2.2 圆的对称性

一、选择题（本大题共 **8** 小题，每小题 **3** 分，共 **24** 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（2019 秋•金平区期末）下列语句，错误的是（　　）

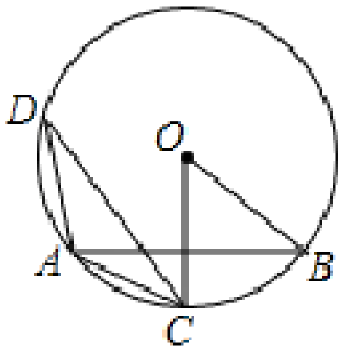
A．直径是弦

B．相等的圆心角所对的弧相等

C．弦的垂直平分线一定经过圆心

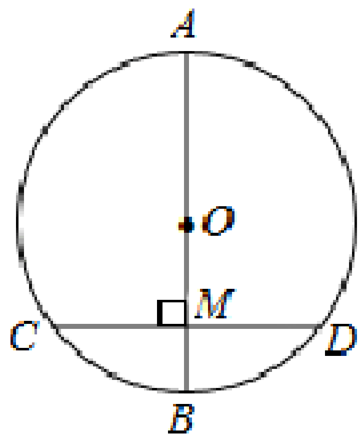
D．平分弧的半径垂直于弧所对的弦

2．（2019 秋•江阴市校级期中）有下列说法：①直径是圆中最长的弦；②等弧所对的弦相等；③圆中 90°的角所对的弦是直径；④相等的圆心角对的弧相等．其中正确的有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

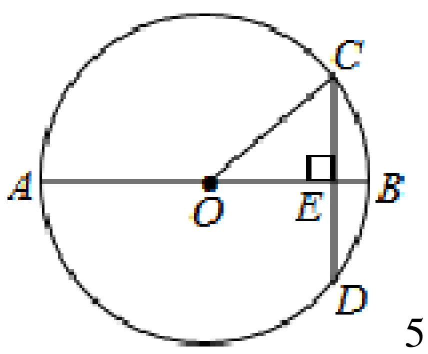
3．（2019•东台市模拟）如图，AB 是⊙O 的弦，半径 $OC\perp AB$，D 为圆周上一点，若$\overset{\frown}{BC}$的度数为 50°，则∠ADC 的度数为（　　）



A．20°　　B．25°　　C．30°　　D．50°

4．（2019 秋•玄武区期末）如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 M，若 $CD=8cm$，$MB=2cm$，则直径 AB 的长为（　　）

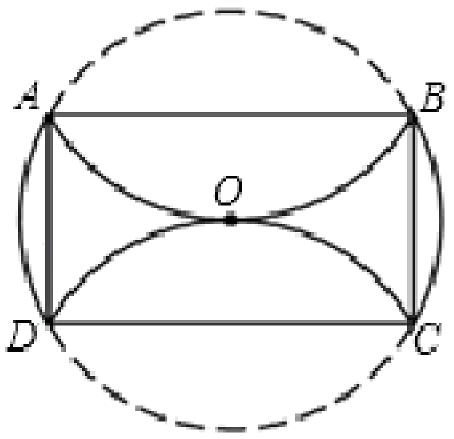
A．9 cm　　B．10 cm　　C．11 cm　　D．12 cm



5．（2019 秋•江阴市期末）如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，$OC=5cm$，$CD=8cm$，则 $AE=$（　　）

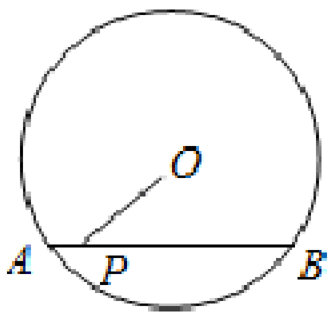
A．$2cm$　　　　B．$3cm$　　　　C．$5cm$　　　　D．$8cm$

6．（2019 秋•仪征市期末）如图，在⊙O 中，分别将$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{CD}$沿两条互相平行的弦 AB、CD 折叠，折叠后的弧均过圆心，若⊙O 的半径为 4，则四边形 $ABCD$ 的面积是（　　）



