第一章

1.信号的定义

2.信号的描述形式

时域：数学表达式：f(t)；波形

频域：数学表达式：F(w)；频谱

复频域：F(s)；零极点图

3.信号的分类

- 连续
- 离散　（t 的取值是否连续）

连续信号的分类

- 周期　$f(t)=f(t+nT)$
- 非周期

- 时限信号
- 非时限信号　（t 的取值范围是否有界）

- 因果信号　$f(t)=0 \quad t<0$
- 反因果信号　$f(t)=0 \quad t>0$

- 能量信号　$0<E<\infty$
- 功率信号　$0<P<\infty$
- 非功非能信号　E, P 均趋于无穷

4.常用信号

(1)直流信号　$f(t)=A$

(2)正弦信号　$f(t)=A\sin(wt+\phi)$

(3)指数信号　$f(t)=ke^{\alpha t}$　（α 为实数）

(4)复指数信号　$f(t)=ke^{st}$　（α 为复数）

(5)抽样信号　$Sa(t)=\frac{\sin(t)}{t}$　特点：a.t=0 时函数值为 1；

b.t=k π 时函数值为 0，k $\neq 0$；

c. 偶函数；

d.t 趋于无穷时，函数值趋于 0.

一组常用公式

$$e^{j\omega t}=\cos(\omega t)+j\sin(\omega t) \qquad \cos(\omega t)=\frac{e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}}{2}$$

$$e^{-j\omega t}=\cos(\omega t)-j\sin(\omega t) \qquad \sin(\omega t)=\frac{e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}}{2}$$

奇异信号

1. 单位阶跃信号

u(t)= 1 t>0
0 t<0 单边特性（门函数，窗函数，函数的正轴部分的表示）

(2)单位冲激函数

$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1$，且 $\delta(t)=0$，$t\neq 0$

性质：$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$

$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$

$f(t)*\delta(t)=f(t)$

$\delta(at)=\dfrac{\delta(t)}{|a|}$

关于 $\delta(t)$ 的复合函数：

$\delta[f(t)]=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\delta(t-t_i)}{|f'(t_i)|}$ t_i 为 $f(t)=0$ 的解

(3)单位冲激偶

$\delta'(t)=\dfrac{d\delta(t)}{dt}$

性质：$\delta'(t)=-\delta'(-t)$

$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)dt=0$

$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$

$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t)dt=-f'(0)$

(4)符号函数

$$\mathrm{Sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

$$\mathrm{sgn}(t)=u(t)-u(-t)=2u(t)-1$$

(5)单位斜变函数

$$f(t)=tu(t)$$

$$\frac{d[tu(t)]}{dt}=u(t) \qquad \frac{du(t)}{dt}=\delta(t) \qquad \frac{d\delta(t)}{dt}=\delta'(t)$$

5.信号的运算

信号自变量的变换： 时移 f(t)---f(t-t_0)

反褶 f(t)---f(-t)

尺度变换 f(t)---f(at)

信号的整体运算： 乘常数 Af(t)

微分 $\frac{df(t)}{dt}$ 突出变化快的部分

积分 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau$ 使信号变得平滑

两信号之间的运算： 相加 $f_1(t)+f_2(t)$

相乘 $f_1(t)f_2(t)$ 调制，抽样

6.信号的分解

(1) $f(t)=f_D(t)+f_A(t)$ 直流+交流

$f_D(t)$ 为 $f(t)$ 的平均值， $f_A(t)=f(t)-f_D(t)$

(2)对实信号而言 $f(t)=f_e(t)+f_o(t)$

其中 $f_e(t)=\frac{f(t)+f(-t)}{2}$， $f_o(t)=\frac{f(t)-f(-t)}{2}$

(3) $f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$ 用冲激函数表示

如果 f(t) 为因果信号， $f(t)=f(0)u(t)+\int_{0}^{\infty}\frac{df(\tau)u(t-\tau)}{dt}d\tau$ 用阶跃函数表示

(4)对于复函数而言 $f(t)=f_r(t)+jf_i(t)$

其中 $f_r(t)=\dfrac{f(t)+f^*(t)}{2}$，$jf_i(t)=\dfrac{f(t)-f^*(t)}{2}$

(5)正交函数分量

傅里叶级数，傅里叶变换

7.系统的定义

8.系统模型的定义以及描述

描述　数学表达式

图形　方框图

信号流图

9.系统的分类

(1)线性系统的定义以及判别方法

定义：同时具有叠加性、齐次性

当 $[e_1(t)]=r_1(t)$, $T[e_2(t)]=r_2(t)$ 时，

若 $T[c_1e_1(t)+c_2e_2(t)]=c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$，则系统为线性系统

