睛】本题考查了反比例函数的系数  $k$  的几何意义, 正方形的性质, 由三角形的面积公式列出方程并解答是解题的关键.

8. 如图, 正方形  $ABCD$  的顶点  $A$  的坐标为  $(-1, 0)$ , 点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象上,  $B$  点在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上,  $AB$  的中点  $E$  在  $y$  轴上, 则  $m$  的值为 ( )





A. -2

B. -3

C. -6

D. -8

【答案】C

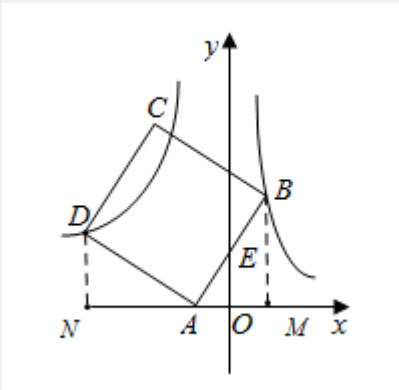
【分析】设  $B(a, \frac{2}{a})$ ，由  $A$  点和 midpoint 坐标公式可得  $a$  的值，从而得出  $B$  点坐标；过  $B$  作  $BM \perp x$  轴于  $M$ ，过  $D$  作  $DN \perp x$  轴于  $N$ ，由  $\triangle DAN \cong \triangle ABM$  可得  $DN$ 、 $AN$  的长度，便可求得  $D$  点坐标，再代入反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  求  $m$  即可；

【详解】解：  $B$  点在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上，设  $B(a, \frac{2}{a})$ ，

$\because AB$  的中点  $E$  在  $y$  轴上， $A$  的坐标为  $(-1, 0)$ ，

$\therefore \frac{1}{2}(-1+a) = 0$ ，解得：  $a=1$ ，即  $B(1, 2)$ ，

如图，过  $B$  作  $BM \perp x$  轴于  $M$ ，过  $D$  作  $DN \perp x$  轴于  $N$ ，



$ABCD$  是正方形，则  $AD=BA$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，

$\because \angle DAN + \angle ADN = 90^\circ$ ， $\angle DAN + \angle BAM = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADN = \angle BAM$ ，又  $\because \angle AND = \angle BMA = 90^\circ$ ， $AD=BA$ ，

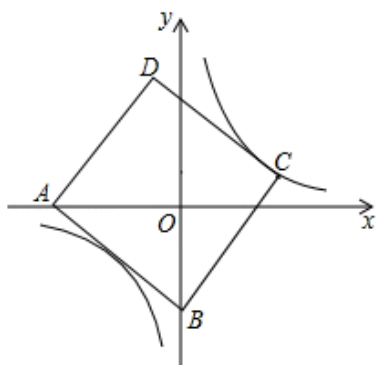
$\therefore \triangle DAN \cong \triangle ABM$  (AAS)， $\therefore DN=AM=2$ ， $NA=MB=2$ ，

$\because A(-1, 0)$ ， $\therefore D(-3, 2)$ ，代入比例函数  $y = \frac{m}{x}$  得：  $m=-6$ ，

故选： C.

**【点睛】**本题考查了正方形的性质，反比例函数解析式，全等三角形的判定和性质等知识；由全等的性质求得  $D$  点坐标是解题关键.

9. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 5, 点  $A$  的坐标为  $(-4,0)$ , 点  $B$  在  $y$  轴上, 若反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k > 0)$  的图象过点  $C$ , 则该反比例函数的表达式为 ( ).

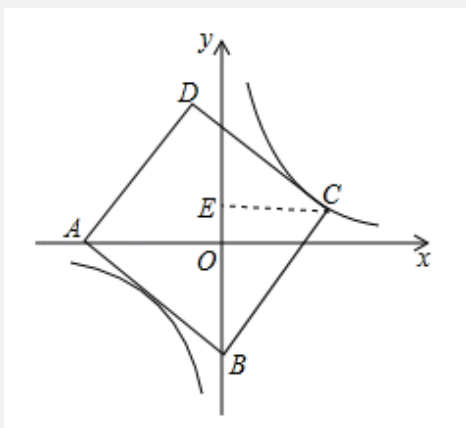


- A.  $y = \frac{6}{x}$       B.  $y = \frac{5}{x}$       C.  $y = \frac{4}{x}$       D.  $y = \frac{3}{x}$