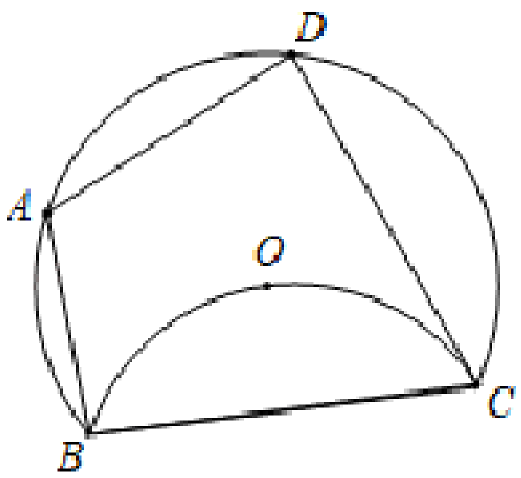
A．8　　　　B．$16\sqrt{3}$　　　　C．32　　　　D．$32\sqrt{3}$

7．（2019 秋•泗阳县期末）如图，⊙O 的直径为 10，弦 AB 的长为 8，点 P 是弦 AB 上的一个动点，使线段 OP 的长度为整数的点 P 有（　　）



A．3 个　　　　B．4 个　　　　C．5 个　　　　D．6 个

8．（2019 秋•连云港期中）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，$AB=AD$，$BC=3$．劣弧 BC 沿弦 BC 翻折，刚好经过圆心 O．当对角线 BD 最大时，则弦 AB 的长是（　　）

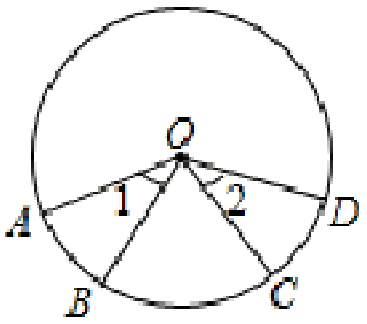


A．$\sqrt{6}$　　　　B．$2\sqrt{3}$　　　　C．$\frac{3}{2}$　　　　D．$2\sqrt{2}$

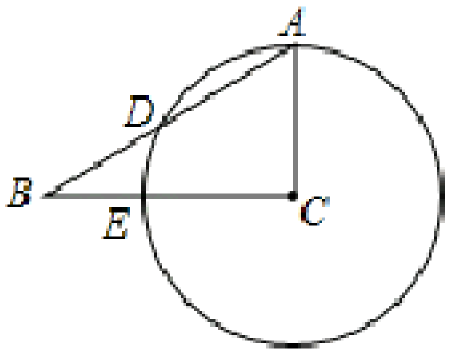
二、填空题（本大题共 **8** 小题，每小题 **3** 分，共 **24** 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在横线上）

9．（2019 秋•金湖县期末）长度等于 $6\sqrt{2}$的弦所对的圆心角是 90°，则该圆半径为_______．

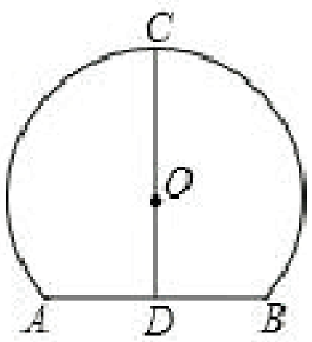
10．（2019 秋•大丰区期中）如图，在⊙O 中，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，$\angle 1=30°$，$\overset{\frown}{CD}$的度数为_______．



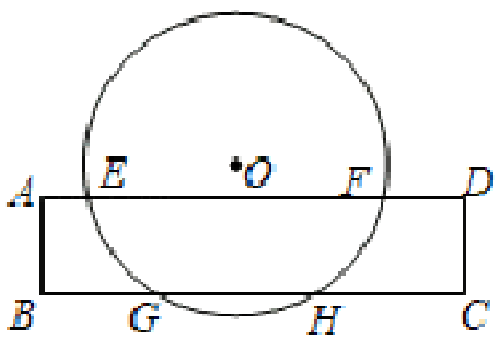
11．（2018 秋•宁津县期末）如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle B=36°$，以 C 为圆心，CA 为半径的圆交 AB 于点 D，交 BC 于点 E．求弧 AD 所对的圆心角的度数_______．