判定方法：根据定义

(2)时不变系统的定义及判别方法

定义：响应与激励施加到系统的时刻无关

若 $T[e(t)]=r(t)$ 时，有 $T[e(t-t_0)]=r(t-t_0)$

则系统为时不变系统

判别方法：根据定义

(3)因果系统的定义及判别方法

定义：系统在 t_0 时刻的响应只与 t_0 时刻及之前的激励有关，即响应出现在激励之后

判别方法：a. 定义

b. 若系统为线性时不变系统（LTIS），则它是因果系统的冲要条件为

$$h(t)=0, t<0$$

(4)稳定系统的定义及判别方法

定义：有界输入有界输出　BIBO

若 $|e(t)|\le M_e$，有其 $|r_{zs}(t)|\le M_r$，则系统为稳定系统

判别方法：a. 定义

b. 对于线性时不变系统（LTIS），

①系统稳定的充要条件为：$\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|dt<\infty$

②若系统为因果系统，则其稳定的条件为：系统函数的极点全部在S域的左半平面

③若系统为因果系统且状态方程已知，则其稳定的条件为：系数矩阵A的特征值全部在S域左半平面

c. 根据h(t) 在t 趋于无穷时的情况判定：

①稳定系统 $\lim_{t\to\infty} h(t)=0$

②临界稳定系统 $\lim_{t\to\infty} h(t)$ 是非0常数或者呈等幅振荡

结合H(s)极点位置考虑

③不稳定系统 $\lim_{t\to\infty} h(t)=\infty$

结论：稳定性是系统自身的性质之一，与激励信号的情况无关

10.线性时不变系统的性质

$$\text{线性特性}\begin{cases}\text{叠加性} & T\left[e_1(t)+e_2(t)\right]=r_1(t)+r_2(t)\\ \text{齐次性} & T\left[ke(t)\right]=kr(t)\end{cases}$$

时不变特性 $T\left[e(t-t_0)\right]=r(t-t_0)$

微分特性 $T\left[\dfrac{de(t)}{dt}\right]=\dfrac{dr(t)}{dt}$

积分特性 $T\left[\int_{-\infty}^{t} e(\tau)d\tau\right]=\int_{-\infty}^{t} r(\tau)d\tau$

$$\text{若系统为因果系统，则有}\begin{cases}\text{若 } t\le t_0 \text{ 时，} e(t)=0\\ \text{则 } t\le t_0 \text{ 时，} r(t)=0\end{cases}$$

第二章 连续时间系统的时域分析

一、根据电路建立输入输出方程

二、求解微分方程 求系统的全响应

$$\begin{cases}\text{零输入响应 } r_{zi}(t)\\ \text{零状态响应 } r_{zs}(t)\end{cases}\qquad\begin{cases}\text{自由响应}\\ \text{强迫响应}\end{cases}\qquad\begin{cases}\text{瞬态响应}\\ \text{稳态响应}\end{cases}$$

三、零输入响应的求解

四、零状态响应的求解 $r_{zs}(t)=e(t)*h(t)$

五、系统的单位冲激响应和阶跃响应

1.h(t) g(t)

$$e(t)=\delta(t)\rightarrow r_{zs}(t)=h(t)$$

$$e(t)=u(t)\rightarrow r_{zs}(t)=g(t)$$

2.计算 h(t)

a.根据微分方程求 h(t)

b. $h(t)=L^{-1}[H(s)]=F^{-1}[H(j\omega)]$

c.由定义确定

3.h(t)的应用

a. $H(s)=L[h(t)]$ $\qquad H(j\omega)=F[h(t)]$

b.利用 h(t)可以判断线性时不变系统（LTIS）的因果特性及其稳定性

c.利用 h(t)可以判断系统是否可逆

若 $h(t)*h_1(t)=\delta(t)$，则系统是可逆的，且 $h_1(t)$表示逆系统的冲击响应

4.h(t)与 g(t)的关系

$$h(t)=\frac{dg(t)}{dt}$$

六、卷积积分

1.定义

$$x_1(t)*x_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau=y(t)$$

2.性质

交换律 $f_1(t)*f_2(t)=f_2(t)*f_1(t)$

分配率 $f_1(t)*[f_2(t)+f_3(t)]=f_1(t)*f_2(t)+f_1(t)*f_3(t)$

并联系统 $h(t)=h_1(t)+h_2(t)$

结合律 $f_1(t)*[f_2(t)*f_3(t)]=f_1(t)*f_2(t)*f_3(t)$

级联系统 $h(t)=h_1(t)*h_2(t)$

微分性质

$$\frac{d}{dt}[x_1(t)*x_2(t)]=\frac{d}{dt}x_1(t)*x_2(t)=x_1(t)*\frac{d}{dt}x_2(t)$$

