

## 专题 9.8 三角形中位线（知识解读）

### 【学习目标】

- 1.理解并掌握三角形中位线的概念、性质，会利用性质解决有关问题。
- 2.经历探索三角形中位线性质的过程，培养学生分析问题和解决问题的能力。
- 3.通过对问题的探索研究，培养学生大胆猜想、合理论证的科学精神

### 【知识点梳理】

#### 知识点 1：三角形的中位线

1. 连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线.
2. 定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

#### 注意：

- (1) 三角形有三条中位线，每一条与第三边都有相应的位置关系与数量关系.
- (2) 三角形的三条中位线把原三角形分成可全等的 4 个小三角形. 因而每个小三角形的周长为原三角形周长的  $\frac{1}{2}$ ，每个小三角形的面积为原三角形面积的  $\frac{1}{4}$ .
- (3) 三角形的中位线不同于三角形的中线.

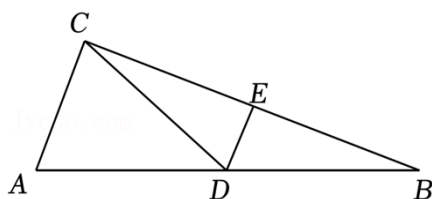
#### 知识点 2：顺次连接任意四边形各边中点得到的四边形的形状

顺次连接任意四边形各边中点得到的四边形是平行四边形.

### 【典例分析】

#### 【考点 1：三角形中位线】

【典例 1】（2022 春·东平县校级月考）如图，在  $ABC$  中， $AB=13$ ， $BC=12$ ， $D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $BC$  的中点，连接  $DE$ ， $CD$ ，如果  $DE=2.5$ ，那么  $\triangle ACD$  的周长为（ ）



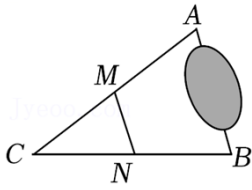
A. 25

B. 18.5

C. 17.5

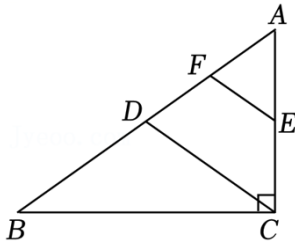
D. 18

【变式 1-1】（2022 春·鼓楼区校级期中）如图， $A$ 、 $B$  两点被一座山隔开， $M$ 、 $N$  分别是  $AC$ 、 $BC$  中点，测量  $MN$  的长度为  $30m$ ，那么  $AB$  的长度为（ ）

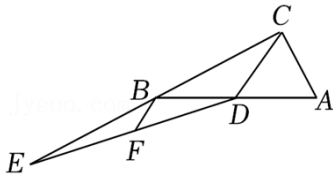


- A.  $30m$       B.  $60m$       C.  $120m$       D.  $160m$

【变式 1-2】（2022 秋·双阳区期末）如图所示，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线， $E$ 、 $F$  分别为  $AC$ 、 $AD$  的中点，若  $EF=1$ ，则  $AB$  =\_\_\_\_\_.

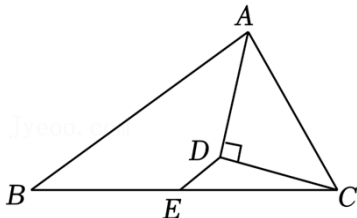


【变式 1-3】（2022 秋·新城区校级月考）如图所示，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $CD$  为中线，延长  $CB$  至点  $E$ ，使  $BE=BC$ ，连接  $DE$ ， $F$  为  $DE$  中点，连接  $BF$ ，若  $BF=4$ ，则  $BC$  的长为（ ）



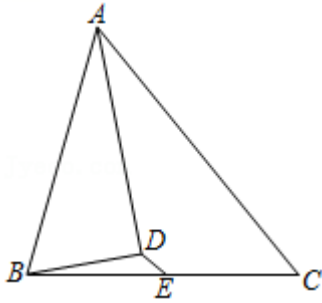
- A. 6      B. 8      C.  $4\sqrt{3}$       D.  $8\sqrt{3}$

【典例 2】（2022 秋·泰山区校级期末）如图， $\triangle ABC$  中， $AB=9cm$ ， $AC=5cm$ ，点  $E$  是  $BC$  的中点，若  $AD$  平分  $\angle BAC$ ， $CD\perp AD$ ，线段  $DE$  的长为（ ）