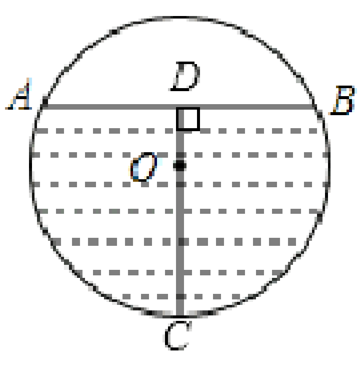
12．（2020•常州模拟）石拱桥是中国传统桥梁四大基本形式之一，如图，已知一石拱桥的桥顶到水面的距离 CD 为 $8m$，桥拱半径 OC 为 $5m$，求水面宽 $AB=$_______m．



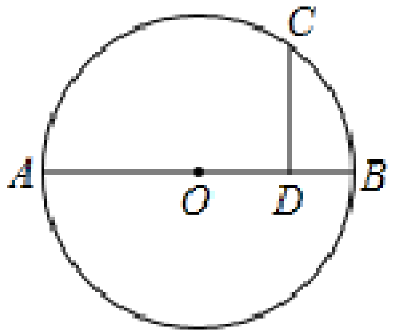
13．（2019 秋•海陵区校级期末）如图，⊙O 与矩形 $ABCD$ 的边 AB、CD 分别相交于点 E、F、G、H，若 $AE+CH=6$，则 $BG+DF$ 为_______．



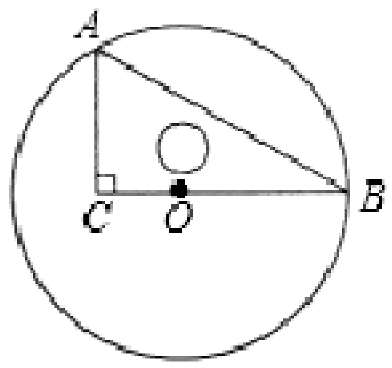
14．（2019 秋•秦淮区期末）如图，⊙O 是一个油罐的截面图．已知⊙O 的直径为 $5m$，油的最大深度 $CD=4m$（$CD\perp AB$），则油面宽度 AB 为_______m．



15.（2019 秋•泗阳县期末）如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，且 $CD\perp AB$，垂足为 D，$CD=4$，$OD=3$，则 $DB=$_______.

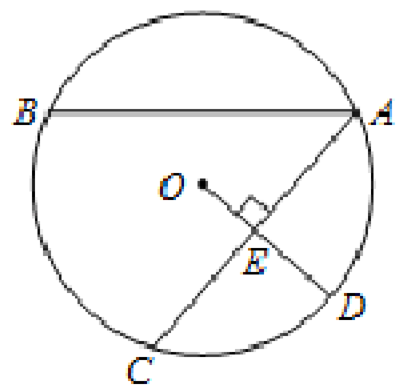


16.（2019 秋•镇江期末）有一块三角板 ABC，$\angle C$ 为直角，$\angle ABC=30^\circ$，将它放置在⊙O 中，如图，点 A、B 在圆上，边 BC 经过圆心 O，劣弧$\overset{\frown}{AB}$的度数等于_______°

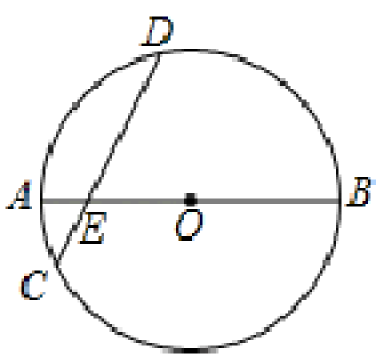


三、解答题（本大题共 **5** 小题，共 **52** 分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

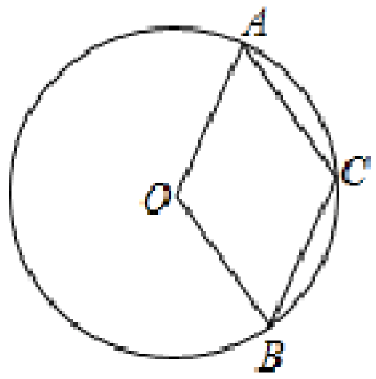
17.（2019 秋•新北区期中）如图，A、B、C、D 为⊙O 上四点，若 $AC\perp OD$ 于 E，且$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{AD}$，请说明 $AB=2AE$.