**【答案】**D

**【分析】**过点  $C$  作  $CE \perp y$  轴于  $E$ , 点  $A$  的坐标为  $(-4,0)$ ,  $AB = 5$ , 求出  $OB$ , 得到点  $B$  坐标, 证明  $\triangle VABO$  和  $\triangle VBCE$  全等, 得点  $C$  坐标, 代入  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ , 求出  $k$ , 得解析式;

**【详解】**解: 如图, 过点  $C$  作  $CE \perp y$  轴于  $E$ . 在正方形  $ABCD$  中,



$\because AB = BC, \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ.$

$\because \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ,$

$\therefore \angle OAB = \angle CBE,$

$\because$  点  $A$  的坐标为  $(-4,0),$

$\therefore OA = 4,$

$\because AB = 5,$

---

$$\therefore OB = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

在 $\triangle VABO$ 和 $\triangle VBCE$ 中,

$$\therefore \angle OAB = \angle CBE, \angle AOB = \angle BEC, AB = BC,$$

$$\therefore \triangle VABO \cong \triangle VBCE(AAS),$$

$$\therefore OA = BE = 4, CE = OB = 3,$$

$$\therefore OE = BE - OB = 4 - 3 = 1,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为}(3,1),$$

$$\therefore \text{反比例函数 } y = \frac{k}{x} (k \neq 0) \text{ 的图象过点 } C,$$

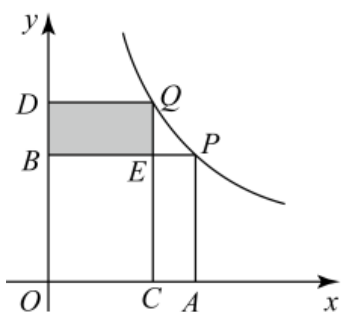
$$\therefore k = xy = 3 \times 1 = 3,$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = \frac{3}{x},$$

故选: D.

【点睛】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点,涉及到正方形的性质,全等三角形的判定与性质,反比例函数图象上的点的坐标特征,作辅助线构造出全等三角形并求出点  $C$  的坐标是解题的关键.

10. 如图,正方形  $OAPB$  的顶点  $A, B$  分别在  $x$  轴和  $y$  轴上,矩形  $OCQD$  的顶点  $C, D$  分别在边  $OA$  和  $y$  轴上,反比例函数  $y = \frac{16}{x} (x > 0)$  的图像经过  $P, Q$  两点,  $BP, CQ$  交于点  $E$ . 若四边形  $BDQE$  的面积为 4, 则点  $Q$  的坐标为\_\_\_\_\_.



$$\text{【答案】 } Q \left( 3, \frac{16}{3} \right)$$

【分析】根据反比例函数  $k$  值的几何意义可知  $OA \times OB = OC \times OD = 16$ , 再根据四边形  $OAPB$  是正方形, 即可求出  $OA$  和  $OB$  的长度, 最后结合矩形  $BDQE$  的面积, 求出点  $Q$  的横坐标即可解答.

$$\text{【详解】解: } \therefore \text{反比例函数解析式为: } y = \frac{16}{x} (x > 0),$$

$$\therefore OA \times OB = OC \times OD = 16,$$

$\therefore$  四边形  $OAPB$  是正方形,

$$\therefore OA = OB = 4,$$

∴ 四边形  $BDQE$  的面积为 4,

∴ 四边形  $BOCE$  面积为  $16-4=12$ ,

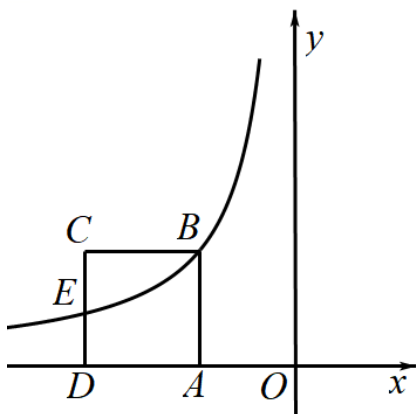
∴  $OC=3$ , 即点  $Q$  的横坐标为 3,

当  $x=3$  时,  $y=\frac{16}{3}$ ,

∴  $Q(3, \frac{16}{3})$

**【点睛】** 本题主要考查了反比例函数  $k$  值的几何意义, 正方形的性质以及矩形的性质, 熟练掌握反比例函数  $k$  值的几何意义是解题的关键.

11. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 3,  $AD$  边在  $x$  轴负半轴上, 反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $x<0$ ) 的图像经过点  $B$  和  $CD$  边中点  $E$ , 则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.