积分性质 $x_1(t)*x_2(t)=\frac{d}{dt}x_1(t)*\int_{-\infty}^{t}x_2(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}x_1(\tau)d\tau*\frac{d}{dt}x_2(t)$

微积分性质联合使用

$$x_1(t)*x_2(t)=\frac{d}{dt}x_1(t)*\int_{-\infty}^{t}x_2(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}x_1(\tau)d\tau*\frac{d}{dt}x_2(t)$$

使用条件 $\int_{-\infty}^{t}\frac{d}{d\tau}x(\tau)d\tau = x(t) \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty} x(t) = 0$

时移性质 若 $x_1(t) * x_2(t) = y(t)$，则 $x_1(t-t_1) * x_2(t-t_2) = y(t-t_1-t_2)$

与 $\delta(t)$，$u(t)$，$\delta'(t)$ 的卷积

$$x(t) * \delta(t) = x(t) \qquad x(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \qquad x(t) * \delta'(t) = x'(t)$$

七、起始点的跳变（从 0_- 状态到 0_+ 状态）

1.定义

0_- 状态 $\left[r(0_-), r'(0_-), \ldots r^{(n-1)}(0_-)\right]$

0_+ 状态 $\left[r(0_+), r'(0_+), \ldots r^{(n-1)}(0_+)\right]$

2.判断有无跳变

a.根据电路

$u_c(t), i_L(t)$

b.已知微分方程

第三章 傅里叶变换

一、周期信号的傅里叶级数

1.数学形式

a.三角函数形式 $f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos(n\omega_1 t) + b_n\sin(n\omega_1 t)\right]$

b.指数函数形式

$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}$ 其中 $F_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)e^{-jn\omega_1 t}dt$ 成为傅里叶级数系数

2.周期信号频谱的特点

离散性、谐波性、收敛性

3.周期信号的对称特性和它的傅里叶级数系数之间的关系

注：奇谐函数 $f(t) = f(t \pm \frac{T}{2})$ 偶谐函数 $f(t) = -f(t \pm \frac{T}{2})$

f(t)	傅氏级数系数	不包含分量
偶函数	$b_n = 0$	正弦函数分量
奇函数	$a_n = 0 = a_0$	直流分量、余弦函数分量
偶谐函数	$a_k = b_k = 0$ (k 为奇数)	基波分量、奇次谐波分量

奇谐函数 $a_0 = a_k = b_k = 0$ (k 为偶数) 直流分量、偶次谐波分量

二、非周期信号的傅里叶变换

1.定义

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathrm{t}) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t} dt$$

$$f(\mathrm{t}) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

其中 F(w)一般为复函数 $F(\omega) = |F(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$ $|F(\omega)|$ - -ω 幅度谱

$\varphi(\omega)$ - -ω 相位谱

$$F(\omega) = \mathrm{R}(\omega) + \mathrm{j}\mathrm{X}(\omega)$$

当 f(t)为实函数时，$|F(\omega)|$与 $R(\omega)$均为 ω 的偶函数

$\varphi(\omega)$与 $X(\omega)$均为 ω 的奇函数

a. 常用非周期信号的傅里叶变换

$\delta(\mathrm{t}) \to 1$ $\qquad$ $e^{-at}u(\mathrm{t}) \to \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega + \mathrm{a}} (\mathrm{a} > 0)$

$u(\mathrm{t}) \to \pi\delta(\omega) + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}$ $\qquad$ $EG_{2\tau}(\mathrm{t}) \to 2\mathrm{E}\,\tau \mathrm{Sa}(\omega\tau)$