18.（2020•武汉模拟）⊙O 中，直径 AB 和弦 CD 相交于点 E，已知 $AE=1cm$，$EB=5cm$，且$\angle DEB=60^\circ$，求 CD 的长.



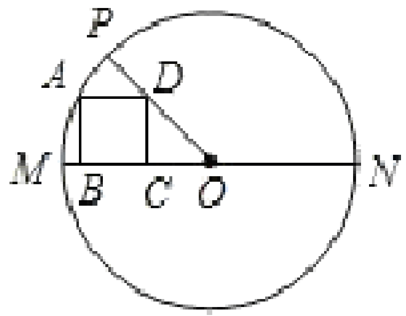
19.（2020•硚口区模拟）如图 A、B 是⊙O 上的两点，$\angle AOB=120^\circ$，C 是弧$\overset{\frown}{AB}$的中点，求证四边形 $OACB$ 是菱形.



20．（2019 秋•东台市期中）如图，在⊙O 中，直径为 MN，正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在半径 OM、OP 以及⊙O 上，并且∠POM＝45°，若 AB＝1．

（1）求 OD 的长；

（2）求⊙O 的半径．



21．（2019 秋•宿豫区期中）如图，⊙O 的弦 AB、DC 的延长线相交于点 E．

（1）如图 1，若$\overset{\frown}{AD}$为 120°，$\overset{\frown}{BC}$为 50°，求∠E 的度数；

（2）如图 2，若 AB＝CD，求证：AE＝DE．

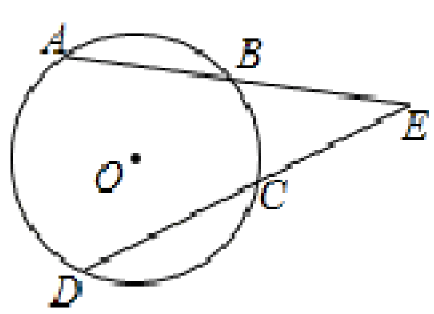


图1

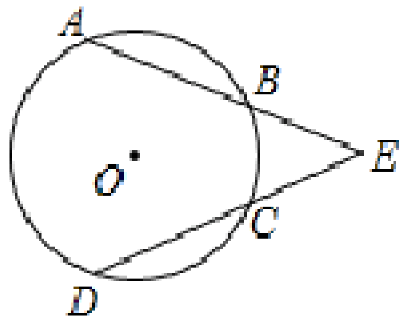


图2

答案解析

一、选择题（本大题共 **8** 小题，每小题 **3** 分，共 **24** 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.（2019 秋•金平区期末）下列语句，错误的是（　　）

A．直径是弦

B．相等的圆心角所对的弧相等

C．弦的垂直平分线一定经过圆心

D．平分弧的半径垂直于弧所对的弦

【分析】根据圆心角、弧、弦的关系，垂径定理，圆的有关概念判断即可.

【解答】解：直径是弦，A 正确，不符合题意；

在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，B 错误，符合题意；

弦的垂直平分线一定经过圆心，C 正确，不符合题意；

平分弧的半径垂直于弧所对的弦，D 正确，不符合题意；

故选：B.

点评：本题考查的是圆心角、弧、弦的关系，垂径定理，掌握圆的有关概念、垂径定理是解题的关键.

2.（2019 秋•江阴市校级期中）有下列说法：①直径是圆中最长的弦；②等弧所对的弦相等；③圆中 90° 的角所对的弦是直径；④相等的圆心角对的弧相等. 其中正确的有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【分析】根据圆心角、弧、弦的相关知识进行解答.