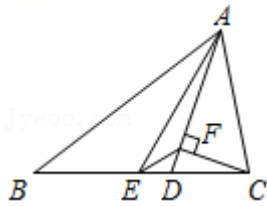
- A.  $1cm$       B.  $2cm$       C.  $3cm$       D.  $4cm$

【变式 2-1】（2019 秋·碑林区校级月考）如图，在  $\triangle ABC$  中，已知  $AB=6$ ， $AC=10$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$ ， $BD \perp AD$  于点  $D$ ， $E$  为  $BC$  中点，连接  $DE$ ，则  $DE$  的长是（ ）



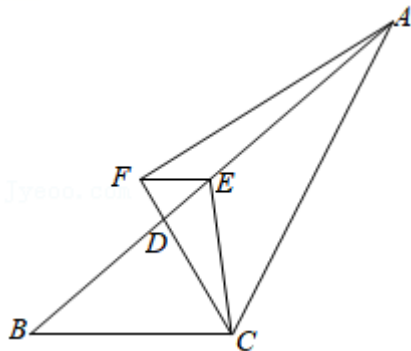
- A. 1                      B. 1.5                      C. 2                      D. 4

【变式 2-2】（2021 秋·芝罘区期末）如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=6$ ， $AC=4$ ， $AD$ ， $AE$  分别是角平分线和中线，过点  $C$  作  $CF \perp AD$  于点  $F$ ，连接  $EF$ ，则线段  $EF$  的长为（ ）



- A. 1                      B. 2                      C. 4                      D.  $\frac{3}{2}$

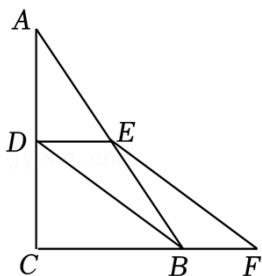
【变式 2-3】（2022·黑龙江模拟）如图，在  $\triangle ABC$  中， $CE$  是中线， $CD$  是角平分线， $AF \perp CD$  交  $CD$  延长线于点  $F$ ， $AC=7$ ， $BC=4$ ，则  $EF$  的长为（ ）



- A. 1.5                      B. 2                      C. 2.5                      D. 3

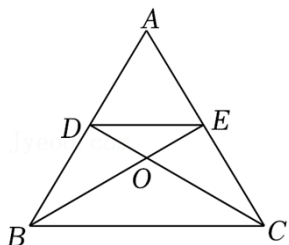
**【典例 3】**（2022 秋·莱阳市期末）如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D, E$  分别是  $AC, AB$  的中点，点  $F$  是  $CB$  延长线上一点，且  $CF=3BF$ ，连接  $DB, EF$ 。若  $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=12$ ， $DE=4$ 。

- (1) 求证： $DE=BF$ ；
- (2) 求四边形  $DEFB$  的周长。



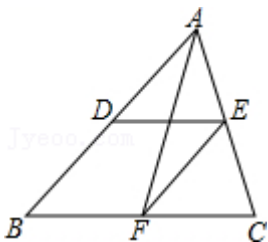
**【变式 3-1】**（2022 春·瑶海区期末）已知：如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D, E$  分别是  $AB, AC$  的中点

- (1) 若  $DE=2$ ，则  $BC=$ \_\_\_\_；若  $\angle ACB=70^\circ$ ，则  $\angle AED=$ \_\_\_\_°；
- (2) 连接  $CD$  和  $BE$  交于点  $O$ ，求证： $CO=2DO$ 。



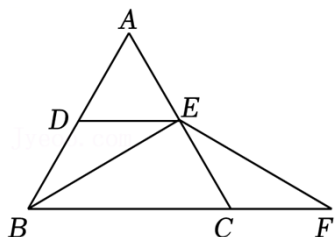
**【变式 3-2】**（2020 秋·莱芜区期末）如图， $\triangle ABC$  中， $D, E, F$  分别是  $AB, AC, BC$  的中点。

- (1) 若  $EF=5\text{cm}$ ，则  $AB=$ \_\_\_\_ $\text{cm}$ ；若  $BC=9\text{cm}$ ，则  $DE=$ \_\_\_\_ $\text{cm}$ ；
- (2) 中线  $AF$  与中位线  $DE$  有什么特殊的关系？证明你的猜想。



**【变式 3-3】**（2021 秋·宝塔区校级期末）如图， $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $BE \perp AC$  于  $E$ ，且  $D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $AC$  的中点，延长  $BC$  至点  $F$ ，使  $CF=CE$ ，连接  $DE$ ， $EF$ 。