$1 \to 2\pi\delta(\omega)$ $\qquad$ $\dfrac{1}{t} \to -j\pi Sgn(\omega)$

$Sgn(\mathrm{t}) \to \dfrac{2}{\mathrm{j}\omega}$

b.常用周期信号的傅里叶变换

$$e^{j\omega_0 t} \to 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$$

$$\cos(\omega_0 \mathrm{t}) \to \pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$$

$$\sin(\omega_0 \mathrm{t}) \to \mathrm{j}\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$$

$$\delta_T(\mathrm{t}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\mathrm{t} - \mathrm{nT}) \to \frac{2\pi}{\mathrm{T}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \mathrm{n}\frac{2\pi}{\mathrm{T}})$$

c.一般周期信号的傅里叶变换

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_0(t-nT) \to 2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n\delta(\omega-n\omega_1) \qquad 其中\ \omega_1=\frac{2\pi}{T}$$

$$F_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)e^{-jn\omega_1 t}dt=\frac{1}{T}F_0(\omega)\big|_{\omega=n\omega_1} \qquad 其中\ f_0(t)\to F_0(\omega)$$

2.傅里叶变换的性质

线性性质

时移性质 $f(t-t_0)\to F(\omega)e^{-j\omega t_0}$

频移性质 $f(t)e^{j\omega_0 t}\to F(\omega-\omega_0)$

$$f(t)\cos(\omega_0 t)\to\frac{1}{2}\left[F(\omega+\omega_0)+F(\omega-\omega_0)\right]$$

$$f(t)\sin(\omega_0 t)\to\frac{j}{2}\left[F(\omega+\omega_0)-F(\omega-\omega_0)\right]$$

反褶 $f(-t)\to F(-\omega)$

尺度变换 $f(at)\to\frac{1}{|a|}F(\frac{\omega}{a})(a\neq 0)$

对称特性 若 $f(t)\to F(\omega)$，则有 $F(t)\to 2\pi f(-\omega)$

奇偶虚实性 若 f(t)为实函数，且 $f(t)\to F(\omega)$，则有

$$f(-t)\to F(-\omega)=F^*(\omega)$$

$f(t)$	$F(\omega)$
实偶函数	实偶函数
实奇函数	虚奇函数
虚偶函数	虚偶函数
虚奇函数	实奇函数

时域微分特性 $\frac{d}{dt}f(\mathrm{t}) \to \mathrm{j}\omega\mathrm{F}(\omega)$

$\frac{d^n}{dt^n}f(\mathrm{t}) \to (\mathrm{j}\omega)^n F(\omega)$

时域积分特性 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau \to \pi f(0)\delta(\omega) + \frac{\mathrm{F}(\omega)}{\mathrm{j}\omega}$

频域微分性质 $-jtf(\mathrm{t}) \to \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}F(\omega)$

$(\text{-jt})^n f(\mathrm{t}) \to \frac{\mathrm{d}^n}{d\omega^n}F(\omega)$

卷积定理 $f_1(\mathrm{t}) * \mathrm{f}_2(\mathrm{t}) \to \mathrm{F}_1(\omega)\mathrm{F}_2(\omega)$

$f_1(\mathrm{t})\mathrm{f}_2(\mathrm{t}) \to \frac{1}{2\pi}F_1(\omega) * F_2(\omega)$

傅里叶变换的应用

一、系统函数 $H(\mathrm{j}\omega) = \frac{\mathrm{R}(\mathrm{j}\omega)}{\mathrm{E}(\mathrm{j}\omega)}$

1. 定义： $e(\mathrm{t}) = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t} \to H(j\omega) \to r(\mathrm{t}) = \mathrm{e}(\mathrm{t}) * \mathrm{h}(\mathrm{t}) = \mathrm{h}(\mathrm{t}) * \mathrm{e}(\mathrm{t})$

2. 物理意义：

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\mathrm{e}(\mathrm{t}-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0(t-\tau)} = e^{j\omega_0 t}\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0\tau}d\tau = H(\mathrm{j}\omega_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\mathrm{e}(\mathrm{t}-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0(t-\tau)} = e^{j\omega_0 t}\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0\tau}d\tau = H(\mathrm{j}\omega_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 t}$$

3. 求法：

(1) 从 H(s)，因果稳定系统， $H(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{H(s)}\big|_{s=\mathrm{j}\omega}$

(2) 从 h(t) ， $H(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{F}[\mathrm{h(t)}]$

二、体统物理可实现条件

1. 时域 $\mathrm{h(t)} = 0, \mathrm{t} < 0$ 充要条件

2. 频域 佩利维纳准则 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left|\ln|H(\mathrm{j}\omega)|\right|}{1+\omega^2} d\omega < \infty$ 必要条件

三、无失真传输条件和理想低通滤波器

1. 信号失真（幅度失真，相位失真）

2. 无失真传输