【解答】解：①正确；

②在同圆或等圆中，能够重合的弧叫做等弧，等弧所对的弦相等；故②正确；

③圆中，90° 圆周角所对的弦是直径；故③错误；

④在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等；故④错误；

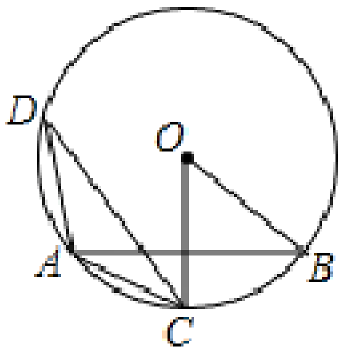
因此正确的结论是①②；

故选：B.

点评：本题涉及的知识点有：圆周角定理的推论，等弧的概念和性质，以及圆心角、弧、弦的关系等.

3.（2019•东台市模拟）如图，AB 是⊙O 的弦，半径 $OC \perp AB$，D 为圆周上一点，若$\overset{\frown}{BC}$的

度数为 50°，则∠ADC 的度数为（　　）



A．20°　　　　B．25°　　　　C．30°　　　　D．50°

【分析】利用圆心角的度数等于它所对的弧的度数得到∠BOC＝50°，利用垂径定理得到$\widehat{AC}=\widehat{BC}$，然后根据圆周角定理计算∠$ADC$ 的度数．

【解答】解：∵$\widehat{BC}$的度数为 50°，

∴∠BOC＝50°，

∵半径 $OC\perp AB$，

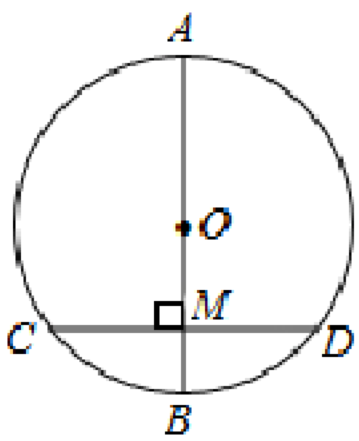
∴$\widehat{AC}=\widehat{BC}$，

∴∠$ADC=\frac{1}{2}$∠BOC＝25°．

故选：B．

点评：本题考查了圆心角、弧、弦的关系：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等．也考查了垂径定理和圆周角定理．

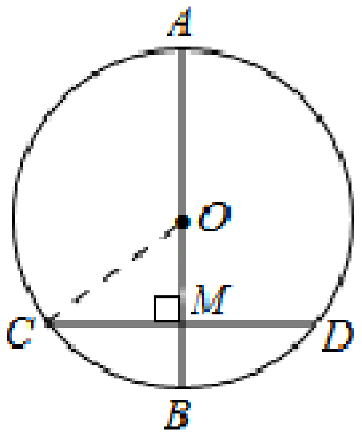
4.（2019 秋•玄武区期末）如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 M，若 CD＝8cm，MB＝2cm，则直径 AB 的长为（　　）



A．9 cm　　　　B．10 cm　　　　C．11 cm　　　　D．12 cm

【分析】如图，连接 OC．设 $OA=OB=OC=r$．在 Rt△OCM 中，利用勾股定理构建方程即可解决问题．

【解答】解：如图，连接 OC．设 $OA=OB=OC=r$．



∵$AB\perp CD$，

∴$CN=MD=\frac{1}{2}CD=4cm$，

在 Rt△OCM 中，∵$OC^2=CM^2+OM^2$，

∴$r^2=4^2+(r-2)^2$，

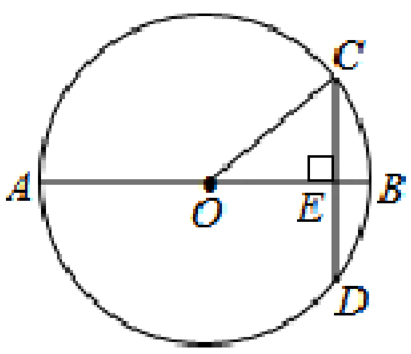
解得 $r=5$，

∴$AB=2OA=10$，

故选：B．

点评：本题考查垂径定理，勾股定理等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题．

5．（2019 秋•江阴市期末）如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，$OC=5cm$，$CD=8cm$，则 $AE=$（　　）