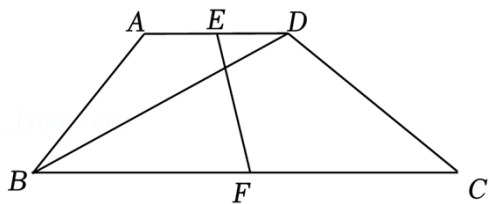
- (1) 求  $\angle ABC$  的度数；
- (2) 若  $DE=2$ ，求  $\triangle CEF$  的面积。



**【考点 2：中点四边形】**

**【典例 4】**（2022 秋·郸城县期中）如图，在四边形  $ABCD$  中， $E$ ， $F$  分别是  $AD$ ， $BC$  的中点。

- (1) 若  $AB=10$ ， $CD=24$ ， $\angle ABD=30^\circ$ ， $\angle BDC=120^\circ$ ，求  $EF$  的长。
- (2) 若  $\angle BDC - \angle ABD=90^\circ$ ，求证： $AB^2+CD^2=4EF^2$ 。



【变式 4-1】（2022 秋·安溪县期中）在四边形  $ABCD$  中， $AB=CD$ ，点  $E, F$  分别是边  $AD, BC$  的中点.

(1) 如图 1，点  $P$  为对角线  $BD$  的中点，连接  $PE, PF$ ，若  $\angle PEF=26^\circ$ ，则  $\angle EPF=$ \_\_\_\_\_度；

(2) 如图 2，直线  $EF$  分别与  $BA, CD$  的延长线交于点  $M, N$ . 求证:  $\angle BMF = \angle CNF$ .

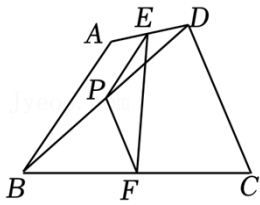


图1

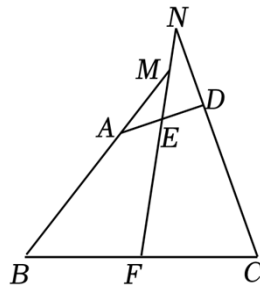
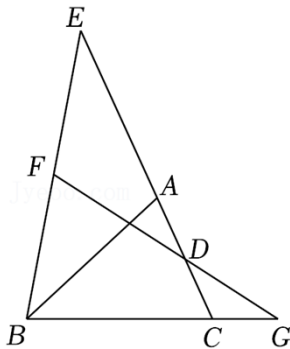


图2

【变式 4-2】（2022 春·大连期中）如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  为  $AC$  中点，延长  $CA$  至  $E$ ，使  $AE=BC$ ，连接  $BE$ ，点  $F$  为  $BE$  中点，连接  $FD$  并延长交  $BC$  延长线于  $G$ .

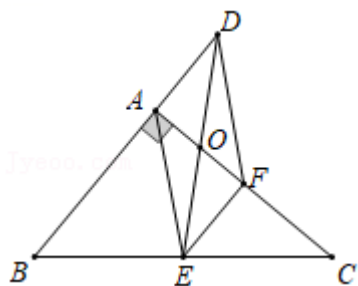
(1) 求证:  $CD=CG$ ;

(2) 若  $\angle ACB=60^\circ$ ， $BC=6$ ，求  $FD$  的长.



【变式 4-3】（2022 春·吉水县期末）在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $E, F$  分别是  $BC, AC$  的中点，延长  $BA$  到点  $D$ ，使得  $AB=2AD$ ，连接  $DE, DF, AE, EF$ ， $AF$  于  $DE$  交于点  $O$ 。

- (1) 证明： $AF$  与  $DE$  互相平分；
- (2) 如果  $AB=6, BC=10$ ，求  $DO$  的长。



## 专题 9.8 三角形中位线（知识解读）

### 【学习目标】

- 1.理解并掌握三角形中位线的概念、性质，会利用性质解决有关问题。
- 2.经历探索三角形中位线性质的过程，培养学生分析问题和解决问题的能力。
- 3.通过对问题的探索研究，培养学生大胆猜想、合理论证的科学精神

### 【知识点梳理】

#### 知识点 1：三角形的中位线

1. 连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线.
2. 定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

#### 注意：

- (1) 三角形有三条中位线，每一条与第三边都有相应的位置关系与数量关系.
- (2) 三角形的三条中位线把原三角形分成可全等的 4 个小三角形. 因而每个小三角形的周长为原三角形周长的  $\frac{1}{2}$ ，每个小三角形的面积为原三角形面积的  $\frac{1}{4}$ .
- (3) 三角形的中位线不同于三角形的中线.