**【答案】** -9

**【分析】** 设  $B(m, 3)$ , 把  $E$  点的坐标用含  $m$  的代数式表示出来. 把  $B$ 、 $E$  两点的坐标都代入  $y=\frac{k}{x}$  中, 先求出  $m$  的值, 则可求出  $k$  的值.

**【详解】** 设  $B(m, 3)$ , 则  $C(m-3, 3)$ ,

∴  $E$  点是  $CD$  的中点,

∴  $(m-3, \frac{3}{2})$ .

∴  $B$ 、 $E$  都在  $y=\frac{k}{x}$  的图像上,

∴  $(m-3) \cdot \frac{3}{2} = m \cdot 3$ ,

解得  $m=-3$ ,

∴  $B(-3, 3)$ ,

∴  $k=-3 \times 3 = -9$ ,

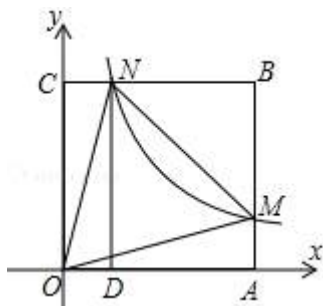
故答案为 -9.

**【点睛】** 本题主要考查了用待定系数法求反比例函数的表达式。熟练掌握待定系数法是解题的关键。

12. 如图，在直角坐标系中，正方形  $OABC$  的顶点  $O$  与原点重合，顶点  $A$ 、 $C$  分别在  $x$  轴、 $y$  轴上，反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$  的图像与正方形的两边  $AB$ 、 $BC$  分别交于点  $M$ 、 $N$ ， $ND \perp x$  轴，垂足为  $D$ ，连接  $OM$ 、 $ON$ 、 $MN$ 。下列结论：

- ①  $\triangle OCN \cong \triangle OAM$ ；
- ②  $ON = MN$ ；
- ③ 四边形  $DAMN$  与  $\triangle MON$  面积相等；
- ④ 若  $\angle MON = 45^\circ$ ， $MN = 2$ ，则点  $C$  的坐标为  $(0, \sqrt{2} + 1)$ 。

其中正确结论的有\_\_\_\_\_。



**【答案】** ①③④

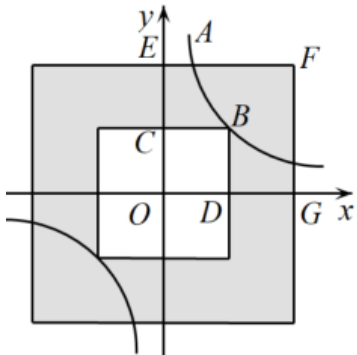
**【分析】** 设正方形  $OABC$  的边长为  $a$ ，表示出  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $M$ ， $N$  的坐标，利用  $SAS$  得到三角形  $OCN$  与三角形  $OAM$  全等，结论①正确；利用勾股定理表示出  $ON$  与  $MN$ ，即可对于结论②做出判断；利用反比例函数的性质得到三角形  $OCN$  与三角形  $OAM$  全等，根据三角形  $MON$  面积 = 三角形  $OND$  面积 + 四边形  $ADNM$  面积 - 三角形  $OAM$  面积，等量代换得到四边形  $DAMN$  与  $\triangle MON$  面积相等，结论③正确；过  $O$  作  $OH$  垂直于  $MN$ ，如图所示，利用  $ASA$  得到三角形  $OCN$  与三角形  $OHN$  全等，利用全等三角形对应边相等得到  $CN = HN = 1$ ，求出  $a$  的值，确定出  $C$  坐标，即可对于结论④做出判断。

**【详解】** 解：设正方形  $OABC$  的边长为  $a$ ，  
 得到  $A(a, 0)$ ， $B(a, a)$ ， $C(0, a)$ ， $M(a, \frac{k}{a})$ ， $N(\frac{k}{a}, a)$ ，  
 在  $\triangle OCN$  和  $\triangle OAM$  中，



**【点睛】**此题属于反比例函数综合题，涉及的知识有：坐标与图形性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理，以及反比例函数的性质，熟练掌握性质及定理是解本题的关键。

13. 如图，大、小两个正方形的中心均与平面直角坐标系的原点  $O$  重合，边分别与坐标轴平行，反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像与大正方形的一边交于点  $A(1, 4)$ ，且经过小正方形的顶点  $B$ 。