A．$2cm$　　B．$3cm$　　C．$5cm$　　D．$8cm$

【分析】根据垂径定理可得出 CE 的长度，在 Rt△OCE 中，利用勾股定理可得出 OE 的长度，再利用 $AE=AO+OE$ 即可得出 AE 的长度．

【解答】解：∵弦 $CD\perp AB$ 于点 E，$CD=8cm$，

∴$CE=\frac{1}{2}CD=4cm$．

在 Rt△OCE 中，$OC=5cm$，$CE=4cm$，

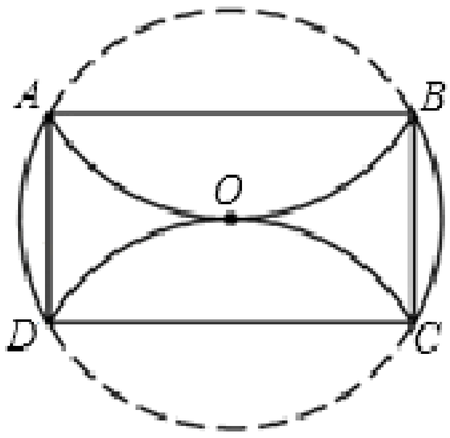
∴$OE=\sqrt{OC^2-CE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$（$cm$），

∴$AE=AO+OE=5+3=8$（cm）.

故选：D.

点评：本题考查了垂径定理以及勾股定理，利用垂径定理结合勾股定理求出 OE 的长度是解题的关键.

6.（2019 秋•仪征市期末）如图，在⊙O 中，分别将$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{CD}$沿两条互相平行的弦 AB、CD 折叠，折叠后的弧均过圆心，若⊙O 的半径为 4，则四边形 $ABCD$ 的面积是（　　）



A．8　　　　B．$16\sqrt{3}$　　　　C．32　　　　D．$32\sqrt{3}$

【分析】过 O 作 $OH\perp AB$ 交⊙O 于 E，反向延长 EO 交 CD 于 G，交⊙O 于 F，连接 OA，OB，OD，根据平行线的性质得到 $EF\perp CD$，根据折叠的性质得到 $OH=\frac{1}{2}OA$，推出△AOD 是等边三角形，得到 D，O，B 三点共线，且 BD 为⊙O 的直径，求得∠$DAB=90°$，同理，∠$ABC=$∠$ADC=90°$，得到四边形 $ABCD$ 是矩形，于是得到结论.

【解答】解：过 O 作 $OH\perp AB$ 交⊙O 于 E，反向延长 EO 交 CD 于 G，交⊙O 于 F，

连接 OA，OB，OD，

∵$AB\parallel CD$，

∴$EF\perp CD$，

∵分别将$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{CD}$沿两条互相平行的弦 AB、CD 折叠，折叠后的弧均过圆心，

∴$OH=\frac{1}{2}OA$，

∴∠$HAO=30°$，

∴∠$AOH=60°$，

同理∠$DOG=60°$，

∴∠$AOD=60°$，

∴△AOD 是等边三角形，

∵$OA=OB$，

∴$\angle ABO=\angle BAO=30°$，

∴$\angle AOB=120°$，

∴$\angle AOD+\angle AOB=180°$，

∴D，O，B 三点共线，且 BD 为⊙O 的直径，

∴$\angle DAB=90°$，

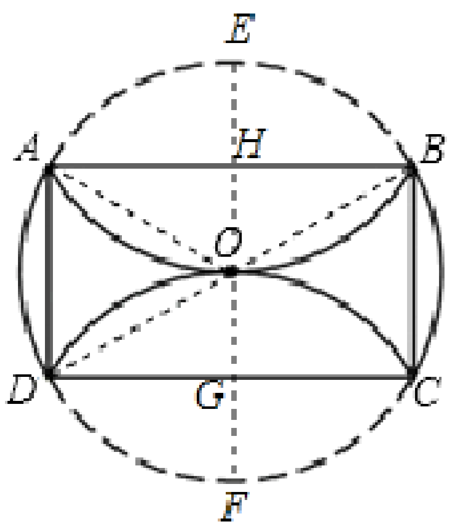
同理，$\angle ABC=\angle ADC=90°$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AD=AO=4$，$AB=\sqrt{3}AD=4\sqrt{3}$，

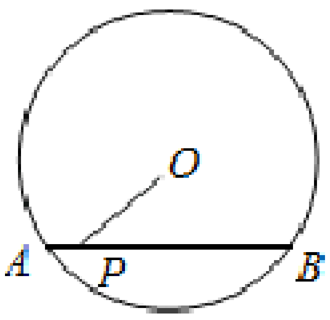
∴四边形 $ABCD$ 的面积是 $16\sqrt{3}$，

故选：B.