#### 知识点 2：顺次连接任意四边形各边中点得到的四边形的形状

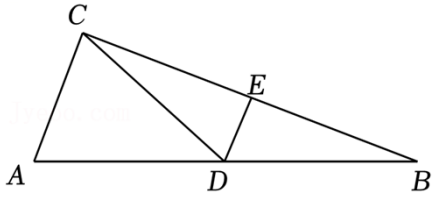
顺次连接任意四边形各边中点得到的四边形是平行四边形.

### 【典例分析】

#### 【考点 1：三角形中位线】

【典例 1】（2022 春·东平县校级月考）如图，在  $ABC$  中， $AB=13$ ， $BC=12$ ， $D$ 、 $E$  分别是  $AB$ 、 $BC$  的中点，连接  $DE$ ， $CD$ ，如果  $DE=2.5$ ，那么  $\triangle ACD$  的周长为（ ）





A. 25

B. 18.5

C. 17.5

D. 18

**【答案】** D

**【解答】**解：∵  $D, E$  分别是  $AB, BC$  的中点，

∴  $AC = 2DE = 5, AC \parallel DE$ ,

$AC^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$ ,

$AB^2 = 13^2 = 169$ ,

∴  $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ,

∴  $\angle ACB = 90^\circ$  ,

∵  $AC \parallel DE$ ,

∴  $\angle DEB = 90^\circ$  , 又∵  $E$  是  $BC$  的中点，

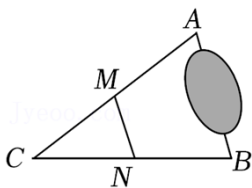
∴ 直线  $DE$  是线段  $BC$  的垂直平分线，

∴  $DC = BD$ ,

∴  $\triangle ACD$  的周长  $= AC + AD + CD = AC + AD + BD = AC + AB = 18$ ,

故选：D.

**【变式 1-1】**（2022 春·鼓楼区校级期中）如图， $A, B$  两点被一座山隔开， $M, N$  分别是  $AC, BC$  中点，测量  $MN$  的长度为  $30m$ ，那么  $AB$  的长度为（ ）



A.  $30m$

B.  $60m$

C.  $120m$

D.  $160m$

**【答案】** B

**【解答】**解：∵  $M, N$  分别是  $AC, BC$  中点，

∴  $MN$  是  $\triangle ABC$  的中位线，

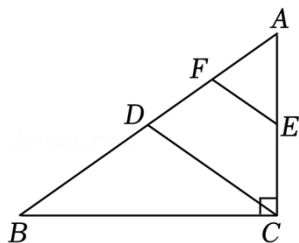
∴  $AB = 2MN$ ,

∵  $MN = 30m$ ,

∴  $AB = 60m$ ,

故选：B.

【变式 1-2】（2022 秋·双阳区期末）如图所示，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线， $E$ 、 $F$  分别为  $AC$ 、 $AD$  的中点，若  $EF=1$ ，则  $AB$  = \_\_\_\_.



【答案】4

【解答】解：∵  $E$ 、 $F$  分别为  $AC$ 、 $AD$  的中点，

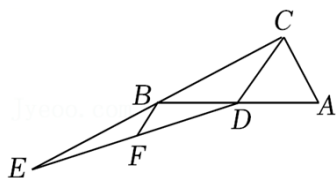
$$\therefore CD=2EF=2,$$

∵  $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线，

$$\therefore AB=2CD=4,$$

故答案为：4.

【变式 1-3】（2022 秋·新城区校级月考）如图所示，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $CD$  为中线，延长  $CB$  至点  $E$ ，使  $BE=BC$ ，连接  $DE$ ， $F$  为  $DE$  中点，连接  $BF$ ，若  $BF=4$ ，则  $BC$  的长为（ ）



A. 6

B. 8

C.  $4\sqrt{3}$

D.  $8\sqrt{3}$

【答案】D

【解答】解：∵  $F$  为  $DE$  中点，

$$\therefore EF=DF,$$

$$\therefore BE=BC,$$

∴  $BF$  是  $\triangle CDE$  的中位线，

$$\therefore CD=2BF=8,$$

∵  $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD$  为  $AB$  边的中线，

$$\therefore AB=2CD=16,$$

$$\therefore AC=8,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。  
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/267123133022006124>