(1)求反比例函数的解析式；

(2)求图中阴影部分的面积。

**【答案】**(1)  $y = \frac{4}{x}$

(2)48

**【分析】**(1) 利用待定系数法即可求解；

(2) 根据点  $B$  是小正方形在第一象限的一个点，知其横纵坐标相等，求得点  $B$  的坐标，继而求得小正方形的面积，再求得大正方形的面积，从而求得阴影部分的面积。

(1)

解：由题意，点  $A(1, 4)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像上，

$$\therefore k = 1 \times 4 = 4,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{4}{x}.$$

(2)

解：点  $B$  是小正方形在第一象限的一个点，由题意知其横纵坐标相等，

设  $B(a, a)$ ，则有  $k = a \times a = 4$ ，

$$\therefore a = 2, \text{ 即 } B(2, 2),$$

$\therefore$  小正方形的边长为 4，

$$\therefore \text{小正方形的面积为 } 4^2 = 16,$$

大正方形经过点  $A(1, 4)$ ，则大正方形的边长为 8，

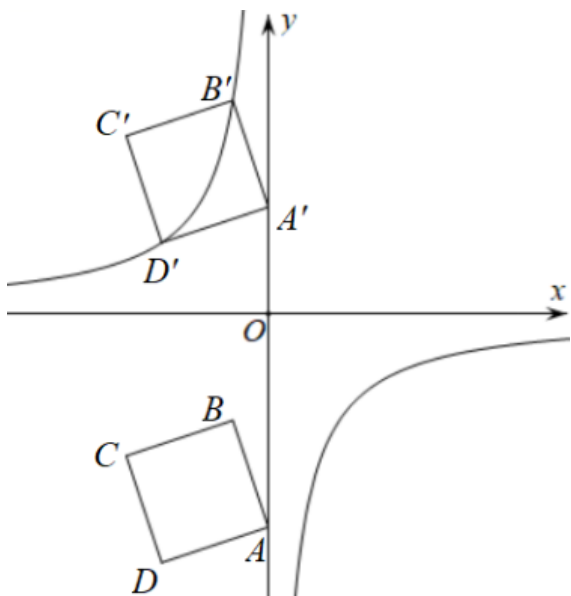


∴大正方形的面积为  $8^2 = 64$ ，

∴图中阴影部分的面积为  $64-16=48$ .

【点睛】本题考查了反比例函数与几何的综合、反比例函数图像上点的坐标特征，解题的关键是根据点的坐标和利用待定系数法求出反比例函数解析式。

14. 如图，在平面直角坐标系中，四边形  $ABCD$  为正方形，已知点  $A(0, -6)$ 、 $D(-3, -7)$ ，点  $B$ 、 $C$  在第三象限内。



(1)求点  $B$  的坐标；

(2)在  $y$  轴上是否存在一点  $P$ ，使  $\triangle ABP$  是  $AB$  为腰的等腰三角形？若存在，求点  $P$  的坐标；若不存在，请说明理由。

(3)将正方形  $ABCD$  沿  $y$  轴向上平移，若存在某一位置，使在第二象限内点  $B$ 、 $D$  两点的对应点  $B'$ 、 $D'$  正好落在某反比例函数的图象上，求该反比例函数的解析式。

【答案】(1) $B(-1, -3)$

(2)存在， $(0, -6 - \sqrt{10})$  或  $(0, -6 + \sqrt{10})$  或  $(0, 0)$

(3) $y = -\frac{6}{x}$

【分析】(1) 过点  $B$  作  $BE \perp y$  轴于点  $E$ ，过点  $D$  作  $DF \perp y$  轴于点  $F$ ，证明  $\triangle ADF \cong \triangle BAE$  得出  $BE$  与  $OE$  的长度便可求得  $B$  点坐标；

(2) 先求出  $AB$  的值，再根据题意可得分类讨论，分为当  $AB=AP$  时有两种情况和当  $AB=BP$  时有一种情况进行求解即可；

(3) 先设向上平移了  $m$  表示  $B'$  和  $D'$  的坐标，再根据  $B$ 、 $D$  两点的对应点  $B'$ 、 $D'$

---

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要  
下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/265041200323012010>