点评：本题考查了垂径定理，圆周角定理，矩形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

7.（2019 秋•泗阳县期末）如图，⊙O 的直径为 10，弦 AB 的长为 8，点 P 是弦 AB 上的一个动点，使线段 OP 的长度为整数的点 P 有（　　）



A．3 个　　B．4 个　　C．5 个　　D．6 个

【分析】当 P 为 AB 的中点时 OP 最短，利用垂径定理得到 OP 垂直于 AB，在直角三角形 AOP 中，由 OA 与 AP 的长，利用勾股定理求出 OP 的长；当 P 与 A 或 B 重合时，OP 最长，求出 OP 的范围，由 OP 为整数，即可得到 OP 所有可能的长.

【解答】解：当 P 为 AB 的中点时，利用垂径定理得到 $OP\perp AB$，此时 OP 最短，

∵$AB=8$，∴$AP=BP=4$，

在直角三角形 AOP 中，$OA=5$，$AP=4$，

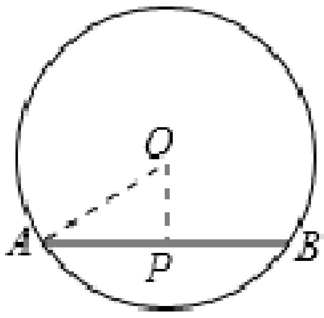
根据勾股定理得：$OP=\sqrt{OA^2-AP^2}=3$，即 OP 的最小值为 3；

当 P 与 A 或 B 重合时，OP 最长，此时 $OP=5$，

∴$3\leqslant OP\leqslant 5$，

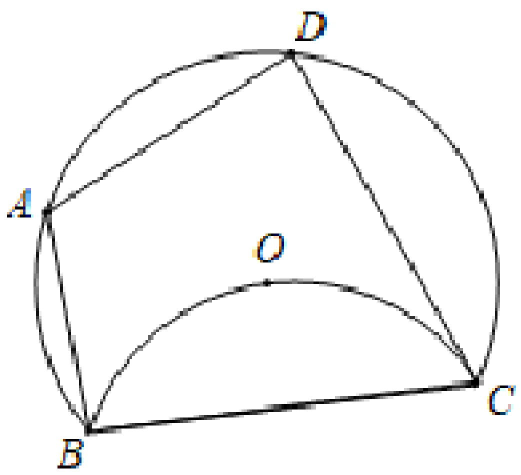
则使线段 OP 的长度为整数的点 P 有 3，4，5，共 5 个．

故选：C．



点评：此题考查了垂径定理，以及勾股定理，熟练掌握定理是解本题的关键．

8．（2019 秋•连云港期中）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，$AB=AD$，$BC=3$．劣弧 BC 沿弦 BC 翻折，刚好经过圆心 O．当对角线 BD 最大时，则弦 AB 的长是（　　）



A．$\sqrt{6}$　　　　B．$2\sqrt{3}$　　　　C．$\frac{3}{2}$　　　　D．$2\sqrt{2}$

【分析】作 $OH\perp BC$ 于 H，连接 OB，如图，利用垂径定理得到 $BH=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2}$，再根据折叠的性质得到 $OH=\frac{1}{2}OB$，则∠$OBH=30°$，于是可计算出 $OH=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$OB=\sqrt{3}$，接着利用 BD 为直径时，即 $BD=2\sqrt{3}$时，对角线 BD 最大，根据圆周角得到此时∠$BAD=90°$，再判断△ABD 为等腰直角三角形，然后根据等腰直角三角形的性质计算出 AB 的长．

【解答】解：作 $OH\perp BC$ 于 H，连接 OB，如图，则 $BH=CH=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2